



Betriebswirtschaftliche Entscheidungstheorie

Einführung in die Logik individueller und
kollektiver Entscheidungen

von

Prof. Dr. Robert Obermaier

und

Prof. Dr. Edgar Saliger

6., grundlegend überarbeitete Auflage

Oldenbourg Verlag München

Lektorat: Anne Lennartz
Herstellung: Tina Bonertz
Titelbild: thinkstockphotos.com
Einbandgestaltung: hauser lacour

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Library of Congress Cataloging-in-Publication Data

A CIP catalog record for this book has been applied for at the Library of Congress.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechts.

© 2013 Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH
Rosenheimer Straße 143, 81671 München, Deutschland
www.degruyter.com/oldenbourg
Ein Unternehmen von De Gruyter

Gedruckt in Deutschland

Dieses Papier ist alterungsbeständig nach DIN/ISO 9706.

ISBN 978-3-486-72768-5
eISBN 978-3-486-77857-1

Vorwort zur 6. Auflage

Die Entwicklung der Entscheidungstheorie aus einer Vielzahl einzelner Forschungsansätze zu einem beeindruckenden Theoriegebäude verlief parallel zum Fortschreiten der Einsicht, dass das Ziel einer akademischen Ausbildung in vielen Disziplinen nicht so sehr in einer umfassenden fachspezifischen Wissensvermittlung bestehen kann, sondern – aufbauend auf soliden Grundlagenkenntnissen – letztlich in einer Anleitung zum selbständigen Erarbeiten von Problemlösungen zu sehen ist.

Dass dieser zeitliche Gleichschritt nicht rein zufälliger Natur war, sondern durchaus auch ein sachlicher Zusammenhang zwischen beiden Entwicklungen besteht, wird deutlich, wenn man ein Entscheidungsmodell als Gedankengerüst versteht, auf das sich Entscheidungsträger stützen können, die zwar bereits mit einer Vielzahl unstrukturierter Einzelinformationen ausgestattet sind, jedoch vor einer noch undeutlichen, diffusen Problemstellung stehen: schlecht strukturierte Entscheidungsprobleme sind alltäglich.

Unabhängig von den Möglichkeiten und Grenzen der Rekonstruktion praktisch relevanter Entscheidungssituationen in Entscheidungsmodelle und deren Lösung wird ein wesentlicher eigenständiger Wert in der gedanklichen Strukturierung unterschiedlichster Probleme gesehen. Aus dieser Sicht gewinnt die hier vorgestellte formallogisch orientierte Entscheidungstheorie ihren breiten Anwendungsbezug und ihren interdisziplinären Charakter.

Das vorliegende Lehrbuch bewährt sich seit nun mehr als dreißig Jahren am Markt. So wird dennoch kaum überraschen, dass die vorliegende Neuauflage eine Reihe von Neuerungen beinhaltet. Am augenscheinlichsten ist wohl das Hinzutreten eines Autors. Prof. Dr. Robert Obermaier, der die Konzeption des Faches Entscheidungstheorie im Rahmen des wirtschaftswissenschaftlichen Curriculums an der Universität Passau verantwortet, hat dieselbe ökonomische wie entscheidungstheoretische Prägung erfahren wie der „Gründungsautor“ Prof. Dr. Edgar Saliger, nämlich die durch Prof. Dr. Kurt Bohr an der Universität Regensburg maßgeblich geprägte Konzeption des Faches Entscheidungstheorie. Diese zeichnete sich – wie bereits angedeutet – stets durch theoretischen Unterbau und weitgehenden Verzicht auf modische Strömungen aus, um den Kern des Faches nicht zu verwischen, ihn vielmehr über die Zeit immer klarer hervortreten zu lassen. Des Weiteren wurden der Text und die Abbildungen vollständig neu erfasst bzw. erstellt, in zeitgemäße Textverarbeitungssysteme übertragen und dabei auch inhaltlich vollkommen überarbeitet. Außerdem wurden erhebliche inhaltliche Erweiterungen insbesondere im Abschnitt zum Problem mehrfacher Zielsetzung vorgenommen. Die Grundkonzeption des Buchs blieb jedoch unverändert.

Bei der Auswahl der Themenkreise für dieses Lehrbuch, das sich insbesondere an Studierende wirtschaftswissenschaftlicher Studiengänge wendet und das über die mathematische Symbolik hinaus keine speziellen Vorkenntnisse voraussetzt, wurde versucht, in das vielfach bereits als gesichert geltende Basiswissen auch neuere Erkenntnisse zu integrieren, wie überhaupt ein wesentliches mit dem Buch verfolgtes Ziel darin besteht, die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Ansätzen durch eine geeignete Gliederung, einheitliche Notati-

on und entsprechende Hinweise deutlich herauszustellen. Die didaktische Aufbereitung des Inhalts stützt sich auf die Verknüpfung ausführlich beschriebener Grundelemente der Theorie, die ihren Niederschlag in den Definitionen finden. Die Darbietung des Stoffes arbeitet weitgehend mit dem Hilfsmittel des Beispiels. Bei der Lösung der Beispiele wurde auf möglichst einfache Verfahren zurückgegriffen, auch wenn deren Anwendung – darauf sei bereits hier hingewiesen – im Allgemeinen nicht immer problemlos ist.

An die verschiedenen Problemkreise schließen sich jeweils Aufgaben und Literaturhinweise an. Die Aufgaben sind inhaltlich auf die vorangehenden Ausführungen abgestimmt und sollen der Übung des Lesers dienen. Lösungsskizzen zu den Aufgaben in diesem Buch sowie weiteres Lehr- und Übungsmaterial sind im Internet unter

www.bwl-entscheidungstheorie.de

verfügbar.

Die keinesfalls als vollständig zu betrachtenden Literaturhinweise sind unter zwei Gesichtspunkten zusammengestellt. Zum einen handelt es sich um leicht lesbare Darstellungen des behandelten Stoffes, zum anderen wurden im Hinblick auf die eingangs bereits erwähnte Einführung zur selbständigen Behandlung von Entscheidungsproblemen Literaturquellen aufgenommen, in denen eine bestimmte Thematik erstmals aufgegriffen wurde bzw. von denen Denkanstöße ausgingen, die neue Entwicklungsrichtungen einleiteten.

Das Buch ist in fünf Kapitel gegliedert, die weiter in Abschnitte unterteilt sind. Die Definitionen, mathematischen Beziehungen, Abbildungen, Beispiele und Aufgaben sind entsprechend gekennzeichnet. So bezeichnet z. B. (2.3-10) die zehnte Beziehung im dritten Abschnitt des zweiten Kapitels. In Beispielen erschien eine Nummerierung von Beziehungen und Abbildungen nicht zweckmäßig.

Zum Abschluss bleibt noch allen zu danken, die zur Entstehung dieses Buches beigetragen haben. Zu nennen sind vor allem die wissenschaftlichen Mitarbeiter Mareen Lux, Florian Kaiser und Dr. Josef Schosser sowie die studentischen Hilfskräfte Hanni Britsch, Nina Kitzmüller, Martina Ramsauer und Sabrina Ziegler, die sich bei der mühevollen Übertragung des Textes in moderne Textverarbeitungssysteme, der Neuerstellung der Abbildungen, des Stichwortverzeichnisses und der Literaturrecherche verdient gemacht haben. Die Zusammenarbeit mit dem Verlag war stets angenehm. Alle verbliebenen Fehler gehen selbstverständlich ausschließlich zu Lasten der Verfasser. Anregungen zur weiteren Verbesserung sind stets willkommen.

