



Mikroökonomische Theorie des Haushalts

Von
Dr. Karl-Heinz Moritz

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Moritz, Karl-Heinz:

Mikroökonomische Theorie des Haushalts / von Karl-Heinz

Moritz. – München ; Wien : Oldenbourg, 1993

ISBN 3-486-22590-1

© 1993 R. Oldenbourg Verlag GmbH, München

Das Werk einschließlich aller Abbildungen ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Bearbeitung in elektronischen Systemen.

Gesamtherstellung: R. Oldenbourg Graphische Betriebe GmbH, München

ISBN 3-486-22590-1

Vorwort

Mit dem vorliegenden Buch wird der Versuch unternommen, die statischen Modelle der mikroökonomischen Haushaltstheorie systematisch darzustellen. Dabei wird bei der Analyse der einzelnen Modelle jeweils folgender Weg beschritten: Zu Beginn der Modellanalyse wird zunächst das Problem, für das das vorliegende Modell eine Lösung zu finden versucht, dargestellt. Anschließend werden die unterstellten Modellannahmen dargelegt. Aus den Modellannahmen lassen sich die Bedingungen für ein Haushaltsgleichgewicht herleiten. Durch Veränderungen der exogenen Variablen werden dann Hypothesen aus den Modellen abgeleitet, unter denen die Modelle empirisch überprüfbar sind.

Darauf folgend werden Anwendungsmöglichkeiten der Modelle auf wirtschaftspolitische Fragestellungen aufgezeigt. Den Abschluß einer jeden Modelldarstellung bildet eine kritische Betrachtung bzw. eine kritische Auseinandersetzung mit der üblicherweise in der Literatur zu findenden Modellkritik. Ein großes Anliegen des Verfassers besteht darin, aufzuzeigen, daß die mikroökonomische Haushaltstheorie häufig, wenn nicht sogar regelmäßig, ungerechtfertigt kritisiert wird.

Im Mittelpunkt der Modellanalyse steht die Grenzrate der Substitution, deren ökonomisches Potential in den Lehrbuchdarstellungen nach Meinung des Verfassers bisher nicht hinreichend erfaßt worden ist. Die Vorteile einer solchen Vorgehensweise sind folgende: Die Ergebnisse aus der formalen Analyse sind unmittelbar ökonomisch interpretierbar. Insbesondere wird durch die Verwendung der Grenzrate der Substitution innerhalb der komparativen Statik die Gefahr vermieden, kardinale Nutzenkonzepte dort zu verwenden, wo sie nicht notwendig sind. Schließlich vereinfacht sich der Rechenaufwand im Rahmen der komparativen Statik, da durch die direkte Verwendung der Grenzrate der Substitution eine endogene Variable sowie eine Gleichung entfällt.

Das vorliegende Lehrbuch wendet sich an Studenten der Wirtschaftswissenschaften im Grund- und Hauptstudium. Es resultiert aus an der Universität-Gesamthochschule-Essen gehaltenen Lehrveranstaltungen des Verfassers.

Für die geführten kritischen fachlichen Diskussionen möchte ich mich bei Herrn Professor Dr. Dieter Spaetling sowie bei Herrn AOR Dr. Walter Assenmacher besonders bedanken. Die verschiedenen Fassungen des Manuskriptes wurden von Frau Diplom-Volkswirtin Birgit Schuknecht, die zugleich die Abbildungen und das Stichwortverzeichnis anfertigte, Frau Diplom-Kauffrau Regina Simon-Knocke, Herrn Diplom-Volkswirt Alfred Spielkamp, Frau cand. rer. pol. Eva Hilger und Herrn cand. rer. pol. Andreas Blaeser mit großer Aufmerksamkeit durchgesehen. Besonders danken möchte ich weiterhin Frau Dr. Gabriele Stümper, die dem Manuskript eine sorgfältige stilistische Überarbeitung angedeihen ließ, sowie Herrn Diplom-Volkswirt Rolf Dennes, der mir mit seinen umfangreichen Informatikkentnissen zur Seite stand.

Schließlich gilt mein Dank den Sekretärinnen Frau Susanne Neumann, Frau Sigrid Ritterberger sowie Frau Marlies Winkler, die die verschiedenen Fassungen des Manuskriptes angefertigt haben.

Die verbleibenden Mängel gehen selbstverständlich zu meinen Lasten.

Karl-Heinz Moritz

Verzeichnis der wichtigsten Variablen

A:	Arbeitszeit	N:	Mindestkalorien
b:	Koeffizient	p_j :	Preis des Marktgutes X_j
B:	Besitzeinkommen	P:	Ausgaben
C:	Konsumzeit	q_j :	Menge der Qualität Q_j
d_j :	Menge des finalen Gutes D_j	Q:	Qualität
D_j :	finale Gut	R:	Ausgaben
e:	Geldkoeffizient	s:	Rückerstattung
E:	Erlöse	S:	Sortiment
EE:	Einkommenseffekt	SE:	Substitutionseffekt
f_j :	partieller Grenznutzen	t:	Verbrauchssteuersatz
F:	Freizeit	T:	Zeit
G:	geränderte Hesse Matrix	U:	Nutzenindex
GOK:	Grenzopportunitätskosten	w:	Lohnsatz
GRS:	Grenzrate der Substitution	x:	Menge eines Marktgutes
H:	Systemmatrix	X:	Marktgut
I:	Index	y:	Einkommen eines Haushalts
J:	Anzahl der Güter	Y:	Einkommen aller Haushalte
K:	Kosten	z:	Niveau der Eigenschaft Z
KEE:	Kreuzeinkommenseffekt	Z:	Eigenschaft
KSE:	Kreuzsubstitutionseffekt	ε :	Elastizität
L:	Lagrange-Funktion	λ :	Lagrange-Multiplikator
m:	Homogenitätsgrad	Ω :	Steuereinnahmen
M:	Fahrzeit	π :	Gesamtpreis
		μ :	Proportionalitätsfaktor

Detaillierte Inhaltsübersichten der einzelnen Kapitel finden sich zu Beginn der Teile I. bis VI.

Vorwort	V
Verzeichnis der wichtigsten Variablen	VII
I. Einführung.....	I
II. Die Präferenzordnung eines Individuums.....	11
A. Überblick	11
B. Definitionen.....	11
C. Darstellungsmöglichkeiten von Präferenzordnungen	12
D. Kardinale versus ordinale Nutzentheorie	28
E. Annahmen bezüglich des Präferenzsystems	35
III. Das traditionelle Haushaltsmodell.....	47
A. Überblick	47
B. Annahmen	48
C. Das Haushaltsgleichgewicht	52
D. Die Nachfragefunktionen.....	58
E. Anwendungen des Modells	108
F. Empirische Befunde des Konsumverhaltens privater Haushalte	118
G. Modellkritik	120
H. Zusammenfassung	125
IV. Alternative Ansätze zur Erklärung des Nachfrageverhaltens	131
A. Überblick	131
B. Interdependenzen individueller Nachfrageentscheidungen	132
C. Der Einfluß der Qualität auf das Nachfrageverhalten.....	141
D. Alternative Erklärungen einer positiv geneigten Nachfragekurve.....	170
V. Partielle Arbeitsangebotstheorie	179
A. Einführung	179
B. Der empirische Befund	179
C. Ein mikroökonomisches Modell zur partiellen Untersuchung des Arbeitsangebot-Niveaus: Der Einkommens-Freizeit-Ansatz	182
D. Das Strukturproblem der Arbeitszeit: Die Wahl der Arbeitsart	222

VI. Simultane Lösung des Güternachfrage- und Arbeitsangebots-	
verhaltens	229
A. Überblick	229
B. Der Güter-Freizeit-Ansatz	229
C. Die simultane Bestimmung von Güternachfrage und Arbeitsangebot des Haushalts: Der Konsumzeit-Ansatz	234
D. Haushaltsproduktionszeit und Arbeitsangebot: Das Becker-Modell.....	276
E. Simultane Bestimmung von Güternachfrage, Arbeitszeit, Konsumzeit und Hausarbeitszeit:Das Modell von Gronau	294
Literaturverzeichnis.....	315
Stichwortverzeichnis.....	327

I. Einführung

Das grundlegende ökonomische Problem des Wirtschaftens resultiert aus der Diskrepanz zwischen den unbegrenzten Bedürfnissen der Menschen und den zur Befriedigung dieser Bedürfnisse begrenzt zur Verfügung stehenden Mitteln. Beispiele für Bedürfnisse sind Schlafen, Essen, Trinken usw. Diese Diskrepanz zwischen den begrenzten Gütern und den unbegrenzten Bedürfnissen läßt sich darauf zurückführen, daß die Güter bzw. Ressourcen, mit deren Hilfe die Bedürfnisse eines Individuums befriedigt werden können, unabhängig vom jeweiligen Wirtschaftssystem knapp sind. Der Grund für die hier angesprochene Knappheit liegt einmal darin, daß die Natur die Güter nicht in ausreichendem Maße zur Verfügung stellt und zum anderen, daß die Zeit, die den Menschen zum Konsum zur Verfügung steht, begrenzt ist. Aus dem hier geschilderten Knappheitsproblem leitet sich das Ziel des Wirtschaftens ab. Darunter versteht man die planvolle menschliche Tätigkeit, die den Grad an Bedürfnisbefriedigung unter den gegebenen Ressourcen zu maximieren versucht. Bezüglich der Problematik des Wirtschaftens treten folgende Fragestellungen auf.

