Managementwissen für Studium und Praxis

Herausgegeben von Professor Dr. Dietmar Dorn und Professor Dr. Rainer Fischbach

Bisher erschienene Werke:

Arrenberg · Kiy · Knobloch · Lange, Vorkurs in Mathematik
Behrens · Kirspel, Grundlagen der Volkswirtschaftslehre, 2. Auflage
Behrens, Makroökonomie – Wirtschaftspolitik
Bichler · Dörr, Personalwirtschaft – Einführung mit Beispielen aus SAP® R/3® HR®
Blum, Grundzüge anwendungsorientierter Organisationslehre
Bontrup, Volkswirtschaftslehre
Bontrup, Lohn und Gewinn
Bontrup · Pulte, Handbuch Ausbildung
Bradtke, Mathematische Grundlagen für Ökonomen
Bradtke, Übungen und Klausuren in Mathematik für Ökonomen
Bradtke, Statistische Grundlagen für Ökonomen
Breitschuh, Versandhandelsmarketing
Busse, Betriebliche Finanzwirtschaft, 4. Auflage
Clausius, Betriebswirtschaftslehre I
Clausius, Betriebswirtschaftslehre II
Dinauer, Allfinanz – Grundzüge des Finanzdienstleistungsmarkts
Dorn · Fischbach, Volkswirtschaftslehre II, 3. Auflage
Drees-Behrens · Schmidt, Aufgaben und Fälle zur Kostenrechnung
Ellinghaus, Werbewirkung und Markterfolg
Fank, Informationsmanagement, 2. Auflage
Fank · Schildhauer · Klotz, Informationsmanagement: Umfeld – Fallbeispiele
Fiedler, Einführung in das Controlling, 2. Auflage
Fischbach, Volkswirtschaftslehre I, 11. Auflage
Fischer, Vom Wissenschaftler zum Unternehmer
Frodl, Dienstleistungslogistik
Götze, Techniken des Business-Forecasting
Götze, Mathematik für Wirtschaftsinformatiker
Gohout, Operations Research
Haas, Kosten, Investition, Finanzierung – Planung und Kontrolle, 3. Auflage
Haas, Marketing mit EXCEL, 2. Auflage
Haas, Access und Excel im Betrieb
Hardt, Kostenmanagement
Heine · Herr, Volkswirtschaftslehre, 2. Auflage
Hildebrand · Rebstock, Betriebswirtschaftliche Einführung in SAP® R/3®
Hofmann, Globale Informationswirtschaft
Hoppen, Vertriebsmanagement
Koch, Marketing
Koch, Marktforschung, 3. Auflage
Koch, Gesundheitsökonomie: Kosten- und Leistungsrechnung
Krech, Grundriß der strategischen Unternehmensplanung
Kreis, Betriebswirtschaftslehre, Band I, 5. Auflage
Kreis, Betriebswirtschaftslehre, Band II, 5. Auflage
Kreis, Betriebswirtschaftslehre, Band III, 5. Auflage
Laser, Basiswissen Volkswirtschaftslehre
Lebefromm, Controlling – Einführung mit Beispielen aus SAP® R/3®, 2. Auflage
Lebefromm, Produktionsmanagement – Einführung mit Beispielen aus SAP® R/3®, 4. Auflage
Martens, Betriebswirtschaftslehre mit Excel
Martens, Statistische Datenanalyse mit SPSS für Windows
Mensch, Finanz-Controlling
Mensch, Kosten-Controlling
Müller, Internationales Rechnungswesen
Olivier, Windows-C – Betriebswirtschaftliche Programmierung für Windows
Peto, Einführung in das volkswirtschaftliche Rechnungswesen, 5. Auflage
Peto, Grundlagen der Makroökonomik, 12. Auflage
Piontek, Controlling
Piontek, Beschaffungscontrolling, 2. Auflage
Piontek, Global Sourcing
Posluschny, Kostenrechnung für die Gastronomie
Posluschny · von Schorlemer, Erfolgreiche Existenzgründungen in der Praxis
Reiter · Matthäus, Marktforschung und Datenanalyse mit EXCEL, 2. Auflage
Reiter · Matthäus, Marketing-Management mit EXCEL
Rothlauf, Total Quality Management in Theorie und Praxis
Rudolph, Tourismus-Betriebswirtschaftslehre
Rüth, Kostenrechnung, Band I
Sauerbier, Statistik für Wirtschaftswissenschaftler
Schaal, Geldtheorie und Geldpolitik, 4. Auflage
Scharnbacher · Kiefer, Kundenzufriedenheit, 2. Auflage
Schuchmann · Sanns, Datenmanagement mit MS ACCESS
Schuster, Kommunale Kosten- und Leistungsrechnung
Specht · Schmitt, Betriebswirtschaft für Ingenieure und Informatiker, 5. Auflage
Stahl, Internationaler Einsatz von Führungskräften
Steger, Kosten- und Leistungsrechnung, 2. Auflage
Stock, Informationswirtschaft
Strunz · Dorsch, Management
Weindl · Woyke, Europäische Union, 4. Auflage
Zwerenz, Statistik, 2. Auflage
Zwerenz, Statistik verstehen mit Excel – Buch mit CD-ROM

