



Übungsbuch Statistik

Von

Dr. Bernd Leiner

Professor für Statistik an der
Universität Heidelberg

Dritte, verbesserte Auflage

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Leiner, Bernd:

Übungsbuch Statistik / von Bernd Leiner. – 3., verb. Aufl. -

München ; Wien : Oldenbourg, 2002

ISBN 3-486-25914-8

© 2002 Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH

Rosenheimer Straße 145, D-81671 München

Telefon: (089) 45051-0

www.oldenbourg-verlag.de

Das Werk einschließlich aller Abbildungen ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Bearbeitung in elektronischen Systemen.

Gedruckt auf säure- und chlorfreiem Papier

Gesamtherstellung: WB-Druck, Rieden

ISBN 3-486-25914-8

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Vorwort	VII
Aufgaben zur Methodenlehre	1
Lösungen zur Methodenlehre (Aufgaben 1 bis 77)	24
Zusatzaufgaben	87
Lösungen der Zusatzaufgaben (Aufgaben 78 bis 84)	92
Literaturverzeichnis	109
Sachverzeichnis	110

Vorwort zur dritten Auflage

Das Übungsbuch Statistik hat sich im Grundstudium als Begleitbuch zur Veranstaltung „Allgemeine Methodenlehre der Statistik“ bewährt. Erfahrungsgemäß dienen Übungen dem Umsetzen des Vorlesungsstoffs, um ein gutes Abschneiden in der Klausur zu gewährleisten. Zu einer guten Lösung gehört zunächst ein allgemeiner Ansatz – man sollte sich die wichtigsten statistischen Formeln einprägen – das Einfügen der numerischen Angaben sowie das Rechnen bis zur Lösung, wozu heute auch von Wirtschaftswissenschaftler Fertigkeiten wie das Differenzieren und Integrieren erwartet werden. Dieses Übungsbuch soll auch weiterhin hierzu ein wenig beitragen.

Bernd Leiner

Vorwort zur ersten und zweiten Auflage

Statistische Übungen sind an heutigen Universitäten Grundstudiumsveranstaltungen mit mehreren hundert Studierenden in einem Hörsaal. Statistische Aufgaben aber sollten in Ruhe gelöst werden können. Dazu will dieses Buch beitragen.

Dieses Buch basiert einerseits auf einem von mir in Heidelberg in Statistischen Übungen präparierten Fragenkatalog zur Vorlesung "Allgemeine Methodenlehre der Statistik". Andererseits habe ich aus früheren Klausuren Fragen in dieses Buch übernommen, die nach dem dokumentierten Interesse auch gegenwärtig noch meine Studierenden beschäftigen. Entscheidende Impulse zu meinem Vorgehen verdanke ich meinem zu früh verstorbenen Lehrer und Kollegen Günter Menges, mit dessen Fragen ich mich schon im Jahre 1960 auseinandersetzte, damals im 1. Semester. Einige seiner Fragen sind zu schön, um in Vergessenheit zu geraten, so das Paradoxon von Bertrand.

Die hier präsentierte Mischung von Fragen und - zum Kontrollieren eigener Bemühungen - von ausführlichen Antworten erscheint mir repräsentativ für typische Anfängerprobleme. Als Begleittext ist meine "Einführung in die Statistik", die der R. Oldenbourg Verlag herausbringt, zu empfehlen, wenn beim Leser noch kein Grundwissen der Statistik vorliegt. Das unmittelbare Ziel ist jedoch die Vorbereitung auf die Statistik-Klausur, so daß das Buch auch als Repetitorium angesehen werden kann.

Mit den beigefügten Zusatzfragen wird ein fortgeschrittenes Interesse angesprochen. Der Anfänger kann diese Zusatzfragen übergehen.

Für die langjährige hervorragende Zusammenarbeit mit dem R. Oldenbourg Verlag habe ich ganz herzlich Herrn Dipl.-Volkswirt Martin Weigert zu danken.

Bernd Leiner

Aufgaben zur Methodenlehre

Aufgabe 1

Vier Studenten A, B, C, D und zwei Studentinnen E und F wählen ein Dreierkomitee. Bestimmen Sie die Ereignisse

$X =$ "Die Studentinnen haben die Mehrheit im Komitee",

$Y =$ "Im Komitee befindet sich keine Studentin",

$Z =$ "Das Komitee wird nur von Studentinnen gebildet".

Aufgabe 2

Beim einmaligen Werfen eines Würfels sei

$X =$ "Augenzahl ist ungerade"

$Y =$ "Augenzahl ist kleiner als 3".