(1) Das Allokationsproblem

Unter **Allokation** versteht man die Art und Weise, **wie** die Ressourcen in die Produktion eingesetzt werden. Wir haben oben erwähnt, daß das Ziel des Wirtschaftens in der Verringerung der Diskrepanz zwischen den unbegrenzten Bedürfnissen und den knappen Ressourcen besteht. Von einer **optimalen Faktorallokation** sprechen wir, wenn

- (a) die gegebenen Ressourcen so in die Produktion eingesetzt werden, daß ein Maximum an Output entsteht (**Maximumprinzip**). Dies bedeutet, daß die Produktionsmenge eines Gutes nicht mehr ausgedehnt werden kann, ohne daß die Produktionsmenge eines anderen Gutes verringert werden muß.
- (b) ein vorgegebener Output mit dem geringst möglichen Ressourceneinsatz produziert wird (**Minimumprinzip**).

(2) Das Distributionsproblem

Da die Güter knapp sind, können die Menschen ihre Bedürfnisse nicht umfassend befriedigen. Die Menschen stehen bezüglich der Güterverteilung im Wettbewerb zueinander. In jedem Wirtschaftssystem muß daher die Frage geklärt werden, **welche** Güter in welcher Menge für **wen** produziert werden sollen. Aus diesem Grunde ist ein Diskriminierungsmechanismus zur Verteilung der knappen Güter erforderlich.

Die Lösung der geschilderten Probleme erfolgt in der **Marktwirtschaft** über den Preis. Am Markt kommen nur diejenigen Konsumenten zum Zuge, die bereit sind, die entsprechenden Preise zu bezahlen. Die Anbieter stehen bei funktionsfähigem Wettbewerb in Konkurrenz zueinander. Ineffiziente Produktionsverfahren, die gegen das Maximum- bzw. Minimumprinzip verstoßen, führen zu höheren Kosten, was bei funktionsfähigem Wettbewerb zu einem Ausscheiden der betreffenden Unternehmen oder zur Anwendung der kostengünstigeren Produktionstechnik führt.

Neben der Allokations- und Verteilungsfunktion erfüllt der Preis weitere wichtige Funktionen. Der Preis bringt Angebot und Nachfrage zum Ausgleich und räumt den Markt. Man spricht daher von der **Markträumungsfunktion** des Preises. Liegt der Preis oberhalb des Gleichgewichtspreises,¹⁾ dann wird mehr nachgefragt als angeboten. Die einzelnen nicht zum Zuge gekommenen Nachfrager werden dementsprechend höhere Preise bieten. Durch einen Anstieg des Preises sinkt die nachgefragte Menge bei gleichzeitigem Anstieg der angebotenen Menge, so daß der Nachfrageüberhang reduziert wird. Der Preissteigerungsprozeß ist im Gleichgewicht abgeschlossen.

Weiterhin können Konsumenten und Produzenten aus der Höhe des Preises unmittelbar auf die Knappheit der betrachteten Güter schließen. Außerdem zeigen Preisänderungen Veränderungen des Knappheitsgrades der Güter an. Der Preis liefert also Informationen für die Anpassung der Marktteilnehmer an geänderte Situationen. Daher spricht man von der **Informations-** bzw. **Signalfunktion** des Preises. Durch die Veränderung der Preise und der damit verbundenen Gewinnänderungen werden Anreize geschaffen, bestimmte Produkte verstärkt zu produzieren bzw. bei anderen Produkten die Produktion einzuschränken. Der Preis bestimmt also hier **was** und **wieviel** von einem Gut produziert werden soll. Man spricht daher auch von der **Lenkungsfunktion** des Preises.

Die Preisbildung erfolgt in kapitalistischen Marktwirtschaften²⁾ auf Märkten, wobei ein **Markt** durch das Aufeinandertreffen von Angebot und Nachfrage gekennzeichnet ist.

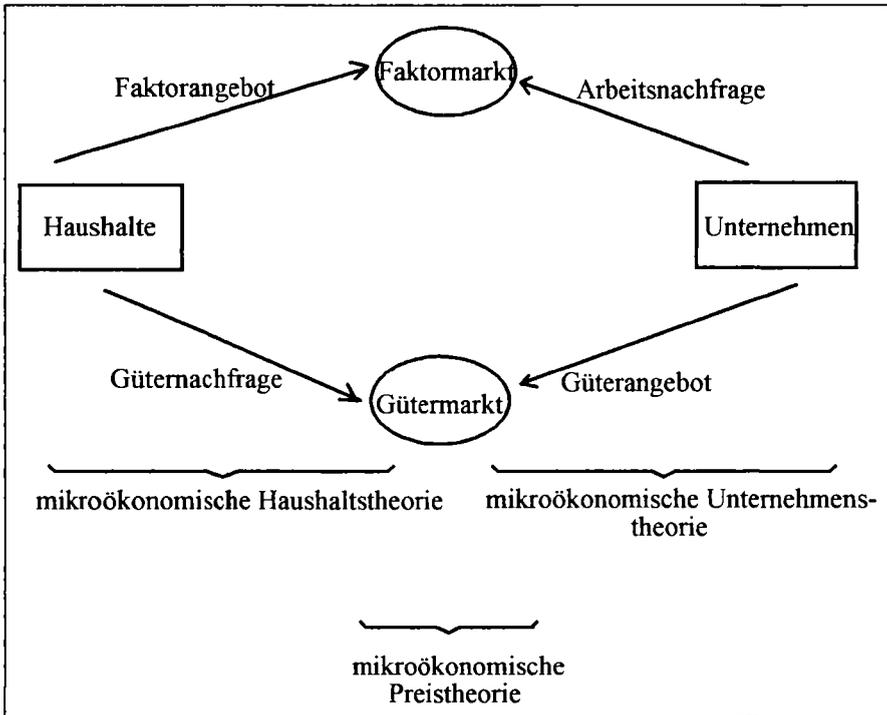
Wir können, wie in der Übersicht 1 dargestellt, zwei Arten von Märkten unterscheiden. Zur Produktion von Konsumgütern werden Ressourcen, z.B. Arbeit und Kapital, benötigt. Die Märkte, auf denen die Ressourcen gehandelt werden, bezeichnen wir als **Faktormärkte**. Dementsprechend kennzeichnen wir Märkte, auf denen die zum Konsum verwendbaren Güter gehandelt werden, als **Konsumgütermärkte**.

Die Zielsetzungen der **mikroökonomischen Preistheorie** bestehen in der Herleitung von

- (1) Aussagen über die Existenz und Stabilität von Gleichgewichten,
- (2) Aussagen über das Niveau der Preise, Mengen und Kosten zur Gewinnung von Implikationen über die Allokation und die Einkommensverteilung,
- (3) Anpassungsprozessen bei Datenänderungen,
- (4) Prognosen über die wirtschaftliche Entwicklung einzelner Sektoren.

1) Ein Gleichgewichtspreis liegt dann vor, wenn bei diesem Preis die Pläne der Anbieter und Nachfrager in Erfüllung gehen.

2) Als kapitalistisch werden Wirtschaftssysteme bezeichnet, in denen überwiegend Privateigentum an den Produktionsmitteln garantiert wird.



Übersicht 1: Der einfache Wirtschaftskreislauf

Voraussetzung für diese Analyse sind Kenntnisse bezüglich der Einflußgrößen von Angebot und Nachfrage auf den einzelnen Märkten. Die Haushalte bieten die in ihrem Besitz befindlichen Faktoren auf den Faktormärkten an. Zu diesen Faktoren gehört neben dem Geldvermögen die Zeit, die als Arbeitszeit genutzt werden kann. Aus diesem Faktorangebot fließen Einkommen, aus denen die Konsumgüternachfrage finanziert werden kann. Die Unternehmen produzieren Waren und Dienstleistungen und verkaufen diese auf den (Konsum-) Gütermärkten. Die daraus resultierenden Einnahmen können zur Finanzierung der für die Produktion notwendigen Produktionsfaktoren, u.a. die menschliche Arbeitskraft, genutzt werden. Die Funktion der **mikroökonomischen Theorie des Haushalts** als Teildisziplin der Mikroökonomie besteht in der Analyse des Güternachfrage- und Faktorangebotsverhaltens individueller Haushalte. Unter dem Begriff **Haushalt** verstehen wir ein Gebilde, in dem Entscheidungen von nur einer Person getroffen werden. Dadurch werden Entscheidungsprobleme von Mehrpersonenhaushalten vernachlässigt.³⁾ Aus diesem Grunde werden wir die Begriffe Individuum und Haushalt als Synonyme ansehen. Erkenntnisgegenstand der mikroökonomischen Haushaltstheorie ist aber *nicht*, den Haushalten konkrete Entscheidungshilfen für ihre tägli-

3) Zu den Problemen von Entscheidungen bei Mehrpersonenhaushalten siehe die grundlegende Arbeit von Arrow (1963).