Mathematik für Wirtschaftsinformatiker

Lehr- und Übungsbuch

Von
Professor
Dr. Wolfgang Götze

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Götze, Wolfgang:
Mathematik für Wirtschaftsinformatiker : Lehr- und Übungsbuch /
von Wolfgang Götze. – München ; Wien : Oldenbourg, 2001
(Managementwissen für Studium und Praxis)
ISBN 3-486-25783-8

Rosenheimer Straße 145, D-81671 München
Telefon: (089) 45051-0
www.oldenbourg-verlag.de

Gedruckt auf säure- und chlorfreiem Papier
Gesamtherstellung: Druckhaus „Thomas Müntzer“ GmbH, Bad Langensalza

ISBN 3-486-25783-8

Gliederung

Lang ist der Weg durch Lehren,
kurz und wirksam durch Beispiele.

Seneca

Vorwort

Das vorliegende Buch ist aus einer mehrjährig in Stralsund gehaltenen einsemestrigen Lehrveranstaltung „Mathematik für Wirtschaftsinformatiker" hervorgegangen. Es umfasst fundamentales Wissen aus der Mengenlehre, der Logik und der Graphentheorie, das insbesondere auf eine anschließende Datenbankausbildung ausgerichtet ist.
Darüber hinaus werden klassische und moderne Verfahren der Codierung behandelt, die in der Internet-Ökonomie eine Rolle spielen.
Grundlegende Techniken des Formalisierens und des Algorithmierens werden an speziellen Aufgaben aus dem Bereich des Operations Research entwickelt.
Besonderer Wert wird auf eine beispielorientierte Einführung von Begriffen und Formalisierungstechniken gelegt. Eine Vielzahl von Grafiken sorgt für eine anschauliche Stoffvermittlung. Das Verständnis für die behandelten Algorithmen wird durch Struktogramme erleichtert.
Jedes Kapitel schließt mit einem umfangreichen Teil von Übungsaufgaben ab. Die meisten Aufgaben zum selbständigen Üben stehen in engem Zusammenhang mit den Demonstrationsbeispielen im Text. Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben befinden sich am Ende des Buches.
Die Korrekturen sind von Frau Dipl.-Math. U. Knöchel mit der gebotenen Akribie durchgeführt worden. Das zum Reifen eines Lehrbuches notwendige studentische Feedback ist eng mit der mehrjährigen Tutortätigkeit von Frau Dipl.-Winf. Heike Kühntopf verbunden. Ein spezieller Dank geht an die Studenten des Immatrikulationsjahrgangs 2000, die zahlreiche nützliche Hinweise vor allem zu den Übungsaufgaben eingebracht haben.
Dem R. Oldenbourg-Verlag und speziell Herrn Weigert sei für die atmosphärisch angenehme Zusammenarbeit gedankt.

Berlin

Wolfgang Götze

1. Mengen

1.1 Der Mengenbegriff

Die Grundlagen der Mengenlehre wurden von dem deutschen Mathematiker Georg Cantor im Zeitraum von 1875 bis 1884 gelegt. Auf ihn geht eine definitorische Beschreibung des **„naiven" Mengenbegriffs** zurück:

> Unter einer **Menge** M verstehen wir jede Zusammenfassung von bestimmten, wohlunterschiedenen Objekten unserer Anschauung oder unseres Denkens, welche die Elemente der Menge genannt werden, zu einem Ganzen.

