



Aufgaben zur Elektrotechnik 2

Wechselströme, Drehstrom, Leitungen,
Anwendungen der Fourier-, der Laplace-
und der Z-Transformation

von

M. Sc. Christian Gierl
Technische Universität Darmstadt

Dipl.-Ing. Karsten Golde
Technische Universität Darmstadt

Dr.-Ing. Oliver Haas
Universität Kassel

M. Sc. Sujoy Paul
Technische Universität Darmstadt

Dr.-Ing. Christian Spieker
Universität Kassel

Oldenbourg Verlag München

Lektorat: Dr. Gerhard Pappert
Herstellung: Tina Bonertz
Titelbild: Oliver Haas und Christian Spieker
Einbandgestaltung: hauser lacour

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Library of Congress Cataloging-in-Publication Data

A CIP catalog record for this book has been applied for at the Library of Congress.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechts.

© 2013 Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH
Rosenheimer Straße 143, 81671 München, Deutschland
www.degruyter.com/oldenbourg
Ein Unternehmen von De Gruyter

Gedruckt in Deutschland

Dieses Papier ist alterungsbeständig nach DIN/ISO 9706.

ISBN 978-3-486-72845-3
eISBN 978-3-486-75525-1

Vorwort

Das vorliegende Buch stellt eine Fortsetzung des Aufgabenbuchs *Aufgaben zur Elektrotechnik 1* dar. Es ist eine Sammlung von Aufgaben mit ausführlichen Lösungswegen aus Übungen, Tutorien und Klausuren mit dem Ziel, das Verständnis der Vorlesung *Grundlagen der Elektrotechnik* zu erleichtern und die Studierenden bei der Klausurvorbereitung zu unterstützen.

Es handelt sich hierbei über ein universitätsübergreifendes Projekt. Hierbei sind

- Herr Haas und Herr Spieker von der Universität Kassel für die Kapitel 7 und 8,
- Herr Golde von der Technischen Universität Darmstadt für die Kapitel 9 und 10 sowie
- Herr Gierl und Herr Paul (ebenfalls Technische Universität Darmstadt) für die Kapitel 11 bis 14

verantwortlich.

Didaktisch ist dieses Buch an das Standardwerk *Grundgebiete der Elektrotechnik 2* von Clausert und Wiesemann angelehnt, so dass passend zu den jeweiligen Kapiteln des Lehrbuchs Aufgaben mit Lösungsweg nachgeschlagen werden können.

Das Buch ist in zwei Abschnitte aufgeteilt. Im ersten Teil findet der Leser die Aufgabenstellung und im zweiten Teil ist jeweils dazu ein ausführlicher Lösungsweg dargestellt. Auf diese Aufteilung wird großen Wert gelegt, da man als neugieriger Leser oft geneigt ist, schon einmal vorab den Lösungsweg zu studieren. Es sei aber an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass es ein entscheidender Unterschied ist, einen Lösungsweg nur nachvollziehen zu können oder aber ihn selbständig zu erarbeiten. Oftmals macht genau dies den Unterschied zwischen einer guten und einer nicht bestandenenen Prüfung aus.

Wir wünschen allen Lesern bzw. Studierenden viel Spaß beim Bearbeiten der Aufgaben und sind stets dankbar für Verbesserungsvorschläge und Hinweise auf noch vorhandene Fehler. Abschließend möchten wir es nicht versäumen, dem Verlag für die gute Zusammenarbeit zu danken.

Christian Gierl
Karsten Golde
Oliver Haas
Sujoy Paul
Christian Spieker

Inhaltsverzeichnis

I	Aufgaben	1
7	Wechselstromlehre	3
7.1	Zeitabhängige Ströme und Spannungen	3
7.2	Komplexe Impedanzen: Zeigerdiagramme, Ortskurven und Resonanz ...	5
7.3	Die Leistung eingeschwungener Wechselströme und -spannungen	11
7.4	Der Transformator im eingeschwungenen Zustand	13
7.5	Vierpole	14
8	Mehrphasensysteme	17
8.1	Das Drehstromsystem bei symmetrischer Last	17
8.2	Das Drehstromsystem bei asymmetrischer Last	19
9	Leitungen	21
9.1	Allgemeine Zusammenhänge	21
9.2	Vernetzte Leitungen	24
10	Zeitlich veränderliche elektromagnetische Felder	27
10.1	Durchflutungsgesetz (1. Maxwellsche Gleichung)	27
10.2	Induktionsgesetz (2. Maxwellsche Gleichung)	28
11	Nichtsinusförmige Vorgänge	29
11.1	Fourier-Reihen	29
11.2	Fouriertransformation	33
11.3	Faltung	37
12	Die Laplace-Transformation	41
12.1	Hin- und Rücktransformation	41
12.2	Die Behandlung von Ausgleichsvorgängen	43