Bestimmen Sie die Ereignisse \bar{X} , \bar{Y} , $X \cup Y$, $X \cap Y$, $\overline{X \cup Y}$, $\bar{X} \cup \bar{Y}$, $\overline{X \cap Y}$, $\bar{X} \cap \bar{Y}$, $X - Y$, $Y - X$, $\overline{X - Y}$ und $\overline{Y - X}$, wenn \bar{X} das mengentheoretische Komplement von X ist.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie den Ereignisraum für das einmalige Werfen eines Würfels. Wie lauten die Elementarereignisse? Wieviele Ereignisse lassen sich in diesem Ereignisraum bilden?

Aufgabe 4

Bestimmen Sie den Ereignisraum und die Potenzmenge des Zufallsexperiments "Werfen einer Münze" mit den beiden Elementarereignissen $K =$ "Kopf" und $W =$ "Wappen".

Aufgabe 5

Wie lauten die Axiome von Kolmogoroff? Wie kann man sie interpretieren?

Aufgabe 6

\bar{A} sei das zu A komplementäre Ereignis. Zeigen Sie, daß

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

Aufgabe 7

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß beim Werfen von zwei Münzen

- a) beide "Kopf" zeigen,
- b) eine "Kopf", die andere "Wappen" zeigt,
- c) beide "Wappen" zeigen"?

Aufgabe 8

Eine Urne enthält:

- 4 rote Kugeln mit einem Kreuz
- 5 rote Kugeln ohne Kreuz,
- 3 blaue Kugeln mit einem Kreuz,
- 2 blaue Kugeln ohne Kreuz,
- 3 weiße Kugeln mit einem Kreuz und
- 3 weiße Kugeln ohne Kreuz.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim einmaligen Ziehen einer Kugel

- a) eine weiße Kugel zu ziehen,
- b) eine Kugel mit Kreuz zu ziehen,

- c) eine blaue Kugel mit einem Kreuz oder eine weiße Kugel ohne Kreuz zu ziehen,
- d) eine rote Kugel oder eine Kugel mit einem Kreuz zu ziehen,
- e) eine Kugel mit einem Kreuz zu ziehen, wenn man erfährt, daß die gezogene Kugel blau ist,
- f) eine rote Kugel zu ziehen, wenn man erfährt, daß die gezogene Kugel ein Kreuz hat?

Aufgabe 9

Eine Urne wird durch eine Trennwand in zwei Hälften aufgeteilt. In der 1. Hälfte liegen 4 blaue und 6 grüne Kugeln, in der 2. Hälfte liegen 3 blaue und 5 grüne Kugeln.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim einmaligen Ziehen

- a) eine grüne Kugel zu ziehen, wenn die Wahrscheinlichkeit, eine der Hälften auszuwählen, gleich $1/2$ ist,
- b) eine grüne Kugel zu ziehen, wenn man weiß, daß sie aus der 2. Hälfte stammt,
- c) eine Kugel aus der 1. Hälfte zu ziehen,
- d) eine grüne Kugel zu ziehen, wenn die Wahrscheinlichkeit, eine der beiden Hälften auszuwählen, sich nach dem Verhältnis der Anzahlen der in den Hälften jeweils insgesamt vorhandenen Kugeln bemißt,
- e) eine blaue Kugel zu ziehen, wenn die Trennwand entfernt ist?

Aufgabe 10

In einer Urne sind 6 rote und 4 grüne Kugeln. Zwei Kugeln werden nacheinander gezogen (ohne Zurücklegen!). Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht man

- a) zuerst eine rote, danach eine grüne Kugel?
- b) überhaupt eine rote und eine grüne Kugel?

Aufgabe 11

Udo und Susi zelten mit vier Freunden am Meer. Zwei von ihnen sollen das Zelt aufräumen. Es wird gelost. Mit welcher Wahrscheinlichkeit

- a) muß Udo beim Aufräumen helfen?
- b) müssen Udo und Susi aufräumen?

Aufgabe 12

3 befreundete Ehepaare (A, a), (B, b) und (C, c) spielen in einem Kegelclub. Beim "Königskegeln" müssen je zwei Personen zusammenspielen, so daß 3 Mannschaften zu bilden sind. Für diese Zweiermannschaften werden die Frauen ausgelost, so daß immer ein Mann mit einer Frau zusammen kegelt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Auslosung der drei Mannschaften ergibt, daß keine der Frauen mit ihrem Ehemann in der gleichen Mannschaft ist? (Hinweis: Für $n=2$ Ehepaare wäre die gesuchte Wahrscheinlichkeit $W = 0,5$, da von 2 denkbaren Mannschaftsbildungen (Aa, Bb einerseits und Ab, Ba andererseits) nur die mit Ab und Ba die geforderte Bedingung erfüllt.)

Aufgabe 13

Zwei Kugeln werden zufällig in eins von fünf Fächern geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegen sie nicht im selben Fach?

Aufgabe 14

Drei verschiedenfarbige Kugeln A, B und C werden zufällig in die Fächer 1, 2 und 3 geworfen.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit

- a) liegen alle Kugeln im selben Fach,