Passau und Regensburg, im Juli 2013

Prof. Dr. Robert Obermaier
Prof. Dr. Edgar Saliger

Inhaltsverzeichnis

VORWORT ZUR 6. AUFLAGE	V
INHALTSVERZEICHNIS	VII
1 EINFÜHRUNG	1
1.1 Die Aufgaben der Entscheidungstheorie	1
1.2 Entscheidungsmodelle	2
1.2.1 Das Beschreibungsmodell	3
1.2.1.1 Die grundlegenden Begriffe	3
1.2.1.2 Der Zielraum	3
1.2.1.3 Der Aktionsraum	5
1.2.1.4 Der Zustandsraum	6
1.2.1.5 Die Modellzerlegung	7
1.2.2 Das Erklärungsmodell	8
1.2.3 Der Entscheidungskalkül	9
1.2.4 Anwendungsbeispiele	11
1.2.4.1 Ein Beispiel aus der Produktionstheorie	11
1.2.4.2 Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms	14
1.3 Die untersuchten Fragestellungen	17
1.4 Aufgaben	19
1.5 Literaturhinweise	21
2 EINSTUFIGE INDIVIDUALENTSCHEIDUNGEN	23
2.1 Sicherheit	23
2.1.1 Zur Bewertung von Ausprägungen einer Zielgröße	23
2.1.1.1 Präferenzrelationen	23
2.1.1.2 Ordnungsassiom	24
2.1.1.3 Transitivitätsaxiom	24
2.1.1.4 Nutzenfunktionen	26
2.1.2 Das Problem mehrfacher Zielsetzung	27
2.1.2.1 Gestaltung des Zielraums	27
2.1.2.2 Formale Darstellung	28
2.1.2.3 Effizienzkriterium	30

2.1.2.4	Zusammenfassung	31
2.1.2.5	Zielbeziehungen.....	32
2.1.2.6	Lineare Programmierung	36
2.1.2.6.1	Graphische Lösung.....	37
2.1.2.6.2	Simplex-Algorithmus	41
2.1.2.7	Auflösung von Zielkonflikten.....	47
2.1.2.7.1	Der Goal-Programming Ansatz	47
2.1.2.7.2	Lexikographische Ordnung	49
2.1.2.7.3	Zielgewichtung.....	50
2.1.2.7.4	Scoring-Modelle.....	54
2.1.2.7.5	Analytic Hierarchy Process	56
2.1.3	Aufgaben.....	63
2.1.4	Literaturhinweise.....	65
2.2	Risiko.....	66
2.2.1	Problemstellung.....	66
2.2.1.1	Formale Beschreibung.....	66
2.2.1.2	Wahrscheinlichkeiten.....	67
2.2.1.3	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	68
2.2.2	Das Bernoulli-Prinzip.....	69
2.2.2.1	Darstellung des Prinzips	69
2.2.2.2	Zur Existenz der Risikonutzenfunktion	70
2.2.2.3	Diskussion der Axiome der Risikonutzentheorie.....	76
2.2.2.4	Ermittlung der Risikonutzenfunktion	78
2.2.3	Klassische Entscheidungskriterien	84
2.2.3.1	Überblick	84
2.2.3.2	Das μ -Prinzip	86
2.2.3.3	Das μ - σ -Prinzip.....	86
2.2.3.4	Das μ - p_r -Prinzip	89
2.2.3.5	Zusammenfassung	92
2.2.4	Das Problem der Portefeuille-Auswahl	92
2.2.4.1	Ein ganzzahliger Ansatz.....	92
2.2.4.2	Der kontinuierliche Fall.....	97
2.2.4.3	Eine geometrische Interpretation	102
2.2.5	Aufgaben.....	104
2.2.6	Literaturhinweise.....	106
2.3	Ungewissheit.....	107
2.3.1	Überblick.....	107
2.3.2	Entscheidungsregeln.....	108
2.3.2.1	Extremwertregeln	108
2.3.2.1.1	Maximin	108
2.3.2.1.2	Maximax	109
2.3.2.1.3	Hurwicz-Regel	110
2.3.2.1.4	Savage-Niehans-Regel	111
2.3.2.1.5	Die Laplace-Regel.....	114
2.3.2.1.6	Die Konzeption des Ungewissheitsnutzens (Krelle-Regel).....	115
2.3.2.2	Zur Problematik von Entscheidungsregeln	118

2.3.3	Aufgaben	126
2.3.4	Literaturhinweise	128
3	MEHRSTUFIGE INDIVIDUALENTSCHEIDUNGEN	129
3.1	Vorgegebener Informationsstand und neutrale Umwelt	129
3.1.1	Überblick	129
3.1.2	Dynamische Optimierung	137
3.1.2.1	Grundlagen	137
3.1.2.2	Optimalitätskriterium	138
3.1.2.3	Der Lösungsalgorithmus	139
3.1.3	Entscheidungsbaumverfahren	149
3.1.3.1	Sicherheit	149
3.1.3.2	Risiko	153
3.1.3.3	Die Methode der stochastischen Entscheidungsbäume	157
3.1.4	Aufgaben	162
3.1.5	Literaturhinweise	164
3.2	Variable Information und neutrale Umwelt	165
3.2.1	Einführung in die statistische Entscheidungstheorie	165
3.2.2	Der Wert von Information	175
3.2.2.1	Überblick	175
3.2.2.2	Der erwartete Wert der vollkommenen Information	175
3.2.2.3	Der erwartete Wert der unvollkommenen Information	176
3.2.3	Mehrere Informationsquellen	177
3.2.4	Aufgaben	186
3.2.5	Literaturhinweise	187
3.3	Rational handelnde Gegenspieler	188
3.3.1	Überblick	188
3.3.2	Zwei-Personen-Nullsummen-Spiele (ZPNS) in extensiver Form und ihre Reduktion auf Normalform	188
3.3.3	Zwei-Personen-Nullsummen-Spiele (ZPNS) in Normalform	197
3.3.3.1	Reine Strategien	197
3.3.3.2	Die gemischte Erweiterung	200
3.3.4	Ruinspiele	206
3.3.5	Aufgaben	213
3.3.6	Literaturhinweise	215
4	GRUPPENENTSCHEIDUNGEN	217
4.1	Autonome Gruppen	217
4.1.1	Einführung	217
4.1.2	Die Problematik „gerechter“ Aggregationsmechanismen	221
4.1.2.1	Anforderungen an einen „gerechten“ Aggregationsmechanismus	221
4.1.2.2	Der Mehrheitsentscheid	223
4.1.2.3	Das Unmöglichkeitstheorem von Arrow	224

4.1.3	Diskussion von Abstimmungsregeln	227
4.1.3.1	Das Single vote-Kriterium	227
4.1.3.2	Das Borda-Kriterium	228
4.1.4	Konstruktive Konsequenzen aus dem Unmöglichkeitstheorem von Arrow	230
4.2	Weisungsgebundene Gruppen	232
4.3	Aufgaben	239
4.4	Literaturhinweise	241
5	ENTSCHEIDUNGSANALYSE	243
5.1	Übersicht	243
5.2	Eine Deutung des Grundmodells	243
5.3	Die „richtige“ Entscheidung	244
5.4	Zur Fremdbeurteilung von Entscheidungen	246
5.5	Aufgaben	249
5.6	Literaturhinweise	250
	STICHWORTVERZEICHNIS	251

1 Einführung

1.1 Die Aufgaben der Entscheidungstheorie

Als wissenschaftlicher Disziplin kommt der Entscheidungstheorie die Aufgabe zu, einerseits Erkenntnisse über das menschliche Entscheidungsverhalten zu gewinnen und diese andererseits für die Lösung konkreter Entscheidungsprobleme zur Verfügung zu stellen. Zur Erfüllung dieser Aufgaben kann in Abhängigkeit von der wissenschaftlichen Zielsetzung folglich zwei grundsätzlich zu unterscheidenden Fragestellungen nachgegangen werden:

Das Ziel der sog. *deskriptiven Entscheidungstheorie* besteht darin, Gesetzmäßigkeiten zu finden, mit deren Hilfe erklärbar ist, warum in der Realität anzutreffendes Wahlverhalten speziell in dieser Form zu beobachten war. Glaubt man an eine – wenn auch zeitlich begrenzte – Konstanz derartiger Gesetzmäßigkeiten, so können mit ihrer Hilfe für bekannte Ausgangsbedingungen von Entscheidungssituationen Prognosen über die zu erwartenden Entscheidungen erstellt werden. Die neuere Entwicklung der deskriptiven Entscheidungstheorie bilden verhaltenswissenschaftliche Ansätze, deren Ursprung im Bereich der Sozialwissenschaften, insbesondere der Psychologie und Soziologie liegt und die sich vornehmlich mit dem Ablauf von intra- und interpersonellen Entscheidungsprozessen beschäftigen. Die Bedeutung der deskriptiven Entscheidungstheorie wird vor allem im Bereich der Modellbildung zur Erklärung faktischen Entscheidungsverhaltens gesehen.