Offenbar besteht die wesentliche Eigenschaft darin, dass Objekte oder Individuen in M enthalten sind (**Elementbeziehung**).

Beispiel 1.1 In einem Unternehmen gibt es z. B. den Kundenstamm mit den Kunden als Elementen, den Mitarbeiterstamm mit den Mitarbeitern als Elementen oder die Produktpalette mit den Produkten als Elementen. Alle diese „naiven" Mengen enthalten **endlich viele** Elemente.

Beispiel 1.2 Die natürlichen Zahlen $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ oder die Primzahlen $\{2, 3, 5, 7, 11, \ldots\}$ umfassen hingegen **unendlich viele** Elemente.

Als Schreibweisen für eine Menge M und die Elementbeziehung gelten

$$M = \{1, 2, 3, \ldots\}$$

$$M = \{x \mid x \text{ ist eine natürliche Zahl}\}$$

$$15 \in M \quad \text{und} \quad 3{,}1415 \notin M.$$

Von einer mathematischen Definition kann beim „naiven" Mengenbegriff keine Rede sein, denn die Zurückführung auf einen noch allgemeineren Begriff erzeugt Widersprüche. Der Brite B. Russel machte zwischen 1910 und 1913 darauf aufmerksam (**Russelsche Antinomie**). Er bildete eine Menge aus Mengen, die sich jeweils nicht selbst als Element enthalten

$$M = \{x \mid x \notin x\}.$$

Eine widerspruchsfreie Mengen-Definition ist mit Hilfe wünschenswerter Eigenschaften möglich (Mengenbildungsaxiome[1]). Die Idee dazu stammt von Ernst Zermelo (1908) und wurde von seinem Landsmann A. Fraenkel und dem Norweger T. Skolem in den Jahren 1920 und 1921 allgemeingültig formuliert.

Die Widerspruchsfreiheit des „naiven" Mengenbegriffs kann aber praktisch dadurch gewährleistet werden, dass die betrachteten Mengen jeweils Teil einer bekannten Menge sind. So ist die Menge der Verkehrssünder Teil der Menge der Verkehrsteilnehmer und die wiederum Teil der Bürgermenge eines Landes etc.

1.2 Beziehungen zwischen Mengen

Beziehungen zwischen Mengen werden elementweise definiert. Zwei Mengen M_1 und M_2 sind gleich (**Mengengleichheit**)

$$M_1 = M_2,$$

wenn sie in ihren Elementen übereinstimmen. Eine Menge M_1 ist **Teilmenge** einer Menge M_2

$$M_1 \subset M_2,$$

wenn jedes Element von M_1 auch in M_2 enthalten ist. Teilmengen können durch Zusammenfassung von speziellen Elementen einer Menge gebildet werden. Ein Spezialfall ist die **Zweiermenge** $\{x, y\}$, bestehend aus zwei beliebigen Elementen x und y von M.
Aus technischen Gründen wird die sogenannte **leere Menge** $\varnothing$ eingefügt, die ihrerseits kein Element enthält, dafür aber in jeder Menge M als Teilmenge enthalten ist

$$\emptyset \subset M.$$

Beispiel 1.3 Die Menge der Lösungen von $x^2 = 1$ und $x > 2$ ist offensichtlich leer. Sie ist in der Menge M_1 der Lösungen von $x^2 = 1$ und auch in der Menge M_2 der Lösungen von $x > 2$ enthalten.

[1] Dazu gehören das Gleichheitsaxiom, das Zweiermengenaxiom, das Vereinigungsmengenaxiom, das Potenzmengenaxiom, das Ersetzungsaxiom, das Fundierungsaxiom, das Unendlichkeitsaxiom und das Auswahlaxiom.

