





# Glücksspiele

## Chancen und Risiken

Von  
Karl Bosch

R. Oldenbourg Verlag München Wien



# Inhaltsverzeichnis

Vorwort . . . . .	IX
-------------------	----

## Kapitel 1: Zahlenlotto 6 aus 49

1. Geschichte des Zahlenlottos . . . . .	1
2. Ausspielungsmodus . . . . .	3
2.1. Lotto am Samstag . . . . .	3
2.2. Lotto am Mittwoch . . . . .	4
3. Spielregeln beim Zahlenlotto . . . . .	5
4. Gesamtanzahl aller möglichen Reihen . . . . .	7
5. Gewinnchancen beim Lotto am Samstag . . . . .	12
5.1. Gewinnchancen ohne Berücksichtigung der Superzahl . . . . .	12
5.2. Gewinnchancen mit Berücksichtigung der Superzahl . . . . .	14
6. Theoretische Quoten beim Lotto am Samstag . . . . .	15
7. Gewinnchancen beim Lotto am Mittwoch . . . . .	18
8. Theoretische Quoten beim Lotto am Mittwoch . . . . .	20
9. Vollsysteme beim Lotto am Samstag . . . . .	22
9.1. Vollsystem 6 aus 7 . . . . .	23
9.2. Vollsystem 6 aus 8 . . . . .	28
9.3. Vollsystem 6 aus 9 . . . . .	30
9.4. Vollsystem 6 aus 10 . . . . .	31
9.5. Vollsystem 6 aus 11 . . . . .	33
9.6. Vollsystem 6 aus 12 . . . . .	34
9.7. Vollsystem 6 aus 13 . . . . .	34
9.8. Vollsystem 6 aus 14 . . . . .	35
9.9. Allgemeine Vollsysteme mit n Systemzahlen . . . . .	36
9.10. Allgemeine Bemerkungen zu den Vollsystemen . . . . .	40
10. Vollsysteme beim Lotto am Mittwoch . . . . .	41
11. VEW - Systeme . . . . .	42
12. Das vermeintliche Spiel gegen den Zufall . . . . .	43
13. Kleinste und größte Zahl einer Gewinnreihe . . . . .	45
14. Übereinstimmende Gewinnreihen in zwei Ausspielungen . . . . .	49
14.1. Die Gewinnchance einer fest vorgegebenen Tippreihe bei zwei zeitlich fest vorgegebenen zukünftigen Ziehungen . . . . .	50
14.2. Chance, daß die Gewinnreihen in zwei zeitlich vorgegebenen Ziehungen übereinstimmen . . . . .	50
15. Chance benachbarter Zahlen . . . . .	52
16. Die beliebtesten Tippreihen und Tippzahlen . . . . .	57
16.1. Mustertipps . . . . .	57

16.2.	Beliebtheit bereits ausgespielter Reihen . . . . .	59
16.3.	Reihen mit Geburtstagszahlen . . . . .	60
16.4.	Die Häufigkeiten der getippten Zahlen . . . . .	64
17.	Vorschläge zur Quotenerhöhung . . . . .	67
18.	Quotenproblem beim Mittwochs-Lotto . . . . .	68
19.	Tippgemeinschaften - eine Alternative? . . . . .	68

### Kapitel 2: Auswahlwette 6 aus 45

1.	Spielregeln . . . . .	71
2.	Untersuchung der einzelnen Tippreihen . . . . .	73
2.1.	Anzahl der Tippmöglichkeiten und Anzahl der Gewinne . . . . .	73
2.2.	Fiktive (theoretische) Quoten . . . . .	77
3.	Vollsysteme . . . . .	76

### Kapitel 3: Fußballtoto 11er-Wette

1.	Spielregeln . . . . .	79
2.	Gewinnchance mit einer Tippreihe . . . . .	81
2.1.	Anzahl der möglichen Tippreihen . . . . .	81
2.1.	Anzahl der Tippreihen in den einzelnen Gewinnklassen . . . . .	81
2.2.	Fiktive Quoten . . . . .	82
3.	Systemwetten . . . . .	84

### Kapitel 4: ODDSET-Kombiwette (Sportwette)

1.	Spielregeln . . . . .	91
2.	Tippmöglichkeiten und Gewinnchancen eines Kombi-Tipps . . . . .	92
2.1.	Tippmöglichkeiten . . . . .	92
2.2.	Gewinnberechnung (Auszahlung) . . . . .	93
2.3.	Spielquittung . . . . .	94
2.4.	Beispiel . . . . .	94
2.5.	Höchstgewinn . . . . .	95
2.6.	Wertung der Spiele . . . . .	95
2.7.	Festsetzung (Berechnung) der 3 Quoten eines Spiels . . . . .	96
2.8.	Berechnung der Ausschüttungsquoten . . . . .	98
2.9.	Berechnung der Gewinnchance eines Kombi-Tipps . . . . .	100
3.	Systemwetten (Vollsysteme) . . . . .	101
3.1.	Systemwette 3 aus 4 . . . . .	101
3.2.	Systemwette 3 aus 5 . . . . .	104
3.3.	Systemwette 3 aus 6 . . . . .	105
3.4.	Systemwette 4 aus 5 . . . . .	106