13	Die Z-Transformation	45
13.1	Hin- und Rücktransformation	45
13.2	Übertragungsfunktion diskreter Systeme	46
14	Systemtheorie	49
14.1	Signalanalyse und -rekonstruktion	49
14.2	Analyse diskreter Systeme	51
 II	 Lösungen	 53
7	Wechselstromlehre	55
7.1	Zeitabhängige Ströme und Spannungen	55
7.2	Komplexe Impedanzen: Zeigerdiagramme, Ortskurven und Resonanz ...	67
7.3	Die Leistung eingeschwungener Wechselströme und -spannungen	97
7.4	Der Transformator im eingeschwungenen Zustand	102
7.5	Vierpole	106
8	Mehrphasensysteme	117
8.1	Das Drehstromsystem bei symmetrischer Last	117
8.2	Das Drehstromsystem bei asymmetrischer Last	128
9	Leitungen	137
9.1	Allgemeine Zusammenhänge	137
9.2	Vernetzte Leitungen	147
10	Zeitlich veränderliche elektromagnetische Felder	155
10.1	Durchflutungsgesetz (1. Maxwellsche Gleichung)	155
10.2	Induktionsgesetz (2. Maxwellsche Gleichung)	159
11	Nichtsinusförmige Vorgänge	161
11.1	Fourier-Reihen	161
11.2	Fouriertransformation	168
11.3	Faltung	178

12	Die Laplace-Transformation	185
12.1	Hin- und Rücktransformation	185
12.2	Die Behandlung von Ausgleichsvorgängen	195
13	Die Z-Transformation	201
13.1	Hin- und Rücktransformation	201
13.2	Übertragungsfunktion diskreter Systeme	210
14	Systemtheorie	217
14.1	Signalanalyse und -rekonstruktion	217
14.2	Analyse diskreter Systeme	223

Teil I

Aufgaben

7 Wechselstromlehre

7.1 Zeitabhängige Ströme und Spannungen

Aufgabe 7.1.1

Gegeben ist die folgende periodische Zeitfunktion (T: Periodendauer)

$$u(t) = \begin{cases} \hat{u} + \frac{4\hat{u}}{T} \cdot t & \text{für } 0 \leq t < \frac{T}{4} , \\ \hat{u} + \hat{u} \cdot \sin(\omega t) & \text{für } \frac{T}{4} \leq t < T . \end{cases}$$

1. Zeichnen Sie den Verlauf der Spannung $u(t)$ über zwei Perioden.
2. Berechnen Sie den Mittelwert $\bar{u}$.
3. Berechnen Sie den Effektivwert U (*Hinweis:* $\sin^2(x) = \frac{1}{2} - \frac{\cos(2x)}{2}$).

Aufgabe 7.1.2

Gegeben sind zwei Sinusschwingungen

$$u(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi_u) \text{ und} \\ i(t) = \hat{i} \sin(\omega t + \varphi_i) .$$

Bekannt sind die Amplituden $\hat{u} = 10 \text{ V}$ und $\hat{i} = 5 \text{ A}$ sowie $f = 100 \text{ Hz}$. Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt$$

allgemein und für die Werte

1. $\varphi_u = \varphi_i = 0$,
2. $\varphi_u = 0$, $\varphi_i = \pi/2$,
3. $\varphi_u = \pi/3$, $\varphi_i = 0$.

Nützliche Additionstheoreme:

$$2 \sin(x) \sin(y) = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$\sin(x \pm y) = \sin(x) \cos(y) \pm \cos(x) \sin(y)$$

Aufgabe 7.1.3

Für die in Abbildung 7.1 gegebene Parabelfunktion sind

1. der arithmetische Mittelwert $\bar{f}$ und
2. der Gleichrichtwert (elektrolytischer Mittelwert) $\overline{|f|}$

zu berechnen.