Die Teilmengenbildung aus einer Menge M wird durch die **Potenzmenge** P(M) ausgedrückt. Für M = {a, b, c} ergibt sich

$$P(M) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \ldots, \{a, b, c\}\}.$$

Die wichtigsten Mengenoperationen sind:

a) **Durchschnitt**

$$M \cap N = \{x \mid x \in M \text{ und } x \in N\}$$

Wenn der Mengendurchschnitt leer ist

$$M \cap N = \emptyset,$$

heißen die entsprechenden Mengen **disjunkt**.

b) **Vereinigung**

$$M \cup N = \{x \mid x \in M \text{ oder } x \in N\}$$

Für den Durchschnitt und die Vereinigung gelten jeweils das Kommutativgesetz

$$M \cap N = N \cap M \quad \text{bzw.} \quad M \cup N = N \cup M$$

und das Assoziativgesetz für mehr als zwei Mengen

$$(M \cap N) \cap O = M \cap (N \cap O) \quad \text{bzw.}$$
$$(M \cup N) \cup O = M \cup (N \cup O).$$

Es gelten ferner zwei Distributivgesetze für vermischte Operationen

$$(M \cap N) \cup O = (M \cup O) \cap (N \cup O) \quad \text{bzw.}$$
$$(M \cup N) \cap O = (M \cap O) \cup (N \cap O).$$

Der Nachweis ist elementweise zu führen: Ein beliebiges Element der Menge auf der linken Seite der Gleichung liegt auch in der Menge auf der rechten Seite und umgekehrt.

c) **Differenz**

$$M - N = \{x \mid x \in M \text{ und } x \notin N\}$$

Für die Differenz gelten **weder** Kommutativ- noch Assoziativgesetz. Das lässt sich sehr einfach mit Hilfe von zwei **Venn-Diagrammen** zeigen. Diese Technik geht auf John Venn (1843-1923) zurück. Die Mengen werden als geschlossene Flächen in der Ebene dargestellt. Dass die Differenz nicht kommutativ sein kann, d. h.

$$M - N \neq N - M$$

zeigt der Vergleich von Bild 1.1 und Bild 1.2. Ähnlich lässt sich der Unterschied beim Setzen von Klammern für Differenzen von 3 Mengen illustrieren.

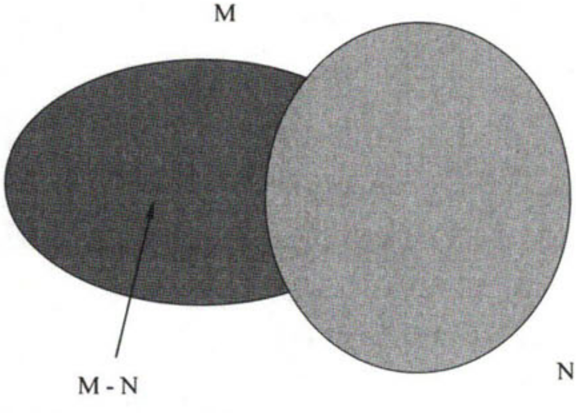

Bild 1.1 Differenz M - N

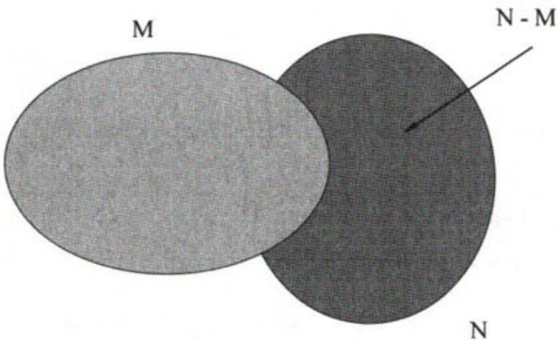

Bild 1.2 Differenz N - M

Mengenoperationen werden unter anderem bei **Datenbankabfragen** angewendet.

Beispiel 1.4 Ein Kunde des Reisebüros „Ferienwelle“ sucht aus dem Katalog der TUI (Menge A) und dem Katalog von DER-Tour (Menge B) passende Hotels an der französischen Atlantik-Küste. Zunächst interessiert ihn unabhängig vom Reiseveranstalter, ob es überhaupt interessante Angebote gibt (Menge $A \cup B$). Davon wählt er Hotels aus, die in beiden Katalogen enthalten sind, in der Hoffnung, noch mehr Informationen über das jeweilige Objekt zu erhalten (Menge $A \cap B$). Als er jedoch von der Kundenberatung erfährt, dass die TUI erheblich günstigere Konditionen für Mietwagen anbietet, forstet er noch einmal systematisch die Menge $A - B$ durch.