3.5.	Systemwette 4 aus 6 . . . . .	107
3.6.	Systemwette 5 aus 6 . . . . .	108
3.7.	Systemwette 5 aus 7 . . . . .	108
3.8.	Systemwette 6 aus 7 . . . . .	109
3.8.	Bemerkungen zu den zugelassenen Systemen . . . . .	110

**Kapitel 5: Lotterien Spiel 77 und Super 6**

1.	Teilnahmebedingungen . . . . .	111
2.	Spiel 77 . . . . .	112
3.	Super 6 . . . . .	116

**Kapitel 6: GlücksSpirale**

1.	Spielbedingungen . . . . .	119
2.	Wochenziehung . . . . .	120
3.	Prämienziehung . . . . .	121
4.	Extraziehung . . . . .	122

**Kapitel 7: Aktion Mensch-Lotterie  
(bis März 2000: Aktion Sorgenkind-Lotterie)**

1.	Spielbedingungen . . . . .	123
2.	Monatliche Hauptziehung . . . . .	124
3.	Wöchentliche Prämienziehung . . . . .	126
4.	Wöchentliche Superprämienziehung . . . . .	126
5.	Aufteilung der monatlichen Gewinnsumme . . . . .	128
6.	Sonderverlosung . . . . .	128

**Kapitel 8: ARD-Fernsehlotterie „Die Goldene 1“**

1.	Teilnahmebedingungen . . . . .	129
2.	Hauptziehung . . . . .	130
3.	Wochenziehung . . . . .	132
4.	Quartalsauslosung . . . . .	133
5.	Sondergewinne . . . . .	134

**Kapitel 9: Klassenlotterien**

1.	Geschichte der Klassenlotterie . . . . .	135
2.	Nordwestdeutsche Klassenlotterie NKL . . . . .	136
3.	Süddeutsche Klassenlotterie SKL . . . . .	140

## Kapitel 10: Roulette

1.	Spielbedingungen . . . . .	145
2.	Chancengleichheit aller Zahlen . . . . .	146
3.	Einsatzmöglichkeiten . . . . .	147
4.	Gewinnerwartung bei einem Einzelspiel . . . . .	149
4.1.	Einsatz auf Plein (eine einzige Zahl) . . . . .	149
4.2.	Einsatz auf Cheval (2 verbundene Nummern) . . . . .	152
4.3.	Einsatz auf eine Transversale pleine (Querreihe von 3 Nummern)	153
4.4.	Einsatz auf ein Carré (4 Nummern im Rechteck) . . . . .	153
4.5.	Einsatz auf Transversale simple (Querreihe von 6 Nummern) .	154
4.6.	Einsatz auf eine Einviertelchance (9 Zahlen) . . . . .	154
4.7.	Einsatz auf eine Kolonne oder ein Dutzend (zwölf Zahlen) . .	155
4.8.	Einsatz auf einfache Chancen (18 Zahlen) . . . . .	155
4.9.	Vergleich der Strategien . . . . .	156
5.	Verdoppelungsstrategien ohne Höchsteinsatz . . . . .	157
5.1.	Einsatz auf einfache Chance . . . . .	158
5.2.	Einsatz auf eine Kolonne oder ein Dutzend (zwölf Zahlen) . .	161
5.3.	Einsatz auf eine Einviertelchance (9 Zahlen) . . . . .	163
5.3.1.	Einsatzverdoppelung nach jedem Verlustspiel . . . . .	163
5.3.2.	Einsatzverdoppelung nach jeweils 2 Verlustspielen . . . . .	164
5.3.3.	Einsatzverdoppelung nach jeweils 3 Verlustspielen . . . . .	165
5.4.	Einsatz auf eine Transversale simple (2 Transversalen) . . . .	166
5.4.1.	Einsatzverdoppelung nach jedem Verlustspiel . . . . .	167
5.4.2.	Einsatzverdoppelung nach jeweils 2 Verlustspielen . . . . .	168
5.4.3.	Einsatzverdoppelung nach jeweils 3 Verlustspielen . . . . .	169
5.4.3.	Einsatzverdoppelung nach jeweils 4 Verlustspielen . . . . .	170
5.5.	Einsatz auf ein Carré (4 Nummern im Viereck) . . . . .	172
5.6.	Einsatz auf eine Transversale Plein (Querreihe von 3 Nummern)	174
5.7.	Einsatz auf Cheval (2 verbundene Nummern) . . . . .	176
5.8.	Einsatz auf Plein (eine Zahl) . . . . .	177
5.9.	Allgemeine Bemerkungen zu Verdoppelungsstrategien . . . .	177
6.	Verdoppelungsstrategien bei Höchsteinsatz . . . . .	178
7.	Allgemeine Roulette- Strategien . . . . .	181
8.	Allgemeine Bemerkungen zum Roulette . . . . .	181
8.1.	Es gibt kein Spiel gegen den Zufall . . . . .	181
8.2.	Es gibt Spiel gegen die Mitspieler oder gegen die Bank . . .	182
8.3.	Möglicher Vorteil im Fall der Chancenungleichheit aller Zahlen	183