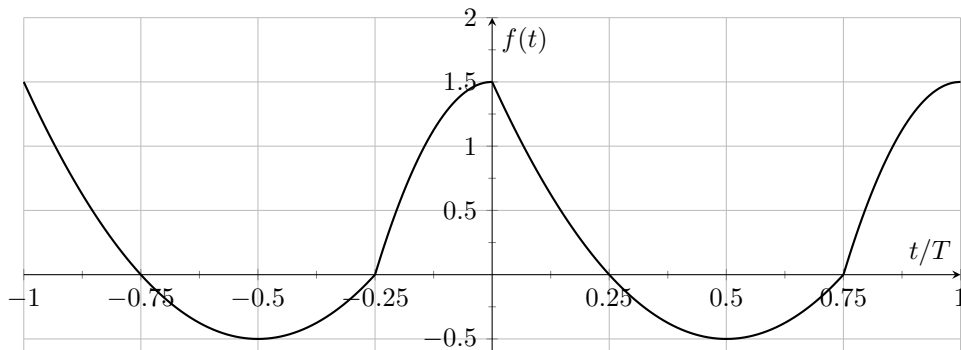


Abb. 7.1: Unsymmetrische, periodische Parabelfunktion

Aufgabe 7.1.4

Zwei Wechselspannungen

$$u_1(t) = \hat{u}_1 \cdot \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$u_2(t) = \hat{u}_2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_2)$$

haben die Amplituden $\hat{u}_1 = \hat{u}_2 = 30 \text{ V}$. Die Funktion $u_2(t)$ eilt $u_1(t)$ um $\pi/6$ (30°) voraus, φ_1 habe den Wert 0. Zum Zeitpunkt $t = t_1$ betrage der Augenblickswert $u_1(t_1) = 18 \text{ V}$.

- a) Wie groß ist zum gleichen Zeitpunkt der Augenblickswert $u_2(t_1)$ im Intervall $0 \dots 2\pi$?
- b) Berechnen Sie den Zeitpunkt $t = t_1$ für $f = 50 \text{ Hz}$.

Aufgabe 7.1.5

Für die Spannungen $u_1 = \hat{u}_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$ und $u_2 = \hat{u}_2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$ mit $\hat{u}_1 = 5 \text{ V}$, $\varphi_1 = 60^\circ$ und $\hat{u}_2 = 8 \text{ V}$, $\varphi_2 = -10^\circ$ soll die resultierende Spannung $u_3(t) = u_1(t) - u_2(t)$ analytisch ermittelt werden:

- a) In allgemeiner Form und
- b) mit den gegebenen Werten.

Aufgabe 7.1.6

1. Nutzen Sie die Eulersche Relation und stellen Sie die Zeitfunktionen

$$\cos(\omega t) \quad \text{und} \quad \sin(\omega t)$$

durch komplexe e-Funktionen dar.

2. Berechnen Sie explizit die Funktionen

$$f_1(x) = \sin x + \cos x, \quad f_2(x) = (\sin x + \cos x)^2.$$

7.2 Komplexe Impedanzen: Zeigerdiagramme, Ortskurven und Resonanz

Aufgabe 7.2.1

Welche in Reihe geschalteten Impedanzen (Bauteilewerte) geben folgende komplexe Ausdrücke wieder ($f = 50 \text{ kHz}$)? Berechnen Sie ebenfalls den Phasenwinkel.

1. $\underline{Z} = \frac{1}{1-j} \Omega,$
2. $\underline{Z} = (3 + j5) \Omega,$
3. $\underline{Z} = \left(6 + \frac{3}{j}\right) \Omega,$
4. $\underline{Z} = \frac{5 + j4}{j} \Omega.$

Aufgabe 7.2.2

Berechnen Sie den Gleichstromwiderstand und die Frequenz in folgenden komplexen Widerständen:

1. $\underline{Z} = 300 \Omega e^{j\pi/3}, \quad L = 0,5 \text{ H};$
2. $\underline{Z} = 128 \Omega e^{j5\pi/12}, \quad L = 0,225 \text{ H};$
3. $\underline{Z} = 1200 \Omega e^{j0,48\pi}, \quad L = 0,75 \text{ H}.$

Aufgabe 7.2.3

Durch zwei parallel geschaltete Widerstände fließen zwei Ströme $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2$. Sie ergeben zusammen den Strom $\underline{I} = (4 + j3) \text{ A}$. Berechnen Sie Betrag und Phase von $\underline{I}_2$ wenn $\underline{I}_1$ die folgenden Werte hat:

1. $\underline{I}_1 = 5 \text{ A } e^{-j\pi/3}$,
2. $\underline{I}_1 = 2 \text{ A } e^{j\pi/2}$,
3. $\underline{I}_1 = 6 \text{ A } e^{j0,47\pi}$.