1.3 Kardinalzahl

Für eine Menge M mit endlich vielen Elementen wird die **Kardinalzahl**, d. h. die Anzahl der enthaltenen Elemente $|M|$, gebildet.

Für die Kardinalzahl der Vereinigung gilt

$$|M \cup N| = |M| + |N| - |M \cap N|,$$

d.h. die Summe der Kardinalzahlen ist um die Doppelzählung im Durchschnitt zu reduzieren. Für die Kardinalzahl der Differenz gilt

$$|M - N| = |M| - |M \cap N|,$$

d. h. die Kardinalzahl der Menge M ist nur um die Zahl der Elemente im Durchschnitt mit N zu mindern. Wie umfangreich N außerhalb von M ist, spielt in diesem Fall keine Rolle.

1.4 Komplementbildung

Wenn eine Menge M Teilmenge einer umfassenden Menge C ist, dann kann die **Komplementmenge** M' gebildet werden

$$M' = \{x \mid x \in C \text{ und } x \notin M\}.$$

Die Komplementmenge der Verkehrssünder in der Menge aller Verkehrsteilnehmer ist die Menge der unfallfreien Fahrer.

Für die Komplementbildung gelten folgende einfache und einsichtige Rechenregeln

$$(M')' = M \quad M \cap M' = \emptyset \quad M \cup M' = C \quad \emptyset' = C \quad C' = \emptyset.$$

Mit Hilfe der Komplementbildung kann die Differenz durch

$$M - N = M \cap N'$$

ausgedrückt werden.

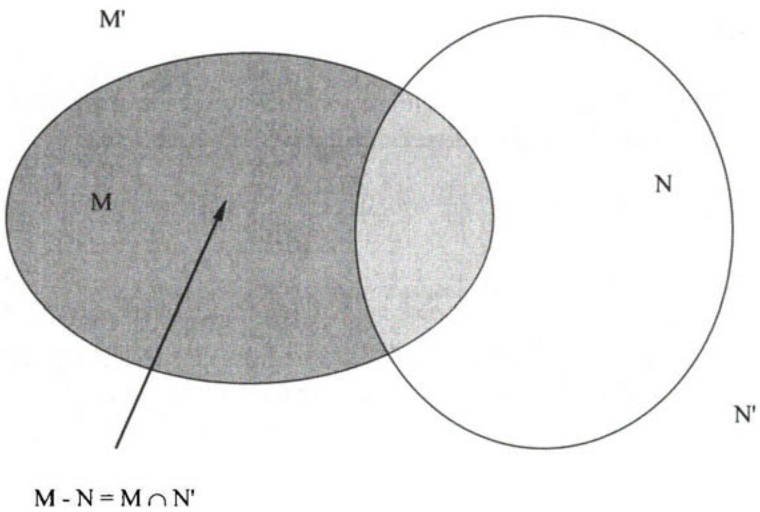

Bild 1.3 Differenzbildung mit Hilfe des Komplements

Es lässt sich ferner eine sehr nützliche **Identität** angeben (siehe Bild 1.4)

$$M = (M \cap N') \cup (M \cap N) = (M \cup N') \cap (M \cup N).$$

Es gelten weiterhin die auf Auguste de Morgan (1806-1871) zurückgehenden Regeln

$$(M \cap N)' = M' \cup N' \quad \text{und} \quad (M \cup N)' = M' \cap N'.$$

Bei der Komplementbildung einer Operation (Durchschnitt, Vereinigung) werden die Komplemente der jeweiligen Mengen gebildet und das Operationszeichen umgedreht.