Während die deskriptive Entscheidungstheorie empirische Sachverhalte zur Kenntnis nimmt und deren Ursachen hinterfragt, ist es das Ziel der *präskriptiven Entscheidungstheorie*, aktiv auf das Entscheidungsverhalten einzuwirken, indem sie Handlungsempfehlungen für rationale Entscheidungen gibt. Wie der Begriff bereits andeutet, will eine so verstandene Entscheidungstheorie den Entscheidungssubjekten „vorschreiben“, wie sie sich sinnvollerweise zu verhalten haben, damit sie im Rahmen ihrer Ziele bestmöglich oder anders ausgedrückt, „rational“ handeln. Da hierbei keine an irgendwelchen Wertvorstellungen orientierte Beurteilung der Ziele selbst erfolgt, sondern die Handlungsempfehlungen nur logisch aus diesen abgeleitet werden, spricht man in diesem Zusammenhang auch von formaler Rationalität. Wie sich das rationale Handeln des Entscheidenden in einer konkreten Situation darstellt, hängt neben dessen Zielen vom subjektiven Informationsstand über die Menge der Wahlmöglichkeiten und die damit verbundenen Konsequenzen ab. Anders als bei den Zielen kann jedoch der Informationsstand des Entscheidenden selbst Gegenstand von Handlungsempfehlungen der präskriptiven Entscheidungstheorie sein. Dieses Lehrbuch ist vor allem der Analyse formal rationalen Verhaltens in konkreten Entscheidungssituationen gewidmet.

1.2 Entscheidungsmodelle

Da die wahrgenommene Realität für eine hinreichende intellektuelle Durchdringung in der Regel zu komplex ist, ist stets eine Komplexitätsreduktion erforderlich; d. h. es werden nur die als relevant erachteten Aspekte des Entscheidungsproblems zu dessen Beschreibung in Form eines Entscheidungsmodells herangezogen. Grundsätzlich kann ein Entscheidungsmodell dabei als eine (zumeist formal-strukturierte) Rekonstruktion eines real vorliegenden Entscheidungsproblems verstanden werden, wobei die als real wahrgenommene Entscheidungssituation selbst stets eine gedankliche Konstruktion eines Entscheidungssubjekts darstellt. Diesem Umstand muss man sich stets, insbesondere bei der Beurteilung der Modellergebnisse, bewusst sein.

Der Begriff des Entscheidungsmodells wird hier in einem weit gefassten Sinne verstanden und beinhaltet (a) das Beschreibungsmodell, (b) das Erklärungsmodell (auch als Technologie- oder Prognosemodell bezeichnet) und (c) den Entscheidungskalkül als interdependente Elemente.

Die folgende Situationsbeschreibung stellt die Konstruktion eines Ausschnitts aus der wahrgenommenen Realität dar und ist als verbal formuliertes Modell zu bezeichnen. Anhand dieses Modells sollen nachfolgend die einzelnen Schritte der formalen Modellbildung erläutert und die Determinanten eines Entscheidungsmodells dargestellt werden.

Beispiel 1.2-1

Ein Unternehmen, dessen Zielsetzung die Maximierung des aus eigener Kraft erzielbaren Absatzes ist, besitzt für das von ihm hergestellte Produkt eine Monopolstellung. Die Unternehmensleitung nimmt an, dass die Nachfrage nach dem Produkt von der allgemeinen konjunkturellen Lage, vom geforderten Preis und von den (optimal eingesetzten) Werbeausgaben abhängt.

Im Einzelnen wurde ermittelt, dass bei guter konjunktureller Lage entweder der Preis sukzessive um 0,20 EUR gesenkt oder die Werbeausgaben um 12,50 EUR erhöht werden müssen, wenn jeweils eine Mengeneinheit (ME) mehr abgesetzt werden soll. Außerdem ist davon auszugehen, dass ein sog. „Prohibitiv-Preis“ von 160 EUR bewirkt, dass gerade kein Nachfrager das Produkt kauft, wenn keine Werbeausgaben getätigt werden. Bei schlechter konjunktureller Lage müssen entweder der Preis sukzessive um 0,10 EUR gesenkt oder die Werbeausgaben um 20 EUR erhöht werden, wenn jeweils eine ME mehr abgesetzt werden soll. Der „Prohibitiv-Preis“ liegt dann schon bei 100 EUR.

Als absatzpolitische Maßnahmen kann das Unternehmen den Preis auf 50 EUR oder 80 EUR festsetzen und alternative Werbemaßnahmen durchführen, die 1.000, 2.500 oder 3.000 EUR kosten. Wegen der angespannten Finanzlage dürfen die Werbeausgaben den jeweiligen Erlös aus dem Verkauf von 40 ME des Produkts nicht übersteigen.

Angaben darüber, wie die wirtschaftliche Lage einzuschätzen ist, liegen nicht vor.

□

1.2.1 Das Beschreibungsmodell

1.2.1.1 Die grundlegenden Begriffe

Als Grundelemente der Sprache des Beschreibungsmodells im Rahmen eines Entscheidungsmodells haben sich folgende Definitionen als zweckmäßig erwiesen:

Definition 1.1: Die Menge aller Zielgrößen z_1, z_2, \dots, z_3 die für den Entscheidenden von Bedeutung sind, wird als *Zielraum* Z bezeichnet.

Definition 1.2: Die Menge aller dem Entscheidenden subjektiv zur Verfügung stehenden und durch eine geordnete Menge von Ausprägungen der Aktionsparameter determinierten Aktionen (Alternativen) a_1, a_2, \dots, a_n wird als *Aktionsraum* (Alternativenraum) A bezeichnet.

Definition 1.3: Die Menge aller, vom Entscheidenden nicht beeinflussbaren und durch eine geordnete Menge von Ausprägungen problemrelevanter Umweltfaktoren determinierten (Umwelt-)Zustände s_1, s_2, \dots, s_m wird als *Zustandsraum* S bezeichnet.

Diese allgemein gehaltenen Begriffe sind bei der Rekonstruktion konkreter Entscheidungssituationen inhaltlich auszufüllen. Die oben bereits angesprochene und in der Begrenztheit des menschlichen (Auf-)Fassungsvermögens beruhende Notwendigkeit zur Modellvereinfachung durch Komplexitätsreduktion wird nicht zuletzt deutlich bei den (stets begrenzten) Möglichkeiten der Informationsbeschaffung und Informationsverarbeitung. Die Konsequenzen für den Entscheidungskalkül hat *H.A. Simon* mit dem Begriff der „bounded rationality“ treffend beschrieben.

Generell kann angenommen werden, dass die Zuverlässigkeit des relevanten Datenmaterials mit zunehmender Entfernung vom Entscheidungszeitpunkt abnimmt. Als Vereinfachung des Entscheidungsmodells gegenüber der abzubildenden realen Situation beschränkt man sich auf eine endliche Zeitspanne, die durch den sog. zeitlichen Modellhorizont begrenzt ist. Allgemeine Aussagen über den zeitlichen Modellhorizont sind nicht möglich, seine Festlegung ist im Einzelfall von der subjektiven Beurteilung der vorhandenen und beschaffbaren Informationen und vom Entscheidungsproblem selbst abhängig. Im Gegensatz zu dem für alle Elemente des Beschreibungsmodells gleichermaßen geltenden Problem der Bestimmung des zeitlichen Modellhorizonts, ist bei der sachlichen Modellbildung differenziert vorzugehen.