Aufgabe 7.2.4

Gegeben sind die komplexen Effektivwerte von Spannung und Strom bei einer vorgegebenen Kreisfrequenz ω :

1. $\underline{U} = 6 \text{ V } e^{j0}$, $\underline{I} = 3 \text{ A } e^{j\pi/2}$, $\omega = 1000 \text{ s}^{-1}$;
2. $\underline{U} = 54 \text{ V } e^{j\pi/3}$, $\underline{I} = 9 \text{ A } e^{-j\pi/6}$, $\omega = 500 \text{ s}^{-1}$;
3. $\underline{U} = 2 \text{ V } e^{j\pi/7}$, $\underline{I} = 10 \text{ A } e^{j\pi/7}$, $\omega = 2000 \text{ s}^{-1}$.

Berechnen Sie jeweils die komplexe Impedanz $\underline{Z}$ (Betrag und Phasenwinkel); geben Sie an, welches Bauelement dazu gehört und bestimmen Sie dessen Wert.

Aufgabe 7.2.5

Eine sinusförmige Quelle speist zwei Bauelemente. Folgende Kombinationen der komplexen Effektivwerte von Spannung und Strom bei einer vorgegebenen Kreisfrequenz ω können sowohl bei Reihen- als auch bei Parallelschaltung auftreten:

1. $\underline{U} = 20 \text{ V } e^{j\pi/4}$, $\underline{I} = 5 \text{ A } e^{-j\pi/6}$, $\omega = 1000 \text{ s}^{-1}$;
2. $\underline{U} = 5 \text{ V } e^{j\pi/4}$, $\underline{I} = 0,1 \text{ A } e^{j\pi/2}$, $\omega = 2000 \text{ s}^{-1}$.

Berechnen Sie jeweils die komplexe Impedanz $\underline{Z}$, die komplexe Admittanz $\underline{Y}$ (Betrag und Phasenwinkel); geben Sie jeweils für die Reihen- und Parallelschaltung an, aus welchen Bauelementen (R , L oder C) diese bestehen und bestimmen Sie deren zugehörige Werte.

Aufgabe 7.2.6

Zu einem vergossenen RC -Modul, bestehend aus der Parallelschaltung $C = 6,8 \text{ nF}$, $R_p = 1,2 \text{ k}\Omega$, ist ein Widerstand R_1 parallel zu schalten, so dass sich ein Phasenverschiebungswinkel $\varphi_Z = \varphi_u - \varphi_i$ von $-\pi/3$ einstellt.

Bestimmen Sie R_1 zeichnerisch und rechnerisch, wenn die gesamte Schaltung an einer Spannung mit der Frequenz $f = 80 \text{ kHz}$ liegt.

Aufgabe 7.2.7

Bei der Parallelschaltung in Abbildung 7.2 sind die Bauelemente $R = 4\ \Omega$, $L = 0,2\ \text{mH}$ und $C = 25\ \mu\text{F}$ sowie die Amplitude $\hat{u}_q = 20\ \text{V}$ der sinusförmigen Quelle bekannt.

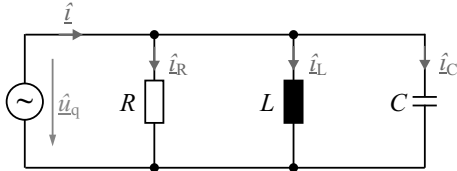


Abb. 7.2: Parallelschaltung von R , L und C

1. Geben Sie die Kreisfrequenz ω an, bei der der Strom $\hat{i}_C$ doppelt so groß wie $\hat{i}_L$ ist.
2. Zeichnen Sie für diesen Fall das Zeigerdiagramm der Amplituden von Spannung und Strömen (Maßstab $1\ \text{A} : 1\ \text{cm}$) sowie das Operatoren-Diagramm der Admittanzen (Maßstab $0,05\ \text{S} : 1\ \text{cm}$).
3. Skizzieren Sie qualitativ die Frequenzabhängigkeit der Admittanz $\underline{Y}_p$ getrennt für Real- und Imaginärteil sowie für Betrag und Phase.