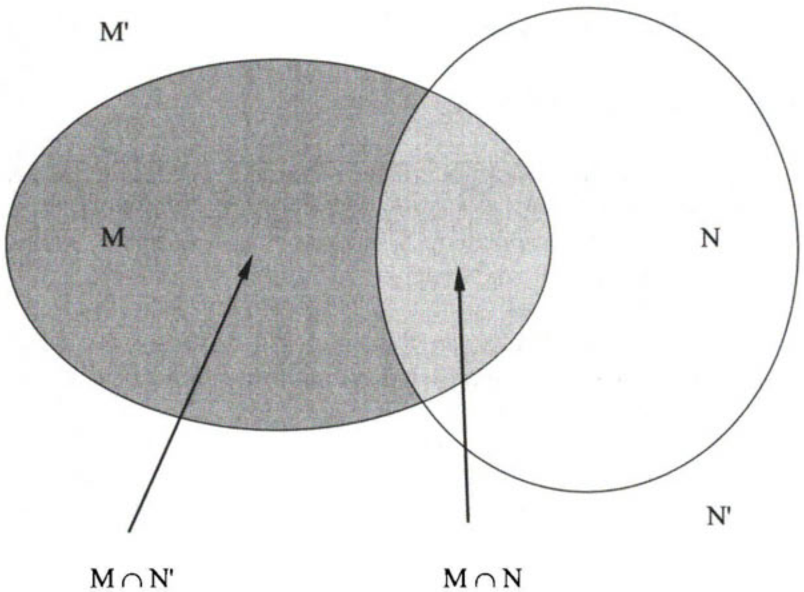

Bild 1.4 Mengenzerlegung mit Hilfe einer anderen Menge

Der Beweis der de Morgan'schen Regeln geschieht elementweise. Wenn ein Element im Komplement des Durchschnitts von M und N liegt, dann kann es nicht gleichzeitig in M und N liegen, sondern muss sich entweder außerhalb von M und/oder außerhalb von N befinden. Liegt es umgekehrt in der Vereinigung der Komplementmengen von M und N, dann kann es weder zu N nach zu M gehören.

Für die Kardinalzahl des Komplements N' einer Menge N, bezogen auf eine Umgebungsmenge M mit $N \subset M$, gilt offensichtlich

$$|N'| = |M| - |N|.$$

Aus der Identität folgt für die Kardinalzahl einer Menge M, bezogen auf eine beliebige andere Menge N, die Zerlegungsformel

$$|M| = |M \cap N| + |M \cap N'|.$$

1.5 Kreuzmengen

Aus zwei Mengen lässt sich das **kartesische Produkt (Kreuzmenge)** konstruieren

$$M \times N = \{(x, y) | \, x \in M \text{ und } y \in N\},$$

das aus Paaren von Elementen aus M und N besteht.

Beispiel 1.5 In der Verkehrssünderdatei wird die Paarbildung aus der Menge *Namen* und der Menge *zugelassene Fahrzeuge* vorgenommen, wobei nicht die volle Kreuzmenge, sondern nur eine relativ kleine Teilmenge der auf Namen zugelassenen Fahrzeuge interessiert.

Die Kardinalzahl einer Kreuzmenge ist gleich der Anzahl von Paarbildungen, d. h. dem Produkt der Kardinalzahlen der beiden Ursprungsmengen M und N

$$|M \times N| = |M| \cdot |N|.$$

Beispiel 1.6 Sei $M = \{x \,|\, x \text{ reell}, 0 < x < 1\}$ und $N = \{y \,|\, y \text{ reell}, 1 < x < 2\}$. Dann lässt sich die Kreuzmenge M×N als ebene Fläche darstellen.