Kapitel 11: Steuerliche Behandlung von Spielgewinnen . .	185
--	-----

## Vorwort

In dem vorliegenden Buch sollen folgende Glücksspiele näher untersucht werden: Zahlenlotto „6 aus 49“, Auswahlwette „6 aus 45“, Fußballtoto 11er-Wette, ODDSET-Kombiwette (Sportwette), Lotterien Spiel 77 und Super 6, GlücksSpirale, Aktion Mensch-Lotterie (bis März 2000: Aktion Sorgenkind-Lotterie), ARD-Fernsehlotterie „Die Goldene 1“, Klassenlotterien und Roulette. Bei den einzelnen Glücksspielen werden die Chancen für die jeweiligen Quoten, soweit möglich, angegeben. Falls die Quoten von der jeweiligen Anzahl der Gewinne in den entsprechenden Klassen abhängen und nicht fest vorgegeben sind, werden die theoretischen (erwarteten) Quoten untersucht. Beim Zahlenlotto wird ferner das Tippverhalten der Spieler untersucht. Falls man sehr beliebte Tippreihen meidet, können dadurch im Gewinnfall die Quoten erhöht werden.

Weil die einzelnen Einsätze und vor allem die Quoten bzw. Quotenerwartungen der einzelnen Glücksspiele sehr verschieden sind, wird von einem Vergleich der einzelnen Spiele Abstand genommen.

Abschließend sind noch Bemerkungen zur steuerlichen Behandlung von Glücksspielen zu finden.

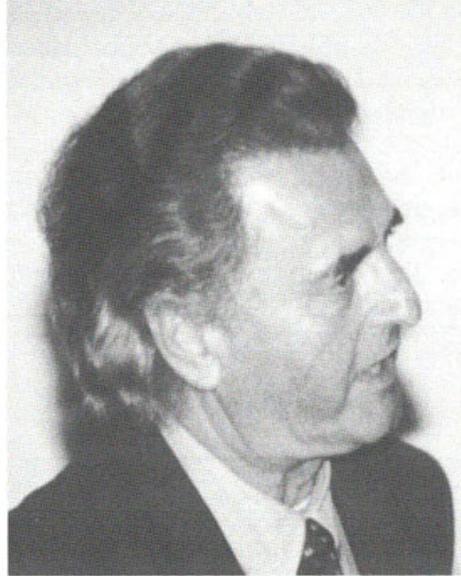
Bei den einzelnen Spielbedingungen gilt der Stand vom 15.10.1999. Falls sich bei manchen Spielen inzwischen etwas geändert haben sollte, können die im Buch gemachten Aussagen nicht ohne weiteres übernommen werden. Der Autor ist bemüht, die neuen Auflagen jeweils zu aktualisieren.

Stuttgart - Hohenheim

Karl Bosch

## Lebenslauf des Autors

Prof. Dr. *Karl Bosch* wurde 1937 in Ennetach (Württ.) geboren. Er studierte Mathematik in Stuttgart und Heidelberg. Nach dem Diplom im Jahre 1964 wurde er 1967 in Braunschweig promoviert und dort 1973 für das Fach Mathematik habilitiert. Seit 1977 ist er o. Professor am Institut für Angewandte Mathematik und Statistik der Universität Hohenheim (Stuttgart). Seine wissenschaftlichen Arbeiten befassen sich mit Wahrscheinlichkeitsrechnung und angewandter mathematischer Statistik. Ferner beschäftigt er sich mit Problemen der Didaktik. Von ihm stammen zahlreiche Lehrbücher in den Fächern



Mathematik und Statistik, sowohl für die Schule als auch für die Universität. Als Beispiele seien nur folgende Werke erwähnt: Mathematik - Taschenbuch, Statistik - Taschenbuch, Lexikon der Mathematik, Lexikon der Statistik, die alle im Oldenbourg Verlag erschienen sind. Das Buch Lotto und andere Zufälle, wie man die Gewinnquoten erhöht, ist in der 2. Auflage ebenfalls im Oldenbourg Verlag erschienen.

# Kapitel 1

## Zahlenlotto 6 aus 49

### 1. Geschichte des Zahlenlottos

Das Zahlenlotto in seiner heutigen Form - auch „italienische Lotterie“ genannt - lässt sich auf das „Lotto di Genova“ zurückführen. Der Überlieferung nach wurden in Genua um 1620 jährlich die Ratsherren durch Losentscheid gewählt. Dabei wurden die Namen von 90 Männern auf Lose geschrieben, von denen fünf gezogen wurden. Die Bevölkerung hatte dabei auf den Losentscheid Wetten abgeschlossen. Dadurch wurde die Senatorenwahl zu einem Wettgeschäft gemacht. Im 17. Jahrhundert verbreitete sich das Spiel über ganz Italien. Dabei wurden die Namen von zu Ratsherren wählbaren Bürgern zunächst durch Mädchennamen, später durch die Zahlen 1 bis 90 ersetzt. Dadurch war das Zahlenlotto „5 aus 90“ geboren.