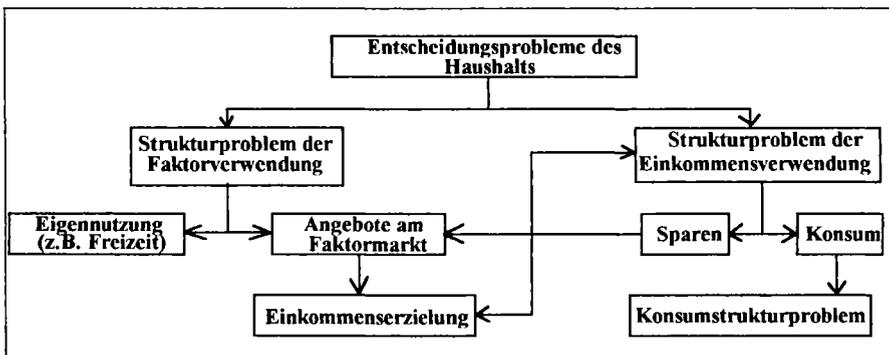
chen Probleme zukommen zu lassen. Die mikroökonomische Theorie ist daher eine *positive und keine normative* Theorie.

Die **positive Theorie** befaßt sich mit der Fragestellung, was ist bzw. sein wird, wenn bestimmte Bedingungen herrschen oder Bedingungen sich verändern. Die Aussagen einer positiven Theorie sind so zu formulieren, daß sie an Hand beobachtbarer Tatsachen oder Entwicklungen widerlegbar (falsifizierbar) sind.⁴⁾ Damit theoretische Aussagen einen empirischen Gehalt besitzen, muß immer mindestens ein mögliches Ereignis ausgeschlossen werden. Aussagen der Form "Wenn der Hahn kräht auf dem Mist, dann ändert sich das Wetter, oder es bleibt wie es ist" sind, da sie immer eintreten, inhaltlich bedeutungslos.

Normative Theorien beschäftigen sich mit den Fragen danach, was sein soll. Die Aussagen einer normativen Theorie stellen *immer* Handlungsanweisungen dar. Dabei hängen normative Aussagen von individuellen Werturteilen ab. Werturteile können jedoch nicht objektiv begründet werden.

Kehren wir nun zu der weiteren Beschreibung der Aufgaben der mikroökonomischen Theorie zurück. Die Ergänzung der mikroökonomischen Haushaltstheorie bildet die **mikroökonomische Unternehmenstheorie**, in der das Güterangebots- und Faktornachfrageverhalten der Unternehmen hergeleitet werden.

In dem hier vorliegenden Lehrbuch werden ausschließlich die Verhaltensweisen der Haushalte auf den Güter- und Faktormärkten untersucht. Die damit verbundenen Entscheidungsprobleme, mit denen sich ein Haushalt konfrontiert sieht, können anhand der Übersicht 2 erläutert werden.



Übersicht 2: Entscheidungsprobleme des Haushalts

Als erstes stellt sich die Frage, wie der Haushalt die in seinem Besitz verfügbaren Fak-

4) Dieses Kriterium geht auf Popper (1934) zurück und wird daher auch als "Popper-Kriterium" bezeichnet. vgl. Popper (1971) S. 59 (1.Auflage 1934).

toren verwendet. So kann er die ihm verfügbare Zeit als Freizeit oder als Arbeitszeit, das ihm verfügbare Kapital zum Konsum oder als Anlage auf dem Kapitalmarkt nutzen. Dieses Problem bezeichnen wir als **Strukturproblem der Faktorverwendung**. Aus dem Faktorangebot resultiert ein bestimmtes Einkommen. Dieses Einkommen kann der Haushalt zur Ersparnisbildung oder zum Konsum verwenden. Wir nennen dieses Entscheidungsproblem **Strukturproblem der Einkommensverwendung**. Die Ersparnis führt über das Angebot am Kapitalmarkt in den folgenden Perioden zu einer Einkommenserhöhung. Ist über den zum Konsum verwendbaren Einkommensanteil entschieden, stellt sich die Frage nach der Aufteilung dieses Geldbetrages auf unterschiedliche Güter. Wir definieren dieses Problem als **Konsumstrukturproblem**.

Die in diesem Buch vorgestellten Modelle können anhand der Übersicht 2 strukturiert werden. Die in den Kapiteln III und IV untersuchten Modelle beschäftigen sich ausführlich mit der Frage des Konsumstrukturproblems. Im Mittelpunkt steht die Herleitung der Eigenschaften der direkten Güternachfragefunktion:

$$(1) \quad x_1 = x_1(p_1; \alpha)$$

x_1 : Menge des Gutes X_1

p_1 : Preis des Gutes X_1

α : Werte weiterer Einflußgrößen

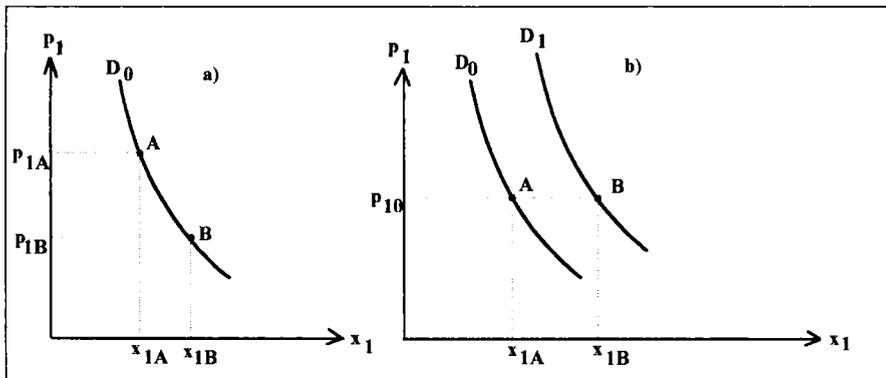


Abbildung 1: Die direkte Güternachfragefunktion

Die **direkte Güternachfragefunktion** gibt die Bereitschaft des Haushalts, bestimmte Mengen eines Gutes bei alternativen Preisen des Gutes und gegebenen Werten weiterer Einflußgrößen nachzufragen, an. Ein möglicher Verlauf der direkten Nachfragefunktion ist in der Abbildung 1a) dargestellt. Neben dem Preis des Gutes beeinflussen aber noch weitere Größen das Nachfrageverhalten, z.B. das Einkommen, die Preise anderer Güter oder der Konsum anderer Wirtschaftssubjekte. Veränderungen dieser Größen verschieben die Nachfragefunktion. Ein Beispiel für eine Nachfrageverschiebung zeigt die Abbildung 1b). In diesem Zusammenhang sei auf den Unterschied zwischen der Veränderung der nachgefragten Menge und der Veränderung der Nachfrage eingegangen. **Veränderungen der nachgefragten Menge** werden durch Preisänderungen des betrachte-

ten Gutes hervorgerufen, z.B. durch eine Preissenkung von p_{1A} auf p_{1B} , was in der Abbildung 1a) zu einer Erhöhung der nachgefragten Menge von x_{1A} auf x_{1B} führt. Spricht man dagegen von einer **Veränderung der Nachfrage**, dann ist eine Verschiebung der Nachfragefunktion gemeint. So erhöht sich in der Abbildung 1b) die Nachfrage nach dem Gut X_1 . Zu dem Preis p_{10} ist das betrachtete Individuum aufgrund der Datenänderung bereit, mehr von X_1 nachzufragen. Die in den Kapiteln III und IV im Mittelpunkt stehenden Fragen lauten:

- (1) **Wie reagiert ein Haushalt mit seiner nachgefragten Menge nach einem Gut bei einer Erhöhung des Preises des betrachteten Gutes bzw. welche Steigung hat die Güternachfragefunktion?**
- (2) **Wie verändert sich die Nachfrage eines Haushaltes, wenn andere Einflußgrößen als der Preis des betrachteten Gutes variieren bzw. wann verschiebt sich die Güternachfragefunktion?**

Die Frage nach der Einkommensentstehung und der Aufteilung des Einkommens auf Ersparnis und Konsum wird nicht beachtet, d.h. der zum Konsum verfügbare Geldbetrag wird exogen vorgegeben.