1.2.1.2 Der Zielraum

Die Zielgrößen des Entscheidungsmodells stellen eine Rekonstruktion der Ziele des Entscheidenden dar. Zu ihrer eindeutigen Beschreibung sind (a) das Merkmal der jeweiligen Zielgröße, (b) die Zielvorschrift und (c) der Zeitbezug anzugeben. Zielmerkmale aus dem Bereich der Betriebswirtschaftslehre können z. B. Unternehmenswert, Bilanzgewinn, Umsatz, Marktanteil, Ausschüttung oder auch die Lebensdauer des Unternehmens sein. Die Zielvorschrift gibt an, welche Ausprägung des Merkmals angestrebt wird. Es kann zwischen den als Extremierungsvorschriften bezeichneten Forderungen nach Maximierung oder Minimierung und Satisfizierungsvorschriften unterschieden werden, bei denen nur eine gewisse Mindestzielerfüllung gefordert wird. Das als Satisfizierung bezeichnete Abweichen von Extremierungszielen entspringt ebenfalls dem Konzept der „bounded rationality“ von *H.A. Simon*. Der Zeitbezug einer Zielgröße gibt den Zeitraum (z. B. Jahr, Quartal, Monat) an, in

dem das Zielmerkmal eine der Zielvorschrift entsprechende Ausprägung annehmen soll. Entsprechend kann z. B. unterschieden werden, ob eine kurz- oder langfristige Maximierung des Bilanzgewinns angestrebt wird.

Umfasst der Zielraum mehr als eine Zielgröße, so kann eine eindeutige Bewertung der Aktionen nur dann erfolgen, wenn die Wertrelationen des Entscheidenden zwischen diesen Zielgrößen bekannt sind. Auf diese sog. Mehrziel-Problematik wird später noch näher eingegangen.

Beispiel 1.2-2

Die Zielgröße des in Beispiel 1.2-1 dargestellten Unternehmens kann wie folgt näher beschrieben werden:

- Das Zielmerkmal ist der aus eigener Kraft erzielbare Absatz;
- die Zielvorschrift besteht aus der Extremierungsvorschrift „Maximierung“;
- der Zeitbezug stellt sich als Forderung nach unmittelbarer Zielerfüllung dar.

Da das Zielsystem des Unternehmens im Modell in nur einer Zielgröße abgebildet wurde, gilt für den Zielraum:

$$Z = \{z_1\},$$

dabei bezeichnet:

z_1 die Zielgröße „kurzfristige Maximierung des aus eigener Kraft erzielbaren Absatzes“.

□

Mit der Frage, welche Ziele einzelne Entscheidende oder als weitgehend homogen angenommene Gruppen von Entscheidenden besitzen, beschäftigt sich die *empirische Zielforschung*, bei der man zwei Methoden unterscheidet:

Bei Anwendung der *direkten Methode* erfolgt eine unmittelbare Befragung des Entscheidenden über seine Ziele. Abgesehen vom Einfluss, der durch die Befragung selbst auf das Ergebnis ausgeübt wird, ist nicht gesichert, dass der Befragte seine Ziele überhaupt angeben kann oder will.

Bei der *indirekten Methode* der empirischen Zielforschung werden aus der Wahl von Aktionen in früheren Entscheidungsproblemen Rückschlüsse auf die zugrunde liegenden Ziele gezogen. Da man jedoch weder die Bedingungen rekonstruieren kann, unter denen die jeweilige Aktion gewählt wurde, noch weiß, ob die Entscheidung optimal war, sind von diesem Vorgehen allenfalls Anhaltspunkte über das Zielsystem zu erwarten.

Hinweise auf eine zweckmäßige Abbildung der Ziele des Entscheidenden im Zielraum des Beschreibungsmodells können auch *verhaltenswissenschaftliche Ansätze* liefern. Beim Versuch, aus den in einer Befragung ermittelten Motiven des Entscheidenden unmittelbar geeignete Zielgrößen abzuleiten, steht man ähnlichen Problemen gegenüber, wie sie bereits bei der Beurteilung der direkten Methode der empirischen Zielforschung dargelegt wurden.

1.2.1.3 Der Aktionsraum

Wie bereits in Definition 1.2 festgelegt, ist eine Aktion erst durch die Angabe der konkreten Ausprägungen aller Aktionsparameter eindeutig beschrieben. Bei der Beschreibung realer Wahlmöglichkeiten des Entscheidenden ist das *Prinzip der vollkommenen Alternativenstellung* zu beachten. Nach diesem Prinzip müssen die Aktionen den subjektiven Informationsstand des Entscheidenden über seine Wahlmöglichkeiten einschließlich des Unterlassens bestimmter Handlungen umfassend beschreiben und zudem muss der Aktionsraum so beschaffen sein, dass genau eine Aktion gewählt werden kann.

Daher ist zu fordern, dass grundsätzlich nur solche (relevanten) Wahlmöglichkeiten als Aktionen in den Aktionsraum aufgenommen werden, die auf mindestens eine Zielgröße Einfluss haben. Ferner können diejenigen Aktionen eliminiert werden, bei denen man unmittelbar erkennt, dass sie hinsichtlich aller Zielgrößen höchstens gleich gut und hinsichtlich mindestens einer Zielgröße echt schlechter sind, als eine beliebige Vergleichsaktion aus dem Aktionsraum. Diese als nicht-effizient bezeichneten Aktionen können niemals die optimale Lösung des Entscheidungsproblems darstellen, da sie von anderen, effizienten Aktionen dominiert werden.

Es existieren noch weitere Möglichkeiten zur Beschränkung des Aktionsraums, wie etwa die Berücksichtigung von Mindesterfüllungsgraden für die einzelnen Zielgrößen oder die Diskretisierung kontinuierlicher Aktionsparameter. Diese Vorgehensweisen werden hier nicht weiter erörtert, da dabei grundsätzlich die Gefahr des Ausscheidens der (zunächst unbekannt) optimalen Kombination der Aktionsparameter gegeben ist.

Beispiel 1.2-3

Als Aktionsparameter stehen der Unternehmensleitung aus dem Beispiel 1.2-1 die von ihr zu beeinflussenden Größen Preis und Werbeausgaben zur Verfügung. Als potentielle Aktionen kommen die nachstehenden Kombinationen a'_i der Aktionsparameter Preis und Werbeausgaben

$$a'_1 = (50, 1.000),$$

$$a'_2 = (50, 2.500),$$

$$a'_3 = (50, 3.000),$$

$$a'_4 = (80, 1.000),$$

$$a'_5 = (80, 2.500),$$

$$a'_6 = (80, 3.000),$$

in Frage.

Weiterhin sind noch die Unterlassungsaktionen zu berücksichtigen. Der Verzicht auf Werbeausgaben lässt sich durch

$$a'_7 = (50, 0)$$

und

$$a'_8 = (80, 0)$$

beschreiben.

Wie jedoch der Situationsbeschreibung zu entnehmen ist, steigt der aus eigener Kraft erzielbare Absatz mit zunehmenden Werbeausgaben. Deshalb sind die potentiellen Aktionen a_7 bzw. a_8 im Vergleich mit den Aktionen a_1 , a_2 oder a_3 bzw. a_4 , a_5 oder a_6 nicht-effizient und werden nicht weiter betrachtet. Dasselbe gilt für die nicht explizit vorgesehene, aber grundsätzlich denkbare Aktion, das Produkt nicht (mehr) auf dem Markt anzubieten.

Aufgrund der zusätzlichen Beschränkung über die Höhe der Werbeausgaben sind nicht alle der noch zu untersuchenden potentiellen Aktionen a_1, \dots, a_6 zulässig. Der Verkauf von 40 ME des Produkts erbringt beim Preis von 50 EUR einen Erlös von 2000 EUR. Die potentiellen Aktionen a_2 und a_3 sind nicht zulässig, da die bei ihrer Realisation anfallenden Werbeausgaben in Höhe von 2.500 EUR bzw. 3.000 EUR diesen Betrag übersteigen. Beim Verkauf zum Preis von 80 EUR wird ein Erlös in Höhe von 3.200 EUR erzielt, der in jedem Fall über den Werbeausgaben liegt. Der Aktionsraum

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$$

besteht somit aus den die Wahlmöglichkeiten vollkommen beschreibenden und sich gegenseitig ausschließenden Aktionen

$$a_1 = (50, 1.000),$$

$$a_2 = (80, 1.000),$$

$$a_3 = (80, 1.000),$$

$$a_4 = (80, 3.000).$$

Zwar ist bereits ersichtlich, dass auch die Aktionen a_2 und a_3 nicht-effizient sind, da bei gleicher Preisstellung, verbunden mit höheren Werbeausgaben Aktion a_4 einen höheren Absatz verspricht, jedoch sollen die Konsequenzen dieser Tatsache in der Fortführung des Beispiels explizit demonstriert werden.