Von Italien aus verbreitete sich das Zahlenlotto schnell über ganz Europa. 1707 wurde es zum ersten Mal in Deutschland ausgespielt und zwar in dem niedersächsischen Städtchen Schöppenstedt. Danach wurde es in verschiedenen Versionen an Fürstenhöfen angeboten. Neben den Steuern war das Lotto für die Fürsten eine bedeutende Einnahmequelle.

Bayern gründete 1735 eine „Lotto-Cammer“. Österreich führte 1751 ein Zahlenlotto ein, Preußen im Jahre 1763, Hamburg im Jahre 1770 und Württemberg im Jahre 1772. Weil damals feste Gewinnquoten garantiert waren, kam es für die Betreiber manchmal zu hohen Verlustgeschäften. Aus diesem Grund wurden die Quoten im Laufe der Zeit so festgesetzt, dass Verluste für die Veranstalter unwahrscheinlich bzw. später unmöglich wurden. Im 19. Jahrhundert ging das Interesse am Lotto stark zurück.

Am 11. Januar 1953 startete die Stadt Berlin ein modifiziertes Genueser Lotto „5 aus 90“. Gegen das Berliner Lotto gingen mehrere Bundesländer behördlich vor, worauf der Senat von Berlin beschloss, es auf das Stadtgebiet von Berlin zu beschränken. In der Deutschen Demokratischen Republik wurde ab November 1953 von der Berliner Zahlenlotterie ein „5 aus 90“-Lotto veranstaltet.

Im Jahr 1955 gründeten die Länder Nordrhein-Westfalen, Hamburg und Schleswig-Holstein das Nordwest-Lotto. Anstelle „5 aus 90“ wurde aller-

dings das bis heute benutzte System „aus 49“ gewählt. Noch vor Beginn des Spielbetriebs trat Bayern durch einen Blockvertrag dem Nordwest-Lotto bei. Dadurch entstand das Nord-Süd-Lotto. Bis 1959 kamen auch die übrigen Bundesländer sowie Berlin hinzu. So entstand der Deutsche Lottoblock. Nach der Wiedervereinigung schlossen sich auch die neuen Bundesländer an.

Der Einsatz für eine Reihe betrug zunächst 50 Pfennig. Im Jahre 1981 wurde der Einsatz auf 1 DM verdoppelt. 1991 wurde er auf 1,25 DM und 1999 auf 1,50 DM erhöht. Zu Beginn gab es vier Gewinnklassen. Gewonnen hatte, wer von den gezogenen sechs Zahlen drei, vier, fünf oder alle sechs richtig hatte. Am 2. September 1956 gab es den ersten Millionengewinn mit 1 043 364,50 DM für einen Sechser. Daraufhin wurde eine Gewinnbegrenzung auf 500 000 DM beschlossen. 1974 wurde die Begrenzung für den Höchstgewinn auf 1,5 Millionen DM, 1981 auf 3 Millionen DM erhöht, 1985 wurde die Gewinnobergrenze aufgehoben.

Im Jahre 1956 wurde die **Zusatzzahl** eingeführt, weil die erste Gewinnklasse damals oft nicht besetzt war. Falls es keinen Sechser gab, wurden nach Einführung der Zusatzzahl zunächst die Quoten, die für die Sechser als Ausschüttung zur Verfügung standen, unter den Gewinnern aufgeteilt, die fünf Gewinnzahlen sowie die Zusatzzahl richtig getippt hatten. Falls es jedoch einen Sechser gab, war die Zusatzzahl bedeutungslos. Bald wurden jedoch die Überschüsse, die wegen der Gewinnbeschränkung in der Gewinnklasse I entstanden, unter denjenigen Spielern verteilt, die fünf Gewinnzahlen und die Zusatzzahl richtig getippt hatten. Ohne Überschuss in Gewinnklasse I brachte die Zusatzzahl zunächst keinen Vorteil. Im Jahre 1962 wurde die Gewinnklasse „5 Richtige mit Zusatzzahl“ eingeführt.

1985 wurde im Zusammenhang mit der Abschaffung der Gewinnbeschränkung das **Jackpot**-System eingeführt. „Jack“ ist der amerikanische Name für den Buben im Kartenspiel. Ein Jackpot entsteht dann, wenn eine Gewinnklasse nicht besetzt ist und die dafür vorgesehene Ausschüttungssumme der Ausschüttung der gleichen Klasse in der nächstfolgenden Veranstaltung zugeschlagen wird.