Im Kapitel V werden Modelle, die das Strukturproblem der Faktorverwendung analysieren, diskutiert, wobei die Analyse sich ausschließlich auf die Verwendung des Faktors Zeit beschränkt. Im Rahmen dieser Modelle wird ausführlich der Frage nach der Herleitung der Arbeitsangebotsfunktion nachgegangen:

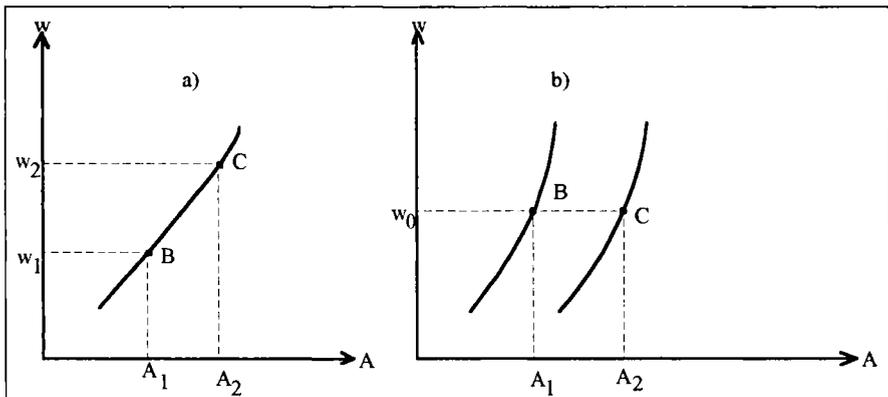


Abbildung 2: Die Arbeitsangebotsfunktion

$$(2) \quad A = A(w; \beta)$$

A: Arbeitszeit

w: Lohnsatz

β : andere Einflußgrößen

Die **Arbeitsangebotsfunktion** gibt an, wieviel Arbeitszeit ein Haushalt bei alternativen Lohnsätzen und gegebenen Werten weiterer Einflußgrößen anzubieten bereit ist. Ein möglicher Verlauf ist in der Abbildung 2a) dargestellt. Weitere Einflußmöglichkeiten des

Arbeitsangebotes sind z.B. das Besitzeinkommen oder das Arbeitsklima. Änderungen der Ausprägungen dieser Größen führen, wie in der Abbildung 2b) dargestellt, zu Verschiebungen der Arbeitsangebotsfunktion. Man spricht hier von einer **Veränderung der angebotenen Menge**, wenn der Lohnsatz variiert und von einer **Veränderung des Angebots**, wenn die Werte der anderen Einflußgrößen variieren. Mit anderen Worten: Eine Veränderung der angebotenen Menge kommt graphisch durch eine Bewegung entlang der Arbeitsangebotsfunktion, eine Veränderung des Angebots durch eine Verschiebung der Angebotsfunktion zum Ausdruck. Im Mittelpunkt des Kapitels V stehen die Fragen:

- (1) **Wie reagiert ein Haushalt mit seiner angebotenen Arbeitszeit bei einer Variation des Lohnsatzes bzw. welche Steigung hat die Arbeitsangebotsfunktion?**
- (2) **Wie verändert sich das Arbeitsangebot eines Haushaltes, wenn andere Einflußgrößen als der Lohnsatz variieren bzw. wann verschiebt sich die Arbeitsangebotsfunktion?**

Die Frage nach der Einkommensverwendung wird dabei nicht berücksichtigt.

Schließlich werden im VI. Kapitel Modelle vorgestellt, die die behandelten Aspekte der beiden ersten Ansätze verbinden. In diesen Ansätzen werden simultan Angebots- und Nachfragefunktionen abgeleitet. Modelle, die das Problem der Verwendung des Faktors Kapital zum Gegenstand haben, werden in diesem Lehrbuch nicht analysiert.⁵⁾

In allen vorgestellten Modellen wird von den gleichen Annahmen bezüglich der Präferenzordnung ausgegangen. Aus diesem Grund beginnen wir unsere Analyse im anschließenden Kapitel II mit der Untersuchung der Präferenzordnung eines Individuums.

5) siehe hierzu z.B. Henderson, Quandt (1983) S. 343 ff.

II. Die Präferenzordnung eines Individuums.....	11
A. Überblick	11
B. Definitionen	11
C. Darstellungsmöglichkeiten von Präferenzordnungen	12
1. Die Nutzenfunktion.....	12
2. Die Indifferenzkurven	13
2.1. Definitionen.....	13
2.2. Der Einfluß einer Veränderung von x_1 entlang einer Indifferenzkurve auf die Grenzrate der Substitution.....	16
2.3. Der Einfluß einer partiellen Mengenänderung auf die Grenzrate der Substitution.....	21
2.4. Der Einfluß einer proportionalen Mengenänderung auf die Grenzrate der Substitution.....	24
2.5. Die Bedeutung der Indifferenzkurvenanalyse	26
2.6. Zusammenfassung	27
D. Kardinale versus ordinale Nutzentheorie.....	28
1. Die kardinale Nutzentheorie.....	28
2. Die ordinale Nutzentheorie.....	29
E. Annahmen bezüglich des Präferenzsystems	35
1. Einführende Bemerkungen	35
2. Existenzannahmen.....	37
3. Verhaltensannahmen	37

II. Die Präferenzordnung eines Individuums

A. Überblick

Im einleitenden Kapitel wurde bereits erwähnt, daß im Mittelpunkt der Mikroökonomik die Analyse des Verhaltens von Individuen steht. Zu diesem Zweck ist es notwendig, geeignete Annahmen über die Einflußgrößen der Verhaltensweisen zu treffen. Da in den Modellen von gleichen bzw. ähnlichen Annahmen bezüglich des Präferenzsystems ausgegangen wird, erscheint es zweckmäßig, die Präferenzordnung vorab in diesem Kapitel darzustellen.

Wir werden im anschließenden Abschnitt B zunächst einige Definitionen bezüglich der Präferenzordnung treffen. Im Abschnitt C werden Möglichkeiten zur Darstellung von Präferenzfunktionen beschrieben. Im darauffolgenden Abschnitt D stellen wir kardinale und ordinale Nutzentheorien gegenüber. Schließlich werden im Abschnitt E Annahmen über die Präferenzordnung formuliert, von denen wir in den nachfolgenden Kapiteln ausgehen werden.

B. Definitionen

Zur Erklärung der Verhaltensweisen von Menschen ist die Erfassung der subjektiven Bewertungen verschiedener Güterbündel mit einem geeigneten Instrumentarium erforderlich. Ein **Güterbündel** bzw. ein **Sortiment** (S) besteht aus bestimmten Mengen mehrerer Güter, wobei wir ein **Gut** als etwas definieren, was sich ein Individuum wünscht. Hinter dem Begriff Gut verbergen sich alle möglichen materiellen und immateriellen Dinge, welchen die Eignung, Nutzen zu stiften, zugesprochen werden können. Es gibt eine Vielzahl von Möglichkeiten, die unter dem Begriff Gut subsumiert werden können, z.B. die Menge der selbst konsumierten Güter, die Menge der Güter, die andere Personen konsumieren, das Einkommen, die Freizeit, das Wetter, das Wohlbefinden anderer Leute usw.

Das Vorziehen von Güterbündeln gegenüber anderen Güterbündeln bezeichnet man als **Präferenz** und die Gesamtheit der Ordnung von Güterkombinationen nach der subjektiven Wertschätzung durch das Individuum als **Präferenzordnung**, z.B.:¹⁾

$$S_1(x_1 = 2; x_2 = 3) > S_2(x_1 = 1; x_2 = 4) > S_3(x_1 = 3; x_2 = 2)$$

In dieser Präferenzordnung werden alle Details, die die Bewertung der Güterbündel beeinflussen, mit einbezogen, wobei die unterschiedliche, durch den einzelnen Konsumenten bewertete, subjektive Befriedigung der Bedürfnisse zum Ausdruck kommt. Dabei ist zu beachten, daß eine Präferenzordnung nicht direkt beobachtbar ist, sondern ledig-

1) Die Menge eines Gutes wird mit (kleinem) x und das Gut selber mit (großem) X bezeichnet.

lich die Entscheidungen eines Individuums.

C. Darstellungsmöglichkeiten von Präferenzordnungen

Nachdem nun die Begriffe "Präferenzordnung" und "Gut" erklärt worden sind, widmen wir uns den Möglichkeiten zur Darstellung von Präferenzordnungen. Grundsätzlich existieren hierfür zwei Alternativen:

- a) die Nutzenfunktion
- b) das Indifferenzkurvensystem

1. Die Nutzenfunktion

Um Aussagen über die subjektive Wertschätzung eines Individuums treffen zu können, wird häufig mit dem Begriff Nutzen gearbeitet, wobei unter **Nutzen** das Wohlbefinden eines Menschen bzw. der Grad der Bedürfnisbefriedigung zu verstehen ist, den ein Haushalt aus der Konsumtion eines Güterbündels erfährt.²⁾ Der Nutzen gibt daher den Grad der Eignung eines Gutes zur Befriedigung menschlicher Bedürfnisse an. Der Nutzen ist in diesem Zusammenhang nichts anderes als ein abstrakter Begriff, ein analytisches Hilfsmittel, um subjektive Befriedigung auszudrücken.