□

1.2.1.4 Der Zustandsraum

Im Zustandsraum sind diejenigen Konstellationen von Ausprägungen problemrelevanter Umweltfaktoren zusammengefasst, die vom Entscheidenden selbst nicht beeinflusst werden können, jedoch zusammen mit den Aktionsparametern Einfluss auf die Zielgrößen besitzen. Analog zu den Aktionen müssen auch die Umweltzustände die relevante Umwelt im Zustandsraum umfassend abbilden und zudem muss der Zustandsraum so beschaffen sein, dass genau ein Umweltzustand im Modell dem real eintretenden Zustand entspricht. Ein der Effizienzbetrachtung für den Aktionsraum entsprechendes Ausscheiden von Umweltzuständen ist im Zustandsraum nicht möglich. Bei der praktischen Modellbildung ist man jedoch in der Regel gezwungen, einander ähnliche Umweltkonstellationen in einem Umweltzustand des Zustandsraums zusammenzufassen.

Beispiel 1.2-4

Einzelne Umweltfaktoren sind in der in Beispiel 1.2-1 geschilderten Situation nicht angegeben. Die zur Beschreibung der wirtschaftlichen Lage in Frage kommenden Konstellationen von Umweltfaktoren wie z. B. Wirtschaftswachstum, Lage am Arbeitsmarkt usw. sind in zwei Intervallen zusammengefasst, die durch die beiden Umweltzustände:

s_1 gute konjunkturelle Lage,
 s_2 schlechte konjunkturelle Lage
repräsentiert werden.

Der Zustandsraum lässt sich demnach als

$$S = \{s_1, s_2\}$$

beschreiben.

□

1.2.1.5 Die Modellzerlegung

Umfasst ein Modell alle sachlichen Aspekte einer Entscheidungssituation bis zum zeitlichen Modellhorizont, so spricht man von einem Totalmodell. Bei der Abbildung realer Situationen übersteigt die Komplexität eines derartigen Totalmodells in der Regel jegliche Möglichkeiten seiner Handhabung. Aus diesem Grund ist man gezwungen, das *Totalmodell* in Partialmodelle zu zerlegen und diese isoliert zu untersuchen. Die Zusammenfassung der Lösungen der Partialmodelle stellt nur dann die optimale Lösung des Totalmodells dar, wenn zwischen den Elementen der *Partialmodelle* weder wertmäßige noch *technologische Interdependenzen* bestehen. Von technologischen Interdependenzen spricht man, wenn die Realisation einer Aktion in einem Teilbereich den Aktionsraum oder die Ausprägungen mindestens einer Zielgröße in einem anderen Teilbereich beeinflusst. *Wertmäßige Interdependenz* liegt hingegen vor, wenn losgelöst von technologischen Interdependenzen die Beurteilung der Ausprägungen von Zielgrößen eines Teilbereichs von der Realisation einer Aktion in einem anderen Teilbereich abhängt.

Bestehen Interdependenzen zwischen Teilbereichen, so werden diese bei der Zerlegung des Totalmodells zerschnitten. An den so entstandenen Schnittstellen ist der abgetrennte Bereich durch dessen vorausgeschätzten Einfluss auf das Partialmodell zu ersetzen. Je mehr solcher Interdependenzen durchtrennt werden, desto größere Bedeutung kommt dieser Vorausschätzung von Einflüssen zu, was insbesondere bei der Beurteilung der Ergebnisse von Partialmodellen zu berücksichtigen ist.

Beispiel 1.2-5

Das verbal beschriebene Modell des Beispiels 1.2-1 stellt als Partialmodell einen kleinen Ausschnitt aus dem Absatzbereich dar. An der Schnittstelle zum Finanzierungsbereich ist als dessen Wirkung die Begrenzung der Werbeausgaben in Abhängigkeit vom Verkaufserlös eingesetzt. Neben der Durchtrennung eventuell bestehender zeitlicher Interdependenzen werden neben vielen anderen z. B. auch mögliche sachliche Einflüsse aus dem Personalbereich oder Wirkungen des Steuersystems von der Betrachtung ausgeschlossen. Die Produktion wird als optimal realisiert vorausgesetzt.

□

1.2.2 Das Erklärungsmodell

Während im Beschreibungsmodell die einzelnen Grundelemente einer Entscheidungssituation dargestellt werden, ist deren formale Verknüpfung i. S. e. Ursache-Wirkungszusammenhangs Gegenstand des Erklärungsmodells. Dieses Kernstück des Modells sind (Gesetzes-) Aussagen, die Informationen über die Wirkungen der Aktionen aus dem Aktionsraum auf die Zielgrößen des Zielraums liefern. Der weiteren Erläuterung dieses Wirkungszusammenhangs wird die exakte Fassung des entscheidungstheoretischen Ergebnisbegriffs vorangestellt.

Definition 1.4: Die Zusammenfassung der Ausprägungen, die die Zielgrößen bei Realisation einer bestimmten Aktion a_i und bei Eintreten eines bestimmten Umweltzustands s_j im Zeitablauf annehmen, wird als *Ergebnis* e_{ij} bezeichnet. Die Menge aller Ergebnisse nennt man *Ergebnisraum* E .

Nach Definition 1.4 besteht der Ergebnisraum

$$E = \{e_{11}, \dots, e_{ij}, \dots, e_{nm}\} \quad (1.2-1)$$

aus den Ergebnissen

$$e_{ij} = (e_{ij}^{(1)}, \dots, e_{ij}^{(k)}, \dots, e_{ij}^{(p)}), \quad (1.2-2)$$

die eine geordnete Zusammenfassung der Ausprägungen der p Zielgrößen

$$e_{ij}^{(k)} = (e_{ij}^{(k1)}, \dots, e_{ij}^{(kt)}, \dots, e_{ij}^{(kq)}) \quad (1.2-3)$$

zu den q Betrachtungszeitpunkten im Planungszeitraum darstellen.

Während also $e_{ij}^{(kt)}$ die Ausprägung der Zielgröße k zum Zeitpunkt t beschreibt, stellen im Erklärungsmodell die Aktion a_i und der Umweltzustand s_j die Ausgangsbedingungen dar, auf die die „Gesetzesaussagen“ i. S. v. formalen Ergebnisfunktionalen $f^{(kt)}$ anzuwenden sind, d. h. es gilt:

$$e_{ij}^{(kt)} = f^{(kt)}(a_i, s_j). \quad (1.2-4)$$

Zur Lösung konkreter Entscheidungsprobleme sind nun möglichst viele, für das spezielle Problem relevante „Gesetzesaussagen“ zu sammeln und in Verbindung mit eigenen Erfahrungen zur Erklärung der Wirkungszusammenhänge einzusetzen.

Beispiel 1.2-6

Die Gesetzesaussagen, die den Umfang des Einflusses beschreiben, der von der gewählten Aktion bei Eintritt eines bestimmten Umweltzustands auf die formulierte Zielgröße ausgeht, sind im zweiten Absatz der Formulierung des Beispiels 1.2-1 wiedergegeben. So ist z. B. exakt festgelegt, welche Wirkung bei guter konjunktureller Lage von einer Preissenkung um 0,20 EUR bzw. einer Erhöhung der Werbeausgaben um 12,50 EUR auf den Absatz des Produkts ausgeht und von welchem Preis an keine Nachfrage nach dem Produkt mehr herrschen würde, falls keine Werbeausgaben getätigt werden. Entsprechende Angaben liegen auch für den Fall schlechter konjunktureller Lage vor.