Aufgabe 7.2.8

Gegeben ist eine Serienschaltung aus $R = 100\ \Omega$, $L = 5\ \text{mH}$, und $C = 2\ \mu\text{F}$. Bekannt ist die Amplitude $\hat{u}$ der sinusförmigen Spannungsquelle. Welche Kreisfrequenz ω hat die Wechselspannung, wenn der Strom $\hat{i}$ in Phase mit der Spannung $\hat{u}$ ist ($\varphi_u - \varphi_i = 0$)?

Aufgabe 7.2.9

Die Schaltung einer Wechselstrombrücke nach Abbildung 7.3 soll genutzt werden, um eine reale, verlustbehaftete Induktivität zu messen (Reihenschaltung von R und L). Das Messobjekt wird durch die Impedanz $\underline{Z}_1$ repräsentiert.

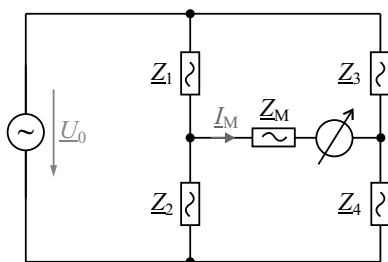


Abb. 7.3: Schaltung einer Wechselstrombrücke zum Messen von komplexen Widerständen

1. Nutzen Sie die Methode der Ersatzspannungsquelle sowie die Spannungsteilerregel und bestimmen Sie allgemein eine Gleichung zur Berechnung des Messstroms $\underline{I}_M$.
2. Leiten Sie für den allgemeinen Fall die Abgleichbedingungen der Brückenschaltung her, so dass $\underline{I}_M = 0$ wird.
3. Geben Sie drei einfache Beispiele für die Kombination von passiven Bauelementen an, mit denen die Brücke bei einer realen Induktivität ($\varphi_1 < \pi/2$) als Messobjekt abgeglichen werden kann.

Hinweis: Nutzen Sie die Darstellung der komplexen Impedanzen durch Betrag Z und Phasenwinkel φ .

4. Berechnen Sie für die unter Aufgabenteil 3 gewählten Kombinationen jeweils die Abgleichbedingungen.

Aufgabe 7.2.10

Gegeben ist die Schaltung eines sogenannten π -Glieds in Abbildung 7.4. Bekannt seien die Spannung $\underline{U}_1$, der Widerstand R , die Induktivität L , sowie die Kapazitäten C_1, C_2 .

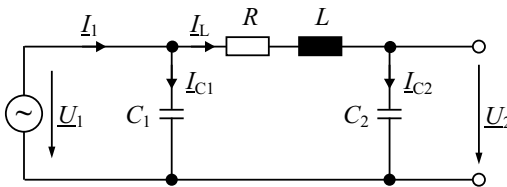


Abb. 7.4: Schaltung eines π -Glieds

1. Bestimmen Sie in allgemeiner Form $\underline{U}_2$ mit Hilfe der Methoden
 - (a) Ersatzstromquelle,
 - (b) Ersatzspannungsquelle,
 - (c) Umlaufanalyse.
2. Geben Sie die Frequenz ω an, bei der $\underline{U}_2$ gegenüber $\underline{U}_1$ um $\pi/2$ nacheilt, und berechnen Sie $\underline{U}_2$ für $\underline{U}_1 = U$ und $C_1 = C_2 = C$.

Aufgabe 7.2.11

Gegeben ist der elektrische Schwingkreis in Abbildung 7.5, der aus einer Gruppenschaltung von R, L und C besteht.

1. Berechnen Sie allgemein die Admittanz $\underline{Y}$ der Schaltung, getrennt nach Real- und Imaginärteil.
2. Berechnen Sie die Kreisfrequenz ω_r bei Phasenresonanz ($\varphi_y = 0$) sowie den zugehörigen Leitwert für $L = 2 R^2 C$.