Wird jedem Güterbündel ein bestimmtes Nutzenniveau zugeordnet, so erhält man die **Nutzenfunktion**, die formal durch

$$(1) \quad U = f(x_1, x_2)$$

U: Nutzenniveau

x_1 : Menge des Gutes X_1

x_2 : Menge des Gutes X_2

erfaßt werden kann.³⁾ Aus der Ableitung der Nutzenfunktion nach x_1 bzw. x_2 resultieren die partiellen Grenznutzenfunktionen bzw. die partiellen Grenznutzen:

$$(2) \quad \frac{\partial U}{\partial x_1} = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = f_1$$

$$(3) \quad \frac{\partial U}{\partial x_2} = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = f_2$$

Der **Grenznutzen** eines Gutes gibt die Nutzenänderung bei einer infinitesimalen Variation der Menge eines Gutes an, z.B. um wieviel der Nutzen beim Konsum eines Biers

2) Zur weiteren Diskussion des Nutzenbegriffs siehe z.B. Krelle (1968) S. 24 ff.; Haslett (1990) S. 65 ff.; Tietzel (1988) S. 46 f.

3) Aus Vereinfachungsgründen beschränken wir uns auf die Betrachtung des Zwei-Güter-Falls.

zunimmt.⁴⁾ Die partiellen Grenznutzen hängen von den Gütermengen x_1 und x_2 ab, so daß eine Variation der Gütermengen einen Einfluß auf die partiellen Grenznutzen ausübt. Die **zweiten partiellen Ableitungen** geben über die Veränderung des Grenznutzen eines Gutes bei Variation der Menge des betrachteten Gutes Auskunft:

$$(4) \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} = f_{11}$$

$$(5) \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} = f_{22}$$

Ist die zweite partielle Ableitung der Nutzenfunktion negativ, d.h. der Grenznutzen nimmt bei steigender Menge von x_1 ab, so bedeutet dies für unser Bierbeispiel, daß der Nutzenzuwachs jedes weiteren Glases Bier kleiner wird.

Möchte man über die Änderung des Grenznutzens eines Gutes bei einer Variation der Menge eines anderen Gutes Auskunft erhalten, so muß die **Kreuzableitung** gebildet werden. Wird berücksichtigt, daß es unerheblich ist, ob die Nutzenfunktion zunächst nach x_1 und dann nach x_2 oder zuerst nach x_2 und dann nach x_1 abgeleitet wird, folgt:

$$(6) \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_2} = f_{12} = \frac{\partial^2 U}{\partial x_2 \partial x_1} = f_{21}$$

Eine **positive Kreuzableitung** liefert die Information, daß der Nutzenzuwachs der Menge eines Gutes um so größer ausfällt, je höher das Konsumniveau eines anderen Gutes ist. So kann sich z.B. der Grenznutzen des Bierkonsums durch den Konsum einer Portion Gyros erhöhen. Bei einer **negativen Kreuzableitung** wird der Nutzenzuwachs aus dem weiteren Konsum einer Einheit eines Gutes um so geringer, je mehr von einem anderen Gut konsumiert wird. Harmonieren für ein Individuum z.B. die Güter Bier und Schokolade geschmacklich nicht, dann ist der Nutzenzuwachs aus einem Glas Bier um so geringer, je mehr Schokolade gegessen worden ist.⁵⁾

2. Die Indifferenzkurven

2.1. Definitionen

Alternativ lassen sich Präferenzordnungen von Individuen auch mit Hilfe von Indifferenzkurven-Scharen (-systemen) erfassen. Eine **Indifferenzkurve** stellt den geometrischen Ort aller indifferenten Güterbündel dar, wobei zwei Güterbündel als **indifferent**

4) Bei der Erhöhung des Bierkonsums um ein Glas handelt es sich um eine endliche Änderung. Die Nutzensteigerung aus diesem zusätzlichen Konsum entspricht daher formal nicht dem Grenznutzen. Dieses Beispiel dient lediglich der Illustration des Begriffs "Grenznutzen".

5) Dabei wird der Konsum in einem sehr kurzen Zeitraum betrachtet.

bezeichnet werden, wenn sie im Urteil des betrachteten Individuums den gleichen Nutzen stiften. Für jedes vorgegebene Nutzenniveau läßt sich eine bestimmte Indifferenzkurve herleiten. Unterschiedliche Nutzenniveaus sind durch sogenannte **Indifferenzkurven-Scharen** darstellbar. Formal erhält man die Indifferenzkurve, indem der Nutzen konstant gehalten und die Nutzenfunktion anschließend nach x_2 aufgelöst wird:⁶⁾

$$(7) \quad x_2 = g(x_1, U)$$

Wird die Gleichung (7) nach x_1 abgeleitet, so resultiert die **Steigung der Indifferenzkurve**:

$$(8) \quad \left. \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{dU=0} = \frac{dg(x_1, U)}{dx_1}$$

Für die ökonomische Interpretation ist es zweckmäßig, den Absolutbetrag der Steigung der Indifferenzkurve als **Grenzrate der Substitution** zu definieren:⁷⁾

$$(9) \quad GRS_{x_1}^{x_2} = - \left. \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{dU=0}$$

Die **Grenzrate der Substitution** gibt an, auf wieviele Einheiten ein Individuum vom Gut X_2 für eine zusätzliche Einheit vom Gut X_1 zu verzichten bereit ist, ohne daß sich das Nutzenniveau verändert. Sie drückt somit die subjektive Wertschätzung des Gutes X_1 in Mengeneinheiten eines anderen Gutes, hier X_2 , aus.⁸⁾ Da die Grenzrate der Substitution in physischen Einheiten gemessen wird, ist sie im Gegensatz zur Nutzenfunktion keine Fiktion, sondern eine empirische Größe, die z.B. durch Befragungen oder auf experimentellem Wege prinzipiell ermittelbar ist.⁹⁾

Nachdem der Begriff der Grenzrate der Substitution erklärt worden ist, werden die Eigenschaften der Grenzrate der Substitution untersucht. Als erstes ist folgender Zusammenhang zu beachten: Ist ein Individuum bereit, von dem Gut X_2 zwei Mengeneinheiten

6) Die Vorgehensweise, aus der Nutzenfunktion die Indifferenzkurven abzuleiten, geht auf Edgeworth (1881) S.21 ff. zurück.

7) Der Begriff der Grenzrate der Substitution erlangte seine Bedeutung durch die Arbeiten von Hicks und Allen (1934) S. 52 ff. und S. 196 ff.

8) An dieser Stelle sei ausdrücklich darauf hingewiesen, daß es sich hier um eine subjektive Bereitschaft des Individuums handelt. Auf wieviel Einheiten der Haushalt tatsächlich verzichten muß, hängt vom Restriktionssystem ab. Darauf wird in den einzelnen Modellen explizit eingegangen.

9) Ansätze diesbezüglich existieren insbesondere von Davis betreffend der Feststellung der Wertschätzung für Freizeitparks und von Dunn über die Wertschätzungen für Einkommen und Freizeit. vgl. hierzu Kleinhückelskoten (1983) S. 49 ff.

ten aufzugeben, um eine zusätzliche Einheit von X_1 zu erhalten, so ist das Individuum auch bereit, für eine zusätzliche Einheit von X_2 0,5 Einheiten von X_1 aufzugeben. Es gilt also die inverse Beziehung:

$$(10) \text{GRS}_{X_1}^{X_2} = \frac{1}{\text{GRS}_{X_2}^{X_1}} = \left(\text{GRS}_{X_2}^{X_1} \right)^{-1}$$

Die subjektive Wertschätzung des Gutes X_1 , ausgedrückt in Mengeneinheiten des Gutes X_2 , entspricht somit dem Kehrwert der subjektiven Wertschätzung des Gutes X_2 , ausgedrückt in Mengeneinheiten des Gutes X_1 .

Der Zusammenhang zwischen dem Vorzeichen der Steigung der Indifferenzkurven und den Grenznutzen läßt sich formal durch Bildung des ersten totalen Differentials der Nutzenfunktion herleiten:¹⁰⁾

$$(11) dU = f_1(x_1, x_2) dx_1 + f_2(x_1, x_2) dx_2$$

Das **erste totale Differential der Nutzenfunktion** gibt an, wie sich der Nutzen verändert, wenn die Gütermengen variiert werden. Bei einer Bewegung entlang der Indifferenzkurve bleibt der Nutzen konstant. Daher setzen wir dU gleich Null und erhalten nach Umstellung:

$$(12) \left. \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{dU=0} = - \frac{f_1(x_1, x_2)}{f_2(x_1, x_2)}$$

Für positive und negative Grenznutzen ist die Steigung der Indifferenzkurve negativ; ist einer der beiden Grenznutzen positiv und der andere negativ, dann verläuft die Indifferenzkurve mit positiver Steigung. Da die Steigung der Indifferenzkurve dem negativen Verhältnis der Grenznutzen und die Grenzrate der Substitution dem Absolutbetrag der Steigung der Indifferenzkurve entspricht,¹¹⁾ folgt, **daß die Grenzrate der Substitution gleich dem Verhältnis der Grenznutzen ist:**

$$(13) \text{GRS}_{X_1}^{X_2} = \frac{f_1(x_1, x_2)}{f_2(x_1, x_2)}$$

Es ist wichtig, den Unterschied zwischen der Grenzrate der Substitution und dem partiellen Grenznutzen zu erkennen. **Die Grenzrate der Substitution bezieht sich immer auf ein gegebenes Nutzenniveau, während der partielle Grenznutzen eine Aussage über die Veränderung des Nutzenniveaus trifft.**

10) Das Konzept des totalen Differentials wird bei Chiang (1984) S. 194 ff. ausführlich beschrieben.