Nach der Wiedervereinigung Deutschlands kam wegen der höheren Spieleinsätze ein Jackpot selten zustande. Aus diesen Grund wurde 1991 die **Superzahl** eingeführt. Als Superzahl wird aus den Zahlen 0, 1, 2, ..., 9 eine ausgespielt. Als getippte Superzahl gilt die letzte Ziffer der Losnummer auf dem Tippzettel. Gleichzeitig wurde 1991 die Gewinnklasse „3 Richtige mit Zusatzzahl“ und 1999 die Gewinnklasse „4 Richtige mit Zusatzzahl“ eingeführt. Nach verschiedenen Änderungen der Quoten wurde im Mai 1999 die Quotenverteilung so festgelegt, dass die Quoten für die erste Gewinnklasse

(6 Richtige mit Superzahl) und für die letzte Gewinnklasse (3 Richtige ohne Zusatzzahl) wesentlich erhöht wurden. Gleichzeitig wurde der Jackpot auf 11 Wochen begrenzt. Werden in einer Gewinnklasse nach 10 aufeinanderfolgenden Veranstaltungen auch in der nächstfolgenden Veranstaltung keine Gewinne ermittelt, so wird in dieser Veranstaltung die Gewinnsumme dieser Klasse der nächstniedrigeren Gewinnklasse zugeschlagen.

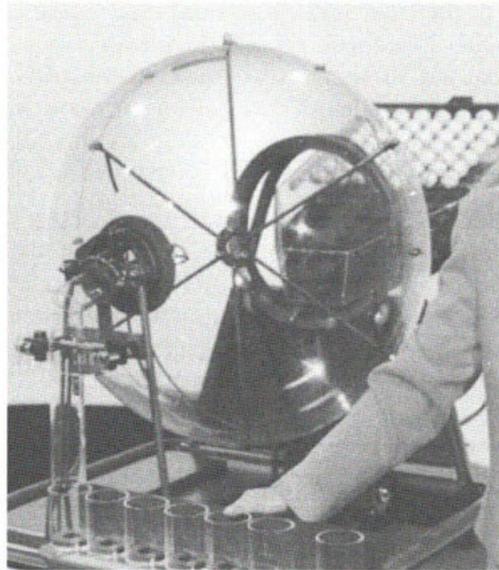
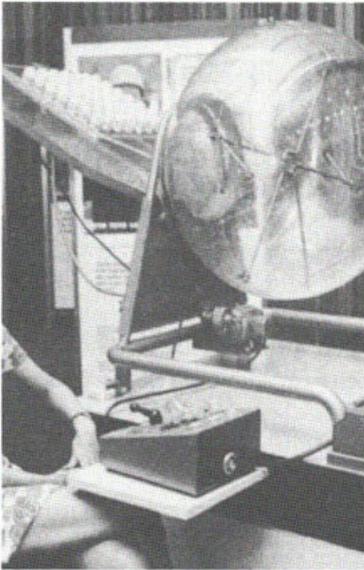
Seit 1982 gibt es das **Mittwochslo**to. Zunächst wurden aus 38 Zahlen sieben Gewinnzahlen gezogen. Es handelte sich also um das Spiel „7 aus 38“. Der Einsatz pro Spiel betrug zunächst 50 Pfennig. 1986 wurde es auf die heutige Form „6 aus 49“ umgestellt. Mit einem Einsatz von 1 DM nahm dabei jede abgegebene Reihe gleichzeitig an den beiden unabhängigen Ziehungen A und B teil. Die Quoten wurden zunächst für beide Ziehungen getrennt berechnet. 1995 wurden für das Mittwochsloto zwei verschiedene Superzahlen eingeführt, die gleichzeitig für beide Ziehungen gewertet werden. Der Spieleinsatz für eine Reihe, die weiterhin an beiden Ziehungen teilnahm, wurde auf 1,25 DM erhöht. Gleichzeitig wurden auch die Gewinnquoten für beide Ziehungen zusammengelegt.

In den vergangenen Jahren führten die einzelnen Länder zu verschiedenen Zeitpunkten das **Online-Verfahren** ein. Dadurch wurde jeweils die direkte Verbindung zwischen den einzelnen Annahmestellen und dem Zentralcomputer des Bundeslandes hergestellt. Die Spielscheine werden von einem Terminal eingelesen und sofort an den Zentralcomputer weitergeleitet. Dabei werden die vom Spieler ausgefüllten Tippzettel gleichzeitig auf Korrektheit überprüft. Fehlermeldungen mit möglichen Korrekturen garantieren den Ausdruck eindeutig festgelegter Tippreihen mit jeweils genau sechs abgegebenen Zahlen. Mit Hilfe eines Zufallszahlengenerators können auch **Quicktipps** abgegeben werden, die zufällig ausgewählt werden. Durch die Einführung des Online-Systems konnte der Annahmeschluss auf einen späteren Zeitpunkt festgesetzt werden.

## 2. Ausspielungsmodus

### 2.1. Lotto am Samstag

Bei der Ausspielung „Lotto am Samstag“ werden mit Hilfe des Ziehungsgerätes von den Zahlen (Kugeln) 1 bis 49 sechs zufällig ausgewählt. Dabei spielt die Reihenfolge, in der die einzelnen Zahlen gezogen werden, keine Rolle. Das Ergebnis der Ziehung besteht also aus 6 verschiedenen Zahlen, die der Größe nach geordnet werden. Zusätzlich wird eine Zusatzzahl gezogen. Anschließend wird noch eine Superzahl aus den Zahlen 0, 1, ..., 9 ausgespielt.