□

1.2.3 Der Entscheidungskalkül

Nachdem im Beschreibungsmodell neben seinen Zielen auch die prinzipiellen Möglichkeiten der Einflussnahme des Entscheidenden auf die ihn umgebende Situation erfasst und im Erklärungsmodell hinsichtlich ihres Umfangs näher konkretisiert wurden, stellt der Entscheidungskalkül den dritten Schritt auf dem Wege zu einer konkreten Handlungsempfehlung im Sinne der präskriptiven Entscheidungstheorie dar. Es bleiben noch Methoden zu finden bzw. zu entwickeln, die es gestatten, die entsprechend den Zielgrößen optimalen Aktionen aus dem Aktionsraum zu ermitteln.

Definition 1.5: Die als *Lösung* eines Entscheidungsproblems bezeichnete Menge A^* enthält alle diejenigen Aktionen des Aktionsraums, die hinsichtlich der Zielgrößen des Zielraums optimal sind.

Beim Entscheidungskalkül handelt es sich um logische Umformungen der Informationen, die das Beschreibungs- und Erklärungsmodell beinhalten. Zusätzliche empirisch gehaltvolle Informationen gehen dabei in das Entscheidungsmodell nicht ein. Zur Förderung des zielgerichteten Vorgehens bei der Umformung der Basisinformationen hat sich eine bestimmte Darstellungsform für Entscheidungsprobleme als zweckmäßig erwiesen.

Enthalten Aktions- und Zustandsraum endlich viele Elemente, so lassen sich die Ergebnisse in der übersichtlich geordneten Form einer sog. *Ergebnismatrix* zusammenfassen, deren allgemeine Anordnung Abbildung 1.1 zeigt.

	s_1	s_2	...	s_j	...	s_m
a_1	e_{11}	e_{12}	...	e_{1j}	...	e_{1m}
a_2	e_{21}	e_{22}	...	e_{2j}	...	e_{2m}
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots		\vdots
a_i	e_{i1}	e_{i2}	...	e_{ij}	...	e_{im}
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots		\vdots
a_n	e_{n1}	e_{n2}	...	e_{nj}	...	e_{nm}

Abbildung 1.1: Ergebnismatrix

Da Entscheidungsmodelle erst dann der an sie gestellten Aufgabe gerecht werden, wenn mit ihrer Hilfe dem Entscheidenden konkret angegeben werden kann, dass er sich in einer be-

stimmten Situation genau dann gemäß seinen Zielen, d. h. rational verhält, wenn er eine bestimmte Aktion wählt, ist bei der Konstruktion des Beschreibungsmodells und des Erklärungsmodells bereits die Existenz geeigneter Entscheidungskalküle zu berücksichtigen. Da Kalkülwissen und Erklärung in der Regel Engpässe in Entscheidungsmodellen darstellen, sind Beschreibungs-, Erklärungs- und Kalkülmodell simultan zu entwickeln.

Beispiel 1.2-7

Mit Hilfe geeigneter Umformungen sollen nun für das Beispiel 1.2-1 diejenigen Aktionen ermittelt werden, bei deren Wahl das Unternehmen das Maximum des aus eigener Kraft erzielbaren Absatzes erreicht. Der erste Schritt besteht in der Transformation der verbal beschriebenen technologischen Aussagen in mathematische Funktionen.

Bei guter konjunktureller Lage stellt sich die um die Werbewirkung erweiterte Preis-Absatz-Funktion als

$$g_1: x = 800 - 5p + 0,08w$$

dar;

dabei bezeichnen:

- x die abgesetzte Menge,
- p den Preis des Produkts,
- w die Werbeausgaben.

Durch Einsetzen konkreter Zahlenwerte für p und w lässt sich nachweisen, dass die Funktion g_1 den verbal beschriebenen Sachverhalt richtig wiedergibt.

Analog gilt bei schlechter konjunktureller Lage:

$$g_2: x = 1.000 - 10p + 0,05w.$$

g_1 und g_2 geben den in der Beziehung (1.2-4) allgemein formulierten Zusammenhang zwischen Aktion, Umweltzustand und Ergebnis an, wobei die Wirkungen der Umweltzustände bereits in den Koeffizienten der Funktionen eingefangen sind.

Da nur eine Zielgröße und ein Zeitpunkt im Modell relevant sind, erübrigt sich eine entsprechende Indizierung der Ergebnisse

$$\begin{array}{ll} e_{11} = f_1(a_1, s_1) = g_1(a_1); & e_{12} = f_2(a_1, s_2) = g_2(a_1); \\ \vdots & \vdots \\ e_{41} = f_1(a_4, s_1) = g_1(a_4); & e_{42} = f_2(a_4, s_2) = g_2(a_4). \end{array}$$

Setzt man für die Aktionen die entsprechenden Ausprägungen der Aktionsparameter in die Funktionen g_1 bzw. g_2 ein, so errechnen sich die in der nachstehenden Ergebnismatrix zusammengefassten Werte

	s ₁	s ₂
a ₁	630	520
a ₂	480	250
a ₃	600	325
a ₄	640	350

Wie bereits im Beispiel 1.2-3 erkennbar, wird nun die Überlegenheit der Aktion a₄ über die Aktionen a₂ und a₃ deutlich, da die Wahl von a₄ unabhängig von der konjunkturellen Lage jeweils einen höheren Absatz zur Folge hat.

Die oben dargestellte Ergebnismatrix lässt sich demnach reduzieren zur Matrix

	s ₁	s ₂
a ₁	630	520
a ₄	640	350

ohne, dass damit die optimal Aktion eliminiert wird.

Wie aus der Matrix ersichtlich ist, kann sich die Unternehmung einen maximalen Absatz in Höhe von 550 ME aus eigener Kraft sichern, wenn sie die Aktion a₁ wählt. Würde die Unternehmung die Aktion a₄ wählen, so wäre ihr nur ein Absatz in Höhe von mindestens 350 ME sicher, da sie voraussetzungsgemäß keinen Einfluss auf die unbekannte wirtschaftliche Lage besitzt.

Als Lösung des Entscheidungsproblems erhält man somit:

$$A^* = \{a_1\}.$$

□

1.2.4 Anwendungsbeispiele

1.2.4.1 Ein Beispiel aus der Produktionstheorie

Beispiel 1.2-8

Die Wirkungsweise der Gaserzeugungsanlage eines Unternehmens der chemischen Industrie lässt sich unter Berücksichtigung der gerade herrschenden Temperatur- und Druckbedingungen der Umgebungsluft durch folgende Produktionsfunktion beschreiben:

$$x = c_1 \frac{T r_1}{D} + c_2 T \sqrt{r_2};$$

dabei bezeichnen:

- x die Menge des hergestellten Gases in [m³],
- r₁ die Einsatzmenge des Produktionsfaktors R₁ in [I],
- r₂ die Einsatzmenge des Produktionsfaktors R₂ in [I],

T	die Temperatur der Umgebungsluft in [$^{\circ}\text{C}$],
D	den Druck der Umgebungsluft in [mb],
c_1	einen Produktionskoeffizienten $\left[\frac{\text{m}^3 \text{mb}}{\text{Cl}} \right]$,
c_2	einen Produktionskoeffizienten $\left[\frac{\text{m}^3}{\text{Cl}} \right]$.

Die Einkaufspreise p_1 bzw. p_2 der voll substituierbaren Produktionsfaktoren R_1 bzw. R_2 belaufen sich auf 30 EUR bzw. 5 EUR pro l. Die Produktionskoeffizienten sind mit $c_1 = 600$ und $c_2 = 0,4$ bekannt. Welche Faktorkombination ist zu wählen, um 52 m^3 des Gases kostenminimal herzustellen, wenn die Temperatur bzw. der Druck der Umgebungsluft im Produktionszeitraum $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$ bzw. 1.000 mb betragen?