11) vgl. Gleichung (9)

Bezüglich der Grenzrate der Substitution können folgende Variationen unterschieden werden:

- Wie verändert sich die Grenzrate der Substitution entlang der Indifferenzkurve?
- Wie verändert sich die Grenzrate der Substitution bei einer partiellen Erhöhung einer Gütermenge?
- Wie verändert sich die Grenzrate der Substitution bei einer proportionalen Veränderung der Gütermengen?

2.2. Der Einfluß einer Veränderung von x_1 entlang einer Indifferenzkurve auf die Grenzrate der Substitution

Wenden wir uns der Fragestellung a) nach den Beziehungen zwischen der Veränderung der Grenzrate der Substitution entlang der Indifferenzkurve, der Krümmung der Indifferenzkurve und den partiellen Grenznutzen zu. Zunächst wird die Beziehung zwischen der Veränderung der Grenzrate der Substitution und der Krümmung der Indifferenzkurve hergestellt. Dazu leiten wir die Gleichung (9) nach x_1 ab:

$$(14) \quad \left. \begin{array}{l} \frac{d^2 x_2}{dx_1^2} = - \frac{dGRS_{x_1}^{x_2}}{dx_1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} > 0 \text{ konkaver Verlauf} \\ = 0 \text{ linearer Verlauf} \\ < 0 \text{ konvexer Verlauf} \end{array}$$

Aus (14) ist ersichtlich, daß die Indifferenzkurven konvex (konkav) verlaufen, wenn die Grenzrate der Substitution abnimmt (zunimmt). Dies soll anhand der folgenden Abbildung 1 illustriert werden. Die Grenzrate der Substitution wurde als Absolutbetrag der Steigung der Indifferenzkurve definiert. **Ein konvexer Verlauf der Indifferenzkurve bedeutet somit, daß die subjektive Wertschätzung, ausgedrückt durch Mengen des anderen Gutes, für das betrachtete Gut bei zunehmender Menge des betrachteten Gutes und gegebenem Nutzenniveau abnimmt; ein konkaver Verlauf bedeutet dementsprechend eine zunehmende subjektive Wertschätzung.** Für die in der Abbildung 1 dargestellte Präferenzordnung erkennen wir, daß die subjektive Wertschätzung für X_1 in S_0 größer ist als in S_1 , in S_1 größer als in S_2 usw.:

$$\left. \begin{array}{l} GRS_{x_1}^{x_2} \Big|_{S_0} > GRS_{x_1}^{x_2} \Big|_{S_1} > GRS_{x_1}^{x_2} \Big|_{S_2} > GRS_{x_1}^{x_2} \Big|_{S_3} \end{array} \right\} \text{ bzw.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \left| \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{S_0} > \left| \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{S_1} > \left| \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{S_2} > \left| \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{S_3} \end{array} \right\}$$

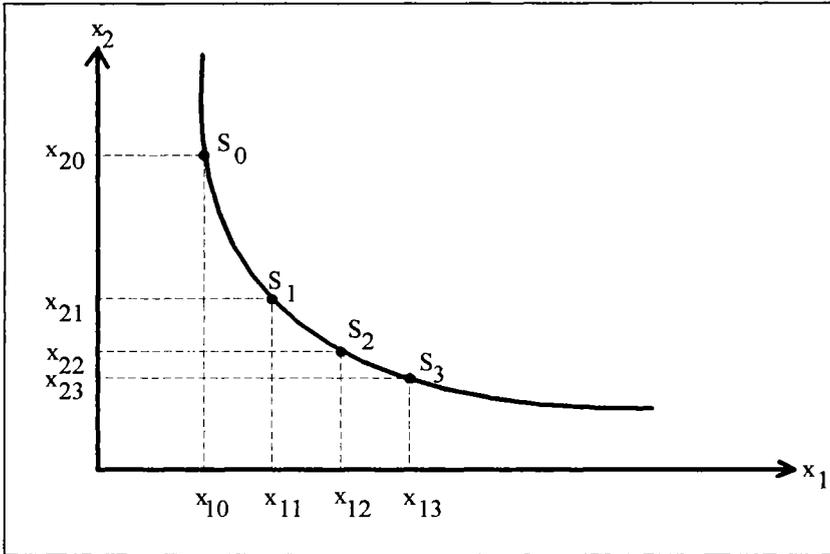


Abbildung 1: GRS und Krümmung der Indifferenzkurve

Das Individuum ist daher immer weniger bereit, Einheiten von X_2 für eine zusätzliche Einheit von X_1 aufzugeben. Da die Steigung der Indifferenzkurve negativ ist und diese negativen Werte immer kleiner werden, nimmt die Steigung der Indifferenzkurve bei einer Erhöhung der Menge X_1 zu bzw. absolut ab, d.h. die Indifferenzkurve verläuft bei abnehmender Grenzrate der Substitution konvex. Betrachten wir hierzu ein Zahlenbeispiel, in dem indifferente Güterkombinationen vorgegeben und die Grenzraten der Substitution berechnet werden:

Kombination	x_1	x_2	$GRS_{x_1}^{x_2}$
1	1	30	
			15
2	2	15	
			5
3	3	10	
			2,5
4	4	7,5	
			1,5
5	5	6	

Tabelle 1: Beispiel zur Berechnung der $GRS_{x_1}^{x_2}$

Die Grenzrate der Substitution nimmt in diesem Zahlenbeispiel ab, so daß die korrespondierende Indifferenzkurve konvex verläuft.

Es ist wichtig, in diesem Zusammenhang darauf hinzuweisen, daß Aussagen in der Form "ein Individuum schätzt ein Gut doppelt so hoch ein wie ein anderes Gut" nicht haltbar sind. Wie erläutert worden ist, hängt die subjektive Wertschätzung in Form der Aufgabebereitschaft davon ab, wieviel Mengen ein Individuum von den jeweiligen Gütern besitzt. Die Wertschätzung ist in einigen Gütermengenkonstellationen relativ groß, in anderen relativ gering. Es ist daher lediglich folgende Aussage möglich: "Ein Individuum schätzt ein Gut in einer bestimmten Mengenkombination, ausgedrückt durch die Aufgabebereitschaft in Mengen eines anderen Gutes, relativ gering bzw. relativ hoch ein".

Für die Darstellung des Zusammenhangs zwischen der Veränderung der Grenzrate der Substitution entlang der Indifferenzkurve und der Veränderung der partiellen Grenznutzen wird die Gleichung (13) nach x_1 abgeleitet. Dabei ist zu berücksichtigen, daß eine Erhöhung von x_1 bei Konstanthaltung von x_2 das Nutzenniveau verändert. Bei der Durchführung einer partiellen Ableitung verlassen wir daher die betrachtete Indifferenzkurve.¹²⁾ Der Nutzen kann nur dann konstant bleiben, wenn x_2 in Höhe der Grenzrate der Substitution variiert. Dies können wir formal durch Substitution der Indifferenzkurve (7) in die Gleichung (13) zur Geltung bringen:

$$(15) \quad \text{GRS}_{x_1}^{x_2} = \frac{f_1[x_1, x_2(x_1)]}{f_2[x_1, x_2(x_1)]}$$

Die Veränderung der Grenzrate der Substitution entlang der Indifferenzkurve resultiert aus der Ableitung der Gleichung (15) nach x_1 :

$$(16) \quad \left. \frac{d\text{GRS}_{x_1}^{x_2}}{dx_1} \right|_{dU=0} = \frac{f_2 \left(f_{11} + f_{12} \frac{dx_2}{dx_1} \right) - f_1 \left(f_{21} + f_{22} \frac{dx_2}{dx_1} \right)}{f_2^2}$$

Unter Beachtung der Gleichung (12) folgt:

12) Mit der Untersuchung des Vorzeichens der partiellen Ableitung kann überprüft werden, ob ein Gut als superior oder inferior bewertet wird. Dies wird ausführlich im folgenden Abschnitt gezeigt.

$$(17) \left. \frac{dGRS_{x_1}^{x_2}}{dx_1} \right|_{dU=0} = \frac{f_2 \left(f_{11} - f_{12} \frac{f_1}{f_2} \right) - f_1 \left(f_{21} - f_{22} \frac{f_1}{f_2} \right)}{f_2^2}$$

Nach Erweiterung des Zählers und Nenners mit f_2 resultiert:

$$(18) \left. \frac{dGRS_{x_1}^{x_2}}{dx_1} \right|_{dU=0} = \frac{f_{11}f_2^2 - 2f_{12}f_1f_2 + f_{22}f_1^2}{f_2^3}$$

Aus der Gleichung (18) können folgende Aussagen festgehalten werden:

- (1) Die Grenzrate der Substitution nimmt bei abnehmenden partiellen Grenznutzen und positiver Kreuzableitung der Nutzenfunktion immer ab.
- (2) Die Grenzrate der Substitution kann aber selbst bei zunehmenden Grenznutzen abnehmen. Diese Konstellation tritt ein, wenn der Effekt der positiven Kreuzableitung die Effekte der partiellen Grenznutzen überkompensiert.