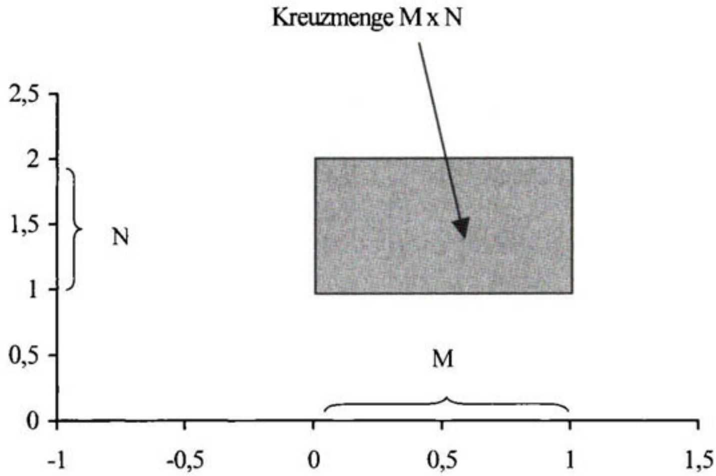

Bild 1.5 Grafische Darstellung einer Kreuzmenge

Eine Menge M kann mit sich selbst gekreuzt werden. So werden bei einem Ranglistenturnier eines Badmintonvereins aus der Menge der Mitglieder Spielerpaare gebildet.
Die Kreuzung kann auch wiederholt werden. Das ist der Fall, wenn im Badmintonclub die Doppel aus der Menge M×M×M×M gewählt werden.

Eine Zusammenfassung der wichtigsten Operationen und Rechenregeln geben die beiden Tabellen 1.1 und 1.2.

Tabelle 1.1 Symbole für Mengenoperationen

Symbol	Bezeichnung
$=$	Mengengleichheit
$\subseteq$	Teilmenge von
$\in$	Element von
$\notin$	kein Element von
$\cup$	Mengenvereinigung
$\cap$	Mengendurchschnitt
$'$	Komplementmenge von
$-$	Mengendifferenz
$\lvert\ \rvert$	Anzahl von Elementen einer Menge (Kardinalzahl)

Tabelle 1.2 Rechenregeln für Mengenoperationen

Regel	Bezeichnung
$(S \cup T)' = S' \cap T'$	1. Regel von de Morgan
$(S \cap T)' = S' \cup T'$	2. Regel von de Morgan
$S - T = S \cap T'$	Differenzregel
$S = (S \cap T) \cup (S \cap T')$	Identität
$\lvert S \cup T \rvert = \lvert S \rvert + \lvert T \rvert - \lvert S \cap T \rvert$	Additionsregel für Kardinalzahlen
$\lvert S - T \rvert = \lvert S \rvert - \lvert S \cap T \rvert$	Subtraktionsregel für Kardinalzahlen
$\lvert S \rvert = \lvert S \cap T \rvert + \lvert S \cap T' \rvert$	Zerlegungsregel für Kardinalzahlen

1.6 Übungsaufgaben

Aufgabe 1.1

A, B, C und D seien beliebige Mengen. Untersuchen Sie die folgenden Gleichungen:

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (B \cap A)$$
$$A \cap (B - C) = (A \cup B) - (A \cap C)$$
$$(A \cup B) - (C \cup D) = (A - C) \cup (B - D)$$
$$A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$$
$$(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cup C).$$

Geben Sie grafisch ein Gegenbeispiel für den Fall der Ungleichheit an.

Aufgabe 1.2

A, B und C seien Teilmengen einer Menge M. Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke und zeichnen Sie die Venn-Diagramme:

$$A-(A-B)$$
$$A'\cap(B-A)'$$
$$(B-A)\cup(A-B)\cup(A\cup B)$$
$$M-[(M-A)\cap B'].$$

Aufgabe 1.3

Von 200 Schülern einer gymnasialen Oberstufe belegen 84 das Fach Englisch, 60 das Fach Biologie und 56 das Fach Deutsch als Leistungskurs. Dabei belegen 16 sowohl Englisch als auch Deutsch, 20 die Fächerkombination Biologie und Deutsch und 10 die Kombination Englisch und Biologie.

Wie viele Schüler belegen

- weder Englisch noch Deutsch,

- weder Biologie noch Englisch,

- nur Englisch und ein anderes Leistungsfach,

- keines der genannten Leistungsfächer,

wenn man annimmt, dass jeder Schüler genau 2 Leistungsfächer wählen muss?

Aufgabe 1.4

50 Wirtschaftsinformatikstudenten werden im Vordiplom in den Fächern Mathematik, allgemeine Informatik und BWL geprüft. Davon bestehen 37 in Mathematik, 24 in Informatik und 43 in BWL. 19 bestehen Mathematik und Informatik, 29 Mathematik und BWL und 20 Informatik und BWL.

- Wie viele Studenten höchstens bestehen alle drei Prüfungen?

Angenommen, es fallen 6 Studenten in allen drei Prüfungen durch.