Lösung:

Es handelt sich bei diesem Modell um ein Partialmodell aus dem Produktionsbereich. Die übrigen Teilbereiche des Unternehmens werden explizit nicht berücksichtigt, ihre Wirkungen fließen über die Faktorpreise und die vorgegebene Ausbringungsmenge in das Modell ein. Falls in der Realität zeitliche Interdependenzen vorliegen, so werden diese modellmäßig nicht abgebildet.

Im Modell wird nur eine Zielgröße betrachtet, die sich wie folgt darstellt:

- Das Zielmerkmal sind die Kosten, die bei der Herstellung von 52 m^3 des Gases anfallen;
- die Zielvorschrift besteht aus der Extremierungsvorschrift „Minimierung“;
- der Zeitbezug stellt sich als Forderung nach unmittelbarer Zielerfüllung dar.

Als Aktionsparameter kann das Unternehmen unterschiedliche Mengen der Produktionsfaktoren R_1 und R_2 einsetzen. Eine Aktion a stellt eine Kombination von Ausprägungen der Aktionsparameter dar, d. h. es gilt:

$$a = (r_1, r_2).$$

Da von beliebiger Teilbarkeit der in l gemessenen Produktionsfaktoren auszugehen ist, existieren unendlich viele Aktionen im Aktionsraum, der wie folgt beschrieben wird:

$$A = \{a | a = (r_1, r_2) \wedge r_1 \geq 0, r_2 \geq 0\}.$$

Die relevanten Umweltfaktoren sind Temperatur T und Druck D der Umgebungsluft sowie die Preise (p_1 bzw. p_2) der Produktionsfaktoren. Die Umweltfaktoren werden für den Zeitraum der Produktion als konstant und bekannt angenommen, d. h. es ist nur ein Umweltzustand s_1 : ($T = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $D = 1.000 \text{ mb}$, $p_1 = 30 \text{ EUR}$, $p_2 = 5 \text{ EUR}$) zu betrachten. Für den Zustandsraum gilt demnach:

$$S = \{s_1\}.$$

Die Produktionskosten K bestimmen sich aus den eingesetzten Mengen der Produktionsfaktoren multipliziert mit deren Preisen nach der Beziehung

$$K = p_1 r_1 + p_2 r_2.$$

Der Zusammenhang zwischen Faktoreinsatzmengen, Umwelteinflüssen und Ausbringungsmenge wird durch die technischen Eigenschaften der Produktionsanlage bestimmt und ist in der Produktionsfunktion quantitativ beschrieben. Setzt man die angegebenen Werte für die

technischen Umweltfaktoren ein, so ergibt sich als Beziehung zwischen Faktoreinsatzmengen und Ausbringungsmenge die Funktion

$$g: x = 12r_1 + 8\sqrt{r_2}.$$

Der Einfluss der (konstanten) technischen Umweltbedingungen ist nun bereits in den Koeffizienten von g berücksichtigt.

Zur Ermittlung der optimalen Aktionen ist schrittweise vorzugehen.

Das Minimum der Kostenfunktion ist unter der Restriktion zu ermitteln, dass genau 52 m^3 des Gases herzustellen sind, d. h. es muss gelten:

$$52 = 12r_1 + 8\sqrt{r_2} \text{ bzw. } 12r_1 + 8\sqrt{r_2} - 52 = 0.$$

Es handelt sich hier um das Problem der Extremierung einer Zielfunktion unter einer Nebenbedingung. Weiterhin sind die bei der Beschreibung des Aktionsraums angegebenen Nichtnegativitätsbedingungen zu beachten. Ergibt sich eine Lösung mit r_1 oder $r_2 < 0$, so bedeutet dies, dass der entsprechende Produktionsfaktor R_1 bzw. R_2 zur Herstellung des Produkts nicht einzusetzen ist.

Zur Berechnung von Produktionsfaktormengen, die optimal sein können, bietet sich die Lagrangesche Multiplikatormethode an. Man bildet dazu die Hilfsfunktion

$$L = p_1r_1 + p_2r_2 + \lambda(12r_1 + 8\sqrt{r_2} - 52)$$

bzw. eingesetzt

$$L = 30r_1 + 5r_2 + \lambda(12r_1 + 8\sqrt{r_2} - 52),$$

die partiell nach r_1 , r_2 und λ differenziert wird. Die Null gesetzten partiellen Ableitungen stellen ein System von Gleichungen dar, dessen Auflösung potentiell optimale Lösungen liefert. Die Art des Extremums und die Einhaltung der Nichtnegativitätsbedingung sind gesondert zu überprüfen.

Die partielle Ableitung nach r_1

$$\frac{\partial L}{\partial r_1} = 30 + 12\lambda = 0,$$

lässt sich nach

$$\lambda = -\frac{30}{12}$$

auflösen.

Die partielle Ableitung nach r_2

$$\frac{\partial L}{\partial r_2} = 5 + \frac{4\lambda}{\sqrt{r_2}} = 0,$$

lässt sich nach

$$r_2 = -\frac{4\lambda}{5}$$

auflösen.

Setzt man in diesen Ausdruck den für λ ermittelten Wert ein, so gilt:

$$\sqrt{r_2} = \frac{4 \cdot 30}{5 \cdot 12} = 2$$

bzw.

$$r_2 = 4.$$

Die partielle Ableitung nach λ ergibt:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 12r_1 + 8\sqrt{r_2} - 52 = 0.$$

Setzt man den bereits bestimmten Wert für r_2 ein, so erhält man schließlich

$$12r_1 + 8 \cdot 2 - 52 = 0$$

bzw.

$$r_1 = 3.$$

Die Kombination $a = (3, 4)$ der Aktionsparameter genügt der Nichtnegativitätsbedingung und stellt zudem ein Kostenminimum dar, wie durch Untersuchung der Produktionskosten zulässiger Faktorkombinationen aus der Umgebung von a überprüft werden kann.

Als Lösung des Entscheidungsproblems erhält man somit

$$A^* = \{a = (3, 4)\},$$

d. h. zur Produktion von 52 m^3 des Gases sollen 3 l des Produktionsfaktors R_1 und 4 l des Produktionsfaktors R_2 eingesetzt werden.

□

1.2.4.2 Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms

Beispiel 1.2-9

In einem Unternehmen werden auf einer Maschine zwei Produkte A und B hergestellt. Die Bearbeitungszeit von Produkt A auf der Maschine beträgt 9 Minuten pro Stück, die von Produkt B 6 Minuten pro Stück. Die Kapazität der Maschine ist in der Planperiode auf 720 Minuten beschränkt. Die relevanten Stückkosten von Produkt A bzw. B belaufen sich auf 9 EUR bzw. 6 EUR. Die Verkaufspreise der beiden Produkte betragen 16 EUR für Produkt B bzw. 29 EUR für Produkt A. Während die Nachfrage nach Produkt B nicht beschränkt ist, können von Produkt A maximal 60 Stück abgesetzt werden. Mit welchem Produktionsprogramm kann der Gesamtdeckungsbeitrag maximiert werden?

Lösung:

- Es handelt sich hier um ein Partialmodell aus dem Produktionsbereich. Die Wirkungen des Absatzbereichs gehen über die Absatzpreise und die Absatzbeschränkung für Produkt A in das Modell ein. Die Einflüsse aus den übrigen Teilbereichen des Unternehmens sind in den relevanten Kosten zusammengefasst. Zeitliche Interdependenzen liegen nicht vor.