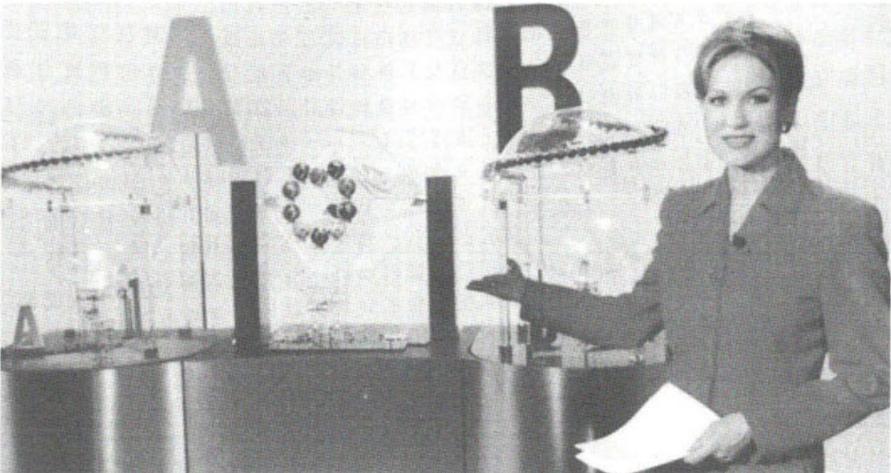


Beispiel:

Gewinnzahlen: 4 8 11 17 19 37; Zusatzzahl: 48; Superzahl: 3.

## 2.2. Lotto am Mittwoch

Beim Lotto am Mittwoch werden in den Ziehungen A und B jeweils unabhängig voneinander 6 Gewinnzahlen sowie jeweils eine Zusatzzahl gezogen. Dazu kommen noch zwei verschiedene Superzahlen, die sowohl für die Ziehung A als auch für die Ziehung B, also für beide Ziehungen gleichzeitig, gewertet werden. Falls zusätzlich zu den 6 Richtigen die Endziffer der Losnummer mit einer der beiden gezogenen Superzahlen übereinstimmt, wird aus dem Sechser ein Sechser mit Superzahl.



Beispiel:

Ziehung A: Gewinnzahlen: 12 16 24 25 39 44; Zusatzzahl: 9;

Ziehung B: Gewinnzahlen: 8 12 19 29 37 41; Zusatzzahl: 43.

Superzahlen: 2 und 7 (gleichzeitig für beide Ziehungen).

### 3. Spielregeln beim Zahlenlotto

Zum Mitspielen benutzt man in der Regel einen Lotto-Schein. In den meisten Bundesländern sind die 49 Zahlen eines jeden Tippfeldes quadratisch angeordnet. Jedes einzelne Feld besteht dann aus 7 Zeilen und 7 Spalten mit jeweils 7 Zahlen. Auf jedem Schein befinden sich 12 Tippfelder (Spiel 1 bis Spiel 12). In jedem Einzelfeld können sechs beliebige Zahlen angekreuzt werden. Für das Lotto am Samstag beträgt der Einsatz für jede Reihe zur Zeit (Stand September 1999) für die Teilnahme an einer Ziehung 1,50 DM, für das Lotto am Mittwoch nimmt jede Reihe bei einem Einsatz von 1,25 DM gleichzeitig an beiden Ziehungen A und B teil. Hinzu kommen noch Bearbeitungsgebühren.

**Lotto am Samstag**  
Normalschein 6 aus 49

**TOTO LOTTO**

Losnummer: 6777020

Spiel 77:  ja  nein

SUPER 6:  ja  nein

Laufzeit: 0311100125

Bitte wichtige Vertragsregelungen auf der Rückseite beachten!

Nach dem Ausfüllen wird der Tippzettel in einer der Annahmestellen mit Hilfe des Online-Verfahrens eingeleitet und direkt an den Zentralcomputer weitergeleitet. Die übertragenen Zahlen werden zusammen mit einem Beleg ausgedruckt. Die Mühe des Ausfüllens eines Lotto-Zettels kann man sich dadurch ersparen, dass auf Wunsch des Teilnehmers die Lotto-Gesellschaft

über den **Quicktipp** mit Hilfe eines Zufallszahlengenerators Tippreihen vergibt. Der gleiche Tippzettel kann auch für mehrere Wochen abgegeben oder wiederholt eingelesen werden. Als getippte Superzahl gilt die letzte Ziffer der auf dem Tippzettel bzw. Spielabschnitt aufgedruckten Losnummer. Falls beim Einlesen des Tippzettels ein Kreuzchen nicht eindeutig einer Zahl zugeordnet werden kann, erscheint eine Fehlermeldung mit Korrekturmöglichkeit. Eine Fehlermeldung gibt es auch, wenn in einer Reihe weniger oder mehr als sechs Zahlen angekreuzt sind. Hier gibt es zwei Möglichkeiten für die Fehlerbeseitigung:

1. Fehlende Zahlen können selbst eingegeben werden oder von den zuviel getippten Zahlen können beliebige weggenommen werden, bis die Reihe aus genau 6 Zahlen besteht.