Folglich kann aus der Aussage **"die Grenzrate der Substitution nimmt entlang der Indifferenzkurve ab"** nicht auf abnehmende partielle Grenznutzen geschlossen werden! Die Annahme der abnehmenden Grenznutzen ist hinreichend für einen konvexen Verlauf der Indifferenzkurve, wenn die Kreuzableitungen der Nutzenfunktion positiv sind. Sie ist aber nicht notwendig. Dies wollen wir an einem Beispiel näher erläutern. Die Nutzenfunktion

$$(19) U = x_1^2 x_2^2$$

weist zunehmende partielle Grenznutzen auf:

$$(20) f_{11} = 2x_2^2 > 0$$

$$(21) f_{22} = 2x_1^2 > 0$$

Aus der Nutzenfunktion (19) folgt für die Indifferenzkurven:

$$(22) x_2 = U^{0,5} x_1^{-1}$$

Daraus resultieren fallende und konvexe Verläufe der Indifferenzkurven:

$$(23) \frac{dx_2}{dx_1} = -U^{0,5} x_1^{-2} < 0 \quad (24) \frac{d^2 x_2}{dx_1^2} = 2U^{0,5} x_1^{-3} > 0$$

Aus der Nutzenfunktion (19) erhält man trotz zunehmender Grenznutzen konvexe Verläufe der Indifferenzkurven!

Bei der Herleitung der Gleichgewichte und innerhalb der komparativ-statischen Untersuchung von Modellen werden wir häufig dem Begriff der **Quasi-Konkavität** von Nutzenfunktionen begegnen. Aus diesem Grunde wird an dieser Stelle der Begriff der Quasi-Konkavität definiert und der Zusammenhang zum Verlauf der Indifferenzkurven abgeleitet. Eine Nutzenfunktion verläuft **quasi-konkav**, wenn die Determinante der **geränderten Hesse-Matrix** positiv ist:

$$(25) \quad |G| = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_1 \\ f_{21} & f_{22} & f_2 \\ f_1 & f_2 & 0 \end{vmatrix} > 0$$

$|G|$: Determinanten der geränderten Hesse-Matrix

Um den Zusammenhang zwischen der Krümmung der Indifferenzkurve und der Quasi-Konkavität der Nutzenfunktion aufzuzeigen, wird die Determinante der geränderten Hesse-Matrix ausgerechnet. Dies kann z.B. durch Entwicklung der Determinante nach der 3. Spalte erfolgen:¹³⁾

$$(26) \quad |G| = f_1 \begin{vmatrix} f_{21} & f_{22} \\ f_1 & f_2 \end{vmatrix} - f_2 \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_1 & f_2 \end{vmatrix} > 0 \quad \text{bzw.}$$

$$(27) \quad |G| = f_1 f_2 f_{21} - f_1^2 f_{22} - f_2^2 f_{11} + f_1 f_2 f_{21} > 0 \quad \text{oder}$$

$$(28) \quad |G| = 2f_1 f_2 f_{21} - f_1^2 f_{22} - f_2^2 f_{11} > 0$$

Der Vergleich der Gleichung (28) mit der Gleichung (18) liefert das Ergebnis, **daß bei einer quasi-konkaven Nutzenfunktion die Grenzraten der Substitution entlang der Indifferenzkurve abnehmen und die Indifferenzkurven daher konvex verlaufen.**

Es ist darauf hinzuweisen, daß dieser Zusammenhang nur im Zwei-Güter-Fall Gültigkeit besitzt. Im Mehr-Güter-Fall resultieren zwar auch aus der Quasi-Konkavität paarweise konvexe Indifferenzkurven, jedoch sind paarweise konvexe Indifferenzkurven nicht hinreichend für die Quasi-Konkavität der Nutzenfunktion. Die Annahme der Quasi-Konkavität der Nutzenfunktion ist im N-Güterfall strenger als die Annahme der paarweise konvexen Indifferenzkurven.¹⁴⁾ Es sei abschließend noch erwähnt, daß ein

13) Zur Berechnung von Determinanten siehe Chiang (1984) S. 95 ff.

14) vgl. ausführlicher Silberberg (1978) S. 221 f.

quasi-konkaver Verlauf nicht mit einem konkaven Verlauf der Nutzenfunktion gleichzusetzen ist. Die Nutzenfunktion verläuft **konkav**, wenn gilt:

$$(29) \quad f_{11} \cdot f_{22} < 0, \quad \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{12} & f_{22} \end{vmatrix} > 0$$

Die Unterschiede können anhand der Nutzenfunktion

$$(19) \quad U = x_1^2 x_2^2$$

erläutert werden. Für die geränderte Hesse-Matrix erhalten wir:

$$(30) \quad |G| = \begin{vmatrix} 2x_2^2 & 4x_1x_2 & 2x_1x_2^2 \\ 4x_1x_2 & 2x_1^2 & 2x_1^2x_2 \\ 2x_1x_2^2 & 2x_1^2x_2 & 0 \end{vmatrix} = 16x_1^4x_2^4 > 0$$

Die Nutzenfunktion (19) ist also quasi-konkav. Da die zweiten partiellen Ableitungen positiv sind, verläuft die Nutzenfunktion aber nicht konkav.

2.3. Der Einfluß einer partiellen Mengenänderung auf die Grenzrate der Substitution

Betrachten wir als nächstes die in 2.1 aufgeworfene Frage b). Wir untersuchen die Veränderung der Wertschätzung eines Gutes X_1 , ausgedrückt durch Mengen eines anderen Gutes X_2 , bei einer Zunahme der Menge des anderen Gutes X_2 , z.B. die Veränderung der subjektiven Wertschätzung für Schallplatten bei einer Zunahme an Cassetten. In diesem Fall wird die Veränderung der Grenzrate der Substitution beim Übergang von einer Indifferenzkurve zu einer anderen untersucht. In Anlehnung an Kleinhückelskoten und Spaetling wollen wir ein Gut als **superior (inferior)** zu einem anderen Gut bezeichnen, wenn die subjektive Wertschätzung, ausgedrückt durch die Aufgabebereitschaft von Mengen des anderen Gutes, für das bewertete Gut bei Erhöhung der Menge des anderen Gutes zunimmt (abnimmt):¹⁵⁾

15) vgl. Kleinhückelskoten, Spaetling (1981) S. 515 f.

Hicks (1974) (1. Auflage 1939) bezeichnet mit Inferiorität die relative Minderwertigkeit von Gütern; vgl. auch Stackelberg (1951) S. 147 f., der Inferiorität und Superiorität als subjektive Wertschätzungen von Gütern herausarbeitet.

Es sei darauf hingewiesen, daß die Begriffe Superiorität und Inferiorität von den Lehrbuchdarstellungen abweichend definiert worden sind. Auf die Gründe für diese abweichende Definition kommen wir im Abschnitt III.D.2 zurück.

$$(31) \left. \begin{aligned} \frac{\partial \text{GRS}_{x_1}^{x_2}}{\partial x_2} > 0 & \quad X_1 \text{ ist zu } X_2 \text{ superior.} \\ & = 0 \quad X_1 \text{ ist zu } X_2 \text{ weder inferior noch superior.} \\ & < 0 \quad X_1 \text{ ist zu } X_2 \text{ inferior.} \end{aligned} \right\}$$

Die folgende Abbildung 2 illustriert die möglichen Alternativen. Den Ausgangspunkt der Betrachtung bildet das Sortiment S_0 in der Abbildung 2a). Die Menge von X_2 , die das Individuum maximal für eine zusätzliche Einheit von X_1 aufzugeben bereit ist, beträgt in S_0 dx_2^0 . Im Sortiment S_0' sind mehr Mengeneinheiten von X_2 als in S_0 enthalten. Da x_1 in beiden Sortimenten gleich ist, ist der relative Anteil des Gutes X_1 in S_0' kleiner. In der Abbildung 2a) wurde unterstellt, daß die GRS für X_1 größer ist als in S_0 . Die relative Wertschätzung für X_1 ist demnach in S_0' gestiegen. Güter mit einer solchen Eigenschaft bezeichnen wir als superior.