- Die im Modell betrachtete Zielgröße ist wie folgt determiniert:
 - Das Zielmerkmal ist der Gesamtdeckungsbeitrag, der unter Berücksichtigung der Restriktionen realisiert werden kann;
 - die Zielvorschrift lautet auf „Maximierung“;
 - die Zielerfüllung soll unmittelbar erfolgen.
- Als Aktionsparameter kann das Unternehmen die Produktionsmengen x_A und x_B der beiden Erzeugnisse beeinflussen. Eine Aktion a stellt sich als Kombination von Ausprägungen der Aktionsparameter dar, d. h. es gilt:

$$a = (x_A, x_B).$$

Unterstellt man beliebige Teilbarkeit der Produkte A und B, so existieren unendlich viele Aktionen im Aktionsraum

$$A = \{a | a = (x_A, x_B) \wedge x_A \geq 0, x_B \geq 0\}.$$

- Die vom Unternehmen nicht beeinflussbaren, relevanten Umweltfaktoren sind die Preise p_A und p_B der Produkte, deren relevante Stückkosten k_A und k_B , die Beschränkungen von Absatzmenge und Maschinenzeit sowie die Bearbeitungszeiten der Produkte auf der Maschine. Die Umweltfaktoren werden für den Planungszeitraum als konstant und bekannt angenommen, d. h. es ist nur ein Umweltzustand s_1 zu berücksichtigen, der durch die angegebenen Ausprägungen der Umweltfaktoren bestimmt ist. Damit gilt:

$$S = \{s_1\}.$$

- Das Erklärungsmodell bringt im konkreten Fall die Verknüpfung von Aktionsparametern und Umweltfaktoren zum Gesamtdeckungsbeitrag D mit

$$D = x_A(p_A - k_A) + x_B(p_B - k_B) = 20x_A + 10x_B$$

unter folgenden Beschränkungen zum Ausdruck:

- Die zur Verfügung stehende Maschinenzeit darf nicht überschritten werden, d. h. es muss gelten:

$$9x_A + 6x_B \leq 720;$$

- die Absatzrestriktion ist einzuhalten mit:

$$x_A \leq 60;$$

- ferner gelten die bei der Beschreibung des Aktionsraums bereits angegebenen Nichtnegativitätsbedingungen

$$x_A \geq 0 \text{ und}$$

$$x_B \geq 0.$$

- Da nur zwei Produkte betrachtet werden, kann die Ermittlung derjenigen (x_A, x_B) -Kombinationen, für die der Gesamtdeckungsbeitrag sein Maximum annimmt, graphisch erfolgen. Der schraffierte Bereich in nachstehender Abbildung beschreibt die Menge der (x_A, x_B) -Kombinationen, die gleichzeitig sämtlichen Nebenbedingungen genügen.

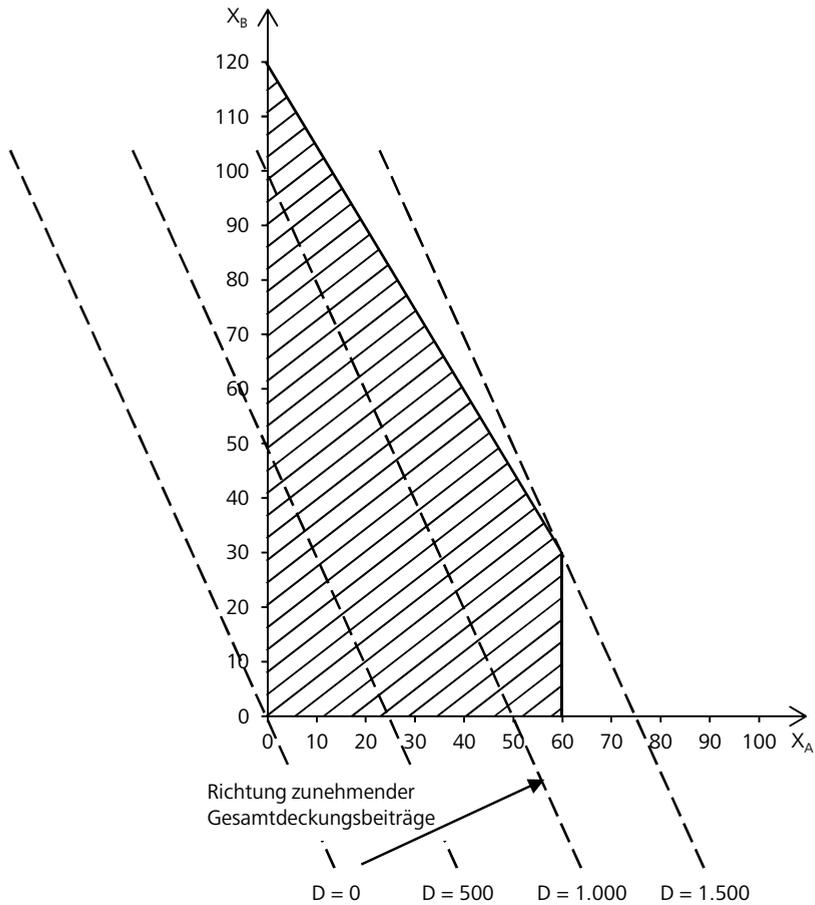


Abbildung 1.2: Zulässige Produktionsmengenkombinationen

Die zu maximierende Zielfunktion ist für verschiedene Werte gestrichelt eingezeichnet. Soweit eine gestrichelte Linie im schraffierten Bereich verläuft, stellt sie den geometrischen Ort aller zulässigen (x_A, x_B) -Kombinationen dar, die zum angegebenen Gesamtdeckungsbeitrag führen.

Der höchste Gesamtdeckungsbeitrag, der durch eine im zulässigen Bereich liegende (x_A, x_B) -Kombination erreichbar ist, wird durch die Kombination $(60, 30)$ mit $D = 1.500$ realisiert.

Als Lösung des Entscheidungsproblems ergibt sich demnach

$$A^* = \{a = (60, 30)\},$$

d. h., es sind 60 Stück von Produkt A und 30 Stück von Produkt B herzustellen.

□

1.3 Die untersuchten Fragestellungen

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die Vorgehensweise bei der Abbildung realer Entscheidungssituationen im Vordergrund stand und bereits Handlungsempfehlungen für einfache Problemstellungen gegeben werden konnten, geht es nun darum, die Charakteristika der im folgenden betrachteten Entscheidungssituationen hervorzuheben und die Zweckmäßigkeit der gewählten Gliederungskriterien zu begründen.

Eine bedeutende Trennlinie verläuft zwischen Individual- und Gruppenentscheidungen, die sich formal folgendermaßen unterscheiden:

Definition 1.6: Ein *Individual-Entscheidungsmodell* liegt vor, wenn der Zielraum nur aus den Zielgrößen eines einzelnen Entscheidenden besteht.

Entsprechend gilt für das Komplement:

Definition 1.7: Ein *Gruppen-Entscheidungsmodell* liegt vor, wenn der Zielraum die Zielgrößen mehrerer Entscheidender umfasst.

In der Literatur neigt man zuweilen dazu, Entscheidungsmodelle, die im Sinne der Definition 1.6 individuelle Entscheidungssituationen abbilden, durch die Einführung des Begriffs des „Entscheidungssträgers“, der sowohl einzelne Personen als auch Personengruppen umfasst, uneingeschränkt zu verallgemeinern. Dieses Vorgehen erscheint nicht problemadäquat, solange die entsprechenden Erklärungsmodelle überwiegend auf die intrapersonellen Ziel-, Zeit- und Unsicherheitskonflikte hin orientiert sind, was insbesondere dann deutlich wird, wenn eine Befragung des Entscheidenden über seine Bewertungsmaßstäbe erforderlich ist.¹ Obwohl das Problem der Gruppenentscheidungen überwiegend in der Zusammenfassung individueller Präferenzordnungen besteht, darf nicht übersehen werden, dass die individuelle Informationsbeschaffung und -verarbeitung durchaus auch der Beeinflussung durch die übrigen Gruppenmitglieder unterliegt.

Ein weiteres wichtiges Gliederungskriterium stellt der Zeitaspekt in Entscheidungsmodellen dar.

Definition 1.8: *Einstufige Entscheidungsmodelle* beschreiben Situationen, in denen einmalige Entscheidungen, unabhängig von Folgeentscheidungen, zu treffen sind.

Hinweis: Die Ergebnisse der verschiedenen Aktionen in einstufigen Entscheidungsmodellen müssen nicht zu einem bestimmten Zeitpunkt vorliegen.

Definition 1.9: In *mehrstufigen Entscheidungsmodellen* wird berücksichtigt, dass Entscheidungen in zeitlicher Abfolge zu treffen sind und die Ausgangssituationen der jeweils nachgelagerten Entscheidungen beeinflussen.

¹ Etwa die Bernoulli-Befragung in der Risikosituation.