2. Falls die teilnehmende Person es wünscht, können die Korrekturen auf Anweisung direkt durch das Lesegerät vorgenommen werden. Dies geschieht durch folgende Vorschrift:

Wenn in einem Feld mehr als 6 Zahlen getippt sind, werden nur die ersten 6 Zahlen der getippten Reihe übernommen.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Hier sind 7 Zahlen angekreuzt.

Die letzte Zahl 48 gilt als nicht gespielt.

Die angekreuzte Reihe wird automatisch gewertet als 2 10 19 31 37 40.

Sind in einem Zahlenfeld weniger als sechs Zahlen angekreuzt, so werden ohne eigenen Korrekturwunsch die fehlenden Zahlen von der höchsten gespielten Zahl an in aufsteigender Reihenfolge fortlaufend ergänzt. Falls dies nicht möglich sein sollte (z. B. wenn die 49 getippt wurde), so werden die fehlenden Zahlen durch die höchsten nicht gespielten Zahlen ergänzt.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

In der linken Reihe ist eine Zahl zu wenig getippt. Sie wird automatisch ergänzt durch die 41 (Nachfolger von 40). In der mittleren Reihe fehlen zwei Zahlen. Diese Reihe wird ergänzt durch die beiden Zahlen 49 und 47. Die rechte Reihe wird durch die drei Zahlen 48 47 46 ergänzt.

Da spätere Reklamationen nicht mehr berücksichtigt werden können, sollten Sie die ausgedruckten Zahlen mit denen auf dem Lotto-Zettel unbedingt vergleichen und Unstimmigkeiten sofort klären.

Die genauen Spielbedingungen können Sie in den Teilnahmebedingungen nachlesen, die in jeder Annahmestelle kostenlos erhältlich sind.

#### 4. Gesamtanzahl aller möglichen Reihen

Jeder Person, die Lotto spielt, ist bekannt, dass es sehr viele verschiedene Tippmöglichkeiten gibt. Die genaue Anzahl aller möglichen Tippreihen soll mit Hilfe einer mathematischen Formel hergeleitet werden. Wer sich für die Herleitung der Formel nicht interessiert, kann sie überlesen.

Beim Ausfüllen einer Tippreihe kann für das erste Kreuzchen eine von den 49 Zahlen  $1, 2, \dots, 48, 49$  ausgewählt werden. Als Beispiel wählen wir die Zahl 21.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Für die Auswahl der ersten Zahl gibt es insgesamt 49 Möglichkeiten.

Für die Auswahl der zweiten Zahl bleiben nach der Auswahl der ersten Zahl noch 48 Möglichkeiten übrig, nämlich alle Zahlen mit Ausnahme der bereits getippten Zahl. Zu jeder der 49 Auswahlmöglichkeiten für die erste Zahl gibt es also 48 Auswahlmöglichkeiten für die zweite Zahl. Daher kann man die ersten beiden Zahlen auf  $49 \cdot 48 = 2352$  verschiedene Möglichkeiten auswählen. Wir wählen die Zahl 13. Hätten wir aber zuerst die 13 und danach die 21 gewählt, so hätte das auf dem Tippschein zur gleichen Zahlenkombination geführt. Verschiedene Auswahlmöglichkeiten, die zum gleichen Ergebnis führen, werden bei dem von uns benutzten Zählmodell zunächst als verschieden mitgezählt. In Wirklichkeit erhalten wir jedoch bei dieser Rechnung eine zu große Anzahl. Nach der Auswahl aller sechs Zahlen werden wir dies in der Formel korrigieren.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Insgesamt gibt es unter Berücksichtigung der Auswahlreihenfolge  $49 \cdot 48 = 2\,352$  verschiedene Zahlenpaare.

Für die Auswahl der dritten Zahl gibt es noch 47 Möglichkeiten. Wir wählen die Zahl 36.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Unter Berücksichtigung der Reihenfolge gibt es  $49 \cdot 48 \cdot 47 = 110\,544$  Auswahlmöglichkeiten für 3 Zahlen.

Für die vierte Zahl verbleiben noch 46 Auswahlmöglichkeiten. Wir wählen die Zahl 1.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Unter Berücksichtigung der Reihenfolge gibt es für 4 Zahlen  $49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 = 5\,085\,024$  Auswahlmöglichkeiten.

Für die Auswahl der fünften Zahl bleiben noch 45 Möglichkeiten übrig. Wir wählen die Zahl 2.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Für 5 Zahlen gibt es unter Berücksichtigung der Reihenfolge  $49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 = 228\,826\,080$  Auswahlmöglichkeiten.

Für die Auswahl der letzten Zahl gibt es schließlich noch 44 Auswahlmöglichkeiten. Wir wählen die Zahl 41.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Unter Berücksichtigung der Auswahlreihenfolge gibt es für 6 Zahlen insgesamt  
 $49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 = 10\,068\,347\,520$   
 verschiedene Auswahlmöglichkeiten.