Wie viele Studenten bestehen dann

- mindestens eine Prüfung?

- alle drei Prüfungen?

Aufgabe 1.5

Beweisen Sie für beliebige endliche Mengen A, B und C

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C|$$
$$- |B \cap C| + |A \cap B \cap C| .$$

Aufgabe 1.6

In der x-y-Ebene skizziere man die Kreuzmengen A×B für

$A = \{ 1, 2, 3 \}$ und $B = [2; 4) \cup \{ 5 \}$

$A = [1; 3] \cup \{ 4; 5 \}$ und $B = [0; 2] \cup [4; 7]$.

Aufgabe 1.7

Zeigen Sie anhand eines Gegenbeispiels, dass aus $A \cup B = A \cup C$ nicht $B = C$ folgen muss.

Aufgabe 1.8

Zeigen Sie grafisch und rechnerisch, dass für Kreuzmengen folgende Rechenregeln gelten:

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C).$$

Aufgabe 1.9

Sei A die Menge aller Punkte eines Würfels der Kantenlänge 1 mit dem Mittelpunkt (0, 0, 0). Sei ferner B die Menge aller Punkte einer Kugel mit dem Durchmesser $\sqrt{2}$ und dem Mittelpunkt (0, 0, 0).

Stellen Sie $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ und $B - A$ grafisch dar.

Aufgabe 1.10

Gegeben seien die Mengen $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$ und $B = \{(x, y) \mid \max(|x|, |y|) < 1\}$. Bestimmen Sie grafisch die Menge $(A \cup B)$ - $(A \cap B)$.

Aufgabe 1.11

Beweisen Sie, dass

$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$$

gilt.

Setzen Sie sich mit folgenden Aussagen auseinander:

1) Die Differenzbildung von Mengen ist assoziativ.

2) Das Komplement der Differenz ist gleich der Differenz der Komplemente.

3) Die Kardinalzahl der Mengenvereinigung disjunkter Mengen ist gleich der Summe ihrer Kardinalzahlen.

4) Die Kardinalzahl einer Mengendifferenz ist gleich der Differenz der Kardinalzahlen der jeweiligen Mengen.

5) Die Kardinalzahl einer Vereinigung von endlichen Mengen lässt sich aus den Kardinalzahlen der einzelnen Mengen und den Kardinalzahlen ihrer sämtlichen Durchschnitte bestimmen.

2. Relationen

Relationen stellen Beziehungen zwischen Objekten bzw. Merkmalen her. Sie sind für die Informatik vor allem im Zusammenhang mit dem Konzept einer **relationalen Datenbank** bedeutsam, das auf Arbeiten von E. Codd (1968-73) zurückgeht.
Einige einführende Beispiele sollen den Begriff einer Relation veranschaulichen.

Beispiel 2.1 Eine Relation zwischen Fachzeitschriften und Lehrgebieten einer Fachhochschule drückt aus, wo die jeweilige Zeitschrift schwerpunktmäßig in den Lehrbetrieb integriert ist.

Beispiel 2.2 Eine Relation zwischen den Artikeln eines Getränkeherstellers und dem Umsatz in den Filialen eines Discounters deckt auf, in welcher Region die besten Geschäfte gemacht werden können.

Beiden Beispielen ist gemeinsam, dass **Paare** gebildet werden. Man spricht von einer **binären Relation**. Demgegenüber kann eine Relation auch mehr als zwei Objekte bzw. Merkmale umfassen.

Beispiel 2.3 In einer Datei immatrikulierter Studenten wird eine 4-ärige Relation zwischen Matrikelnummer, Name, Alter und Wohnsitz hergestellt.

2.1 Grundbegriffe

Mathematisch ist eine binäre Relation R zwischen zwei Mengen M und N eine Teilmenge des **Kreuzproduktes** M×N

$$R \subset M \times N.$$

Die Verallgemeinerung des Begriffs führt zunächst auf eine **ternäre** Relation zwischen drei Mengen

$$R \subset M_1 \times M_2 \times M_3$$

und schließlich auf eine **n-äre** Relation zwischen n Mengen

$$R \subset M_1 \times M_2 \times \ldots \times M_n.$$