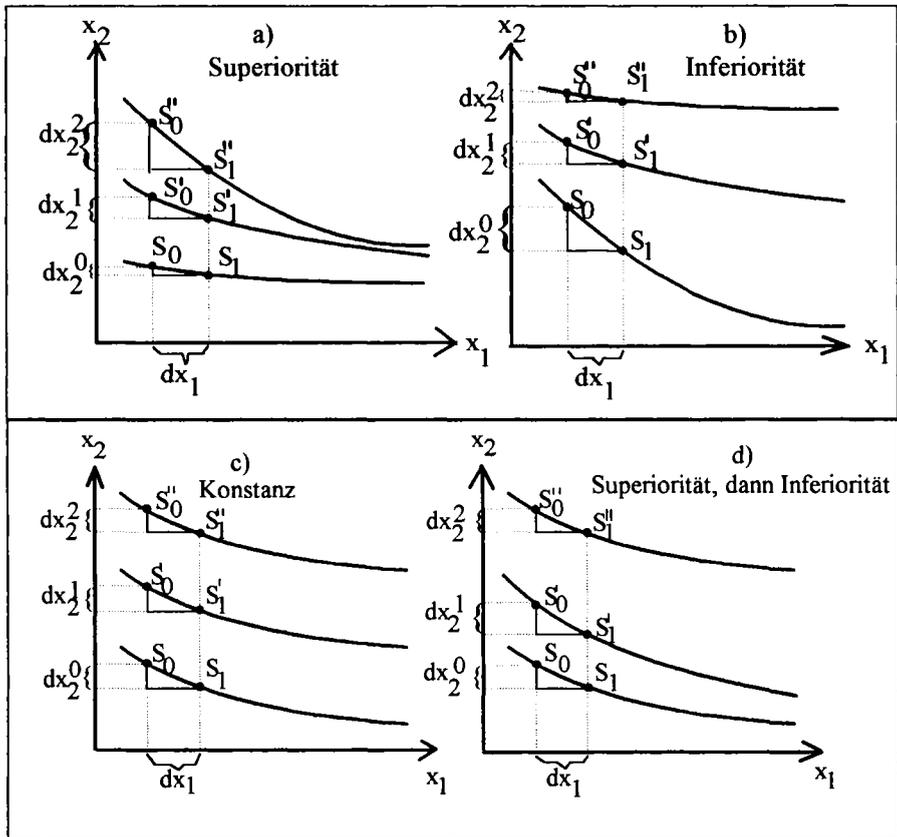


Abbildung 2: Indifferenzkurvenverläufe bei Superiorität und Inferiorität von X_1

Das Indifferenzkurvensystem der Abbildung 2b) stellt eine Präferenzordnung dar, in der

die subjektive Wertschätzung für X_1 bei steigender Menge von X_2 und gleichbleibender Menge von X_1 abnimmt. Güter, die ein Haushalt derart beurteilt, bezeichnen wir als inferior.

In der Abbildung 2c) bleibt die Grenzrate der Substitution bei einer partiellen Erhöhung der Menge von X_2 unverändert. Das Gut X_1 ist weder superior noch inferior. Die Wertschätzung für X_1 ist unabhängig von den Mengen des Gutes X_2 .

In der Abbildung 2d) gilt für das Gut X_1 , daß es zunächst zu dem Gut X_2 als superior und dann als inferior bewertet wird. Der letztgenannte Verlauf zeigt, daß **die superiore bzw. inferiore Bewertung eines Gutes von der betrachteten Gütermengenkombination abhängt und somit immer eine lokale und keine globale Gutseigenschaft darstellt**. Diese Lokalität der Definition bezieht sich nicht nur auf bestimmte Mengenkombinationen zwischen X_1 und X_2 , sondern auch auf unterschiedliche Güter, wenn der N-Güterfall betrachtet wird. So kann z.B. das Gut X_1 zu dem Gut X_2 superior, aber gleichzeitig zu dem Gut X_3 inferior sein.

Als nächstes wird die Veränderung der subjektiven Wertschätzung von X_1 , ausgedrückt durch Mengen von X_2 bei partieller Variation von x_1 , untersucht. Dazu leiten wir die Gleichung (10) nach x_1 ab. Unter Anwendung der Kettenregel folgt:

$$(32) \quad \frac{\partial \text{GRS}_{x_1}^{x_2}}{\partial x_1} = \frac{\partial \left(\text{GRS}_{x_2}^{x_1} \right)^{-1}}{\partial x_1} = - \left(\text{GRS}_{x_2}^{x_1} \right)^{-2} \frac{\partial \text{GRS}_{x_2}^{x_1}}{\partial x_1}$$

Aus (32) resultiert:

$$(33) \quad \left. \begin{array}{l} \frac{\partial \text{GRS}_{x_1}^{x_2}}{\partial x_1} > 0 \\ \frac{\partial \text{GRS}_{x_1}^{x_2}}{\partial x_1} = 0 \\ \frac{\partial \text{GRS}_{x_1}^{x_2}}{\partial x_1} < 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} X_2 \text{ ist zu } X_1 \text{ inferior.} \\ X_2 \text{ ist zu } X_1 \text{ weder inferior noch superior.} \\ X_2 \text{ ist zu } X_1 \text{ superior.} \end{array}$$

Nimmt die subjektive Wertschätzung für das Gut X_1 , ausgedrückt durch die Aufgabebereitschaft an Mengen des Gutes X_2 , bei einer partiellen Erhöhung der Menge des Gutes X_1 zu, wird das Gut X_2 als inferior, nimmt die Wertschätzung ab, wird das Gut X_2 als superior bewertet. Zur Illustration betrachten wir die folgende Abbildung 3.

Ausgehend von S_0 nimmt die subjektive Wertschätzung des Gutes X_1 bei partieller Erhöhung der Menge des Gutes X_1 in der Abbildung 3a) ab und in der Abbildung 3b) zu. Dies ist aufgrund der Gleichung (10) gleichbedeutend mit einer Zunahme bzw. einer Abnahme der subjektiven Wertschätzung für das Gut X_2 . Das Gut X_2 wird also in der Abbildung 3a) superior und in der Abbildung 3b) inferior bewertet.¹⁶⁾

16) Auf die Darstellung der anderen Fälle wird hier verzichtet.

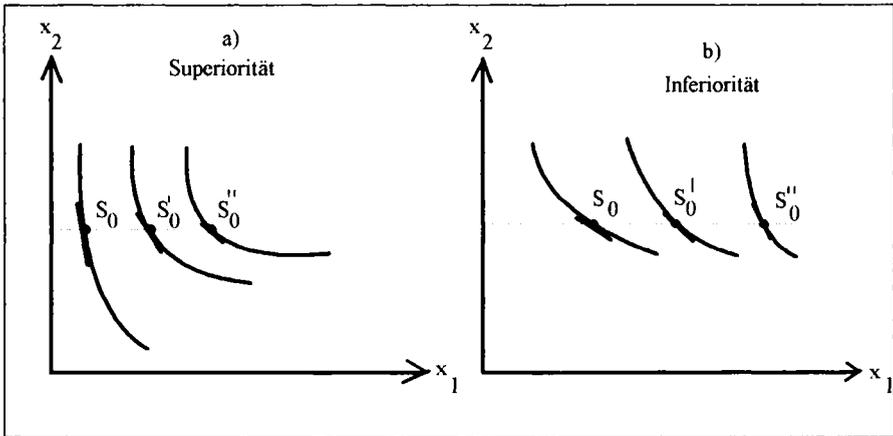


Abbildung 3: Indifferenzkurvenverläufe bei Superiorität und Inferiorität von X_2

Welcher Zusammenhang besteht zwischen der superioren bzw. inferioren Bewertung eines Gutes und den partiellen Ableitungen einer Nutzenfunktion? Differenzieren wir zur Beantwortung dieser Frage die Gleichung (13) nach x_2 :

$$(34) \quad \frac{\partial \text{GRS}_{x_1}^{x_2}}{\partial x_2} = \frac{f_{12}f_2 - f_{22}f_1}{f_2^2}$$

Ist die zweite partielle Ableitung negativ und die Kreuzableitung positiv bzw. Null, dann wird X_1 für den Fall positiver Grenznutzen superior bewertet. Ist die zweite partielle Ableitung positiv und die Kreuzableitung negativ, dann wird das Gut als inferior bewertet. Haben Kreuzableitung und zweite partielle Ableitung die gleichen Vorzeichen, dann hängt das Vorzeichen der Ableitung von den Niveaus der beiden Ausdrücke im Zähler ab.

2.4. Der Einfluß einer proportionalen Mengenänderung auf die Grenzrate der Substitution

Schließlich können wir die Veränderung der Grenzrate der Substitution bei einer proportionalen Variation der Gütermengen untersuchen. Zu diesem Zweck führen wir den Begriff der **Isokline** ein: Eine Isokline stellt die Verbindungslinie von Punkten verschiedener Indifferenzkurven dar, die die gleiche Grenzrate der Substitution aufweisen. Bei einer proportionalen Veränderung der Gütermengen können zwei unterschiedliche Ergebnisse eintreten, die in der folgenden Abbildung illustriert werden.