Unser Beispiel ergibt die Tippreihe

1 2 13 21 36 41.

Falls man jedoch der Reihe nach die Zahlen 36, 1, 21, 41, 13, 2 ankreuzt, erhält man die gleiche Tippreihe. Aus diesem Grund muss es wesentlich weniger Tippreihen geben als die oben angegebene Anzahl 10 068 347 520.

Gesucht ist zunächst die Anzahl der oben durchgeführten Auswahlmöglichkeiten, die zu der gleichen Tippreihe 1 2 13 21 36 41 führen. Um diese Tippreihe zu erhalten, muss zuerst eine dieser 6 Zahlen ausgewählt werden, danach eine der restlichen 5 Zahlen, dann eine der übriggebliebenen 4 Zahlen usw. Unter Berücksichtigung der Reihenfolge der ausgewählten Zahlen gibt es somit

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

verschiedene Auswahlmöglichkeiten, welche die gleiche Tippreihe 1 2 13 21 36 41 ergeben. Für jede andere Reihe erhält man gleich viele Auswahlmöglichkeiten. Division der oben berechneten Anzahl durch 720 liefert die gesuchte Anzahl aller möglichen Tippreihen. Insgesamt gibt es somit

$$\frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{10\,068\,347\,520}{720} = 13\,983\,816,$$

also fast 14 Millionen verschiedene Tippreihen. So viele Reihen müsste man abgeben, um garantiert 6 Richtige zu haben.

Für diesen Zahlenwert wird in der Mathematik das Symbol  $\binom{49}{6}$  eingeführt. Verbal nennt man dieses Symbol „49 über 6“. Es heißt Binomialkoeffizient. Die Berechnung eines Binomialkoeffizienten ist sehr einfach. Im Nenner steht das Produkt der Zahlen 1 bis 6, im Zähler steht ein Produkt aus sechs Zahlen. Dabei beginnt man mit 49 und erniedrigt jeden nachfolgenden Faktor um eine Einheit.

Insgesamt gibt es

$$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 13\,983\,816,$$

also fast 14 Millionen verschiedene Tippreihen (Tippmöglichkeiten).

In Zukunft werden wir immer wieder von 14 Millionen Tippmöglichkeiten sprechen, also den auf ganze Millionen gerundeten Wert angeben. Sie wissen dann, dass damit der genaue Wert 13 983 816 gemeint ist. Um garantiert einen Sechser zu haben, müsste man sämtliche 13 983 816 möglichen Tippreihen gleichzeitig abgeben.

Aufgrund der Art des Ziehungsgerätes und des Ausspielungsmodus kann man davon ausgehen, dass jede der 13 983 816 möglichen Tippreihen bei jeder einzelnen Ausspielung die gleiche Chance hat, als Gewinnreihe gezogen zu werden. Dann lautet die Chance, dass eine bestimmte Reihe ausgespielt wird, 1:13 983 816, also fast 1 zu 14 Millionen. Diese Aussage gilt allerdings nur, wenn die Chancengleichheit aller Reihen gewährleistet ist. Die Zahl  $\frac{1}{13\,983\,816} = 0,000000071511238$  ist die sogenannte Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine fest vorgegebene Reihe bei einer einzelnen Ausspielung als Gewinnreihe gezogen wird. Diese Aussage ist allerdings nur dann richtig, wenn gewährleistet ist, dass alle fast 14 Millionen möglichen Reihen tatsächlich die gleiche Chance besitzen. Man sagt auch: „Alle Reihen sind gleichwahrscheinlich“. Aus der Wahrscheinlichkeit kann die Chance sehr einfach bestimmt werden. Aus dem reziproken Wert der Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{0,000000071511238} = 13\,983\,816$  erhält man die Chance, dass eine bestimmte Reihe die Gewinnreihe wird, in der Form 1:13 983 816.

Im Ziehungsgerät befinden sich 49 gleichartige Kugeln, die mit den Zahlen 1 bis 49 beschriftet sind. Falls alle Kugeln gleich schwer sind, kann wohl davon ausgegangen werden, dass bei einer Ziehung jede Kugel im Ziehungsgerät die gleiche Chance besitzt, gezogen zu werden. Dann hat aber jede der fast 14 Millionen Tippreihen die gleiche Chance. Dass manche Zahlen bisher öfter, andere dagegen seltener ausgespielt wurden, ist einzig und allein auf den Zufall zurückzuführen. Auf den Kugeln sind die Zahlen aufgedruckt. Wegen der unterschiedlichen Größen der Zahlen könnten die Gewichte der Kugeln verschieden groß sein. So wird für die Zahl 49 mehr Farbe benötigt als für die Zahl Eins. Der darauf zurückzuführende Chancenunterschied wäre jedoch so gering, dass er statistisch gar nicht bemerkbar sein dürfte. Der exakte Nachweis der Chancengleichheit aller Reihen kann letztendlich nur mit Hilfe statistischer Tests durchgeführt werden.