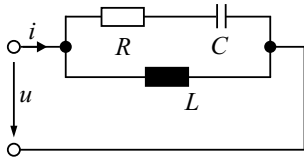


Abb. 7.5: Schwingkreis aus Gruppenschaltung von R , L und C

3. Skizzieren Sie die Ortskurve $\underline{Y} = f(\omega)$ für die Induktivität $L = 2R^2C$.
4. Kennzeichnen Sie in der Ortskurve die Admittanz $\underline{Y}$, bei der die Betragsresonanz (der Betrag Y hat hier seinen Extremwert) auftritt.

Aufgabe 7.2.12

Ortskurven haben als Kurvenparameter nicht immer die Kreisfrequenz ω . Beispielfhaft sollen hier die Abhängigkeiten von G und B untersucht werden. Die Ortskurven sind zunächst in der $\underline{Y}$ -Ebene zu konstruieren und dann in die $\underline{Z}$ -Ebene zu transformieren.

1. Zeichnen Sie in der komplexen Leitwertebene die Ortskurven der Funktionen
 - (a) $\underline{Y}(B) = G + jB$ für zwei konstante Werte G_1 und G_2 mit $G_2 = 2G_1$ und
 - (b) $\underline{Y}(G) = G + jB$ für die konstanten Werte $-B_1$, $-B_2$, B_1 und B_2 mit $B_2 = 2B_1$

jeweils in einem eigenen Koordinatensystem.

2. Transformieren Sie durch Inversion die unter 1. gegebenen Ortskurven jeweils in die komplexe Widerstandsebene.

Aufgabe 7.2.13

In einem Wechselstromkreis nach Abbildung 7.6 gibt es die Möglichkeit, dass sich trotz Hinzuschalten eines Widerstands R_3 der Betrag des Gesamtstroms I_1 der Schaltung nicht ändert. Lösen Sie dieses als *Wechselstromparadoxon* bekannte Phänomen mit Hilfe der Ortskurven-Theorie.

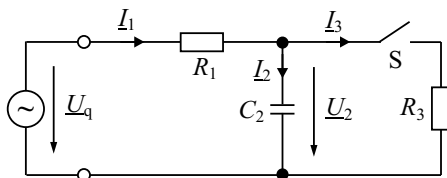


Abb. 7.6: Schaltung zu Wechselstromparadoxon

Aufgabe 7.2.14

Die Schaltung eines Serienresonanzkreises (siehe Abbildung 7.7) hat die Werte $R = 10\ \Omega$, $L = 3,183\ \text{mH}$ und $C = 159,155\ \text{nF}$; die Spannung habe eine konstante Amplitude $\hat{u} = 50\ \text{V}$.

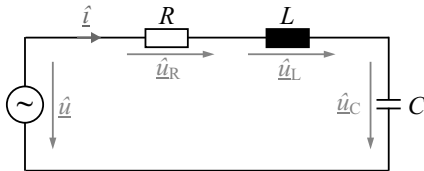


Abb. 7.7: Serienresonanzkreis

1. Bestimmen Sie die Resonanzfrequenz f_r .
2. Berechnen Sie die obere und untere Grenzfrequenz ($f_{g,o}$, $f_{g,u}$) der Schaltung sowie die Bandbreite Δf .
3. Wie groß ist die Spannung $\hat{u}_L$ an der Induktivität L bei Resonanz? Ermitteln Sie daraus die Güte Q_r sowie den Verlustfaktor d_r des Resonanzkreises.

Aufgabe 7.2.15

Die Schaltung eines Parallelresonanzkreises (siehe Abbildung 7.8) hat die Werte $R = 1\ \text{k}\Omega$, $L = 25,465\ \text{mH}$ und $C = 1,591\ \text{nF}$, der Strom hat eine konstante Amplitude $\hat{i} = 20\ \text{mA}$.

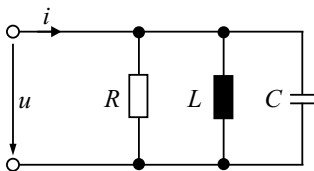


Abb. 7.8: Parallelresonanzkreis

1. Bestimmen Sie die Resonanzfrequenz f_r .
2. Berechnen Sie die obere und untere Grenzfrequenz ($f_{g,o}$, $f_{g,u}$) der Schaltung sowie die Bandbreite Δf .
3. Wie groß ist der Strom $\hat{i}_C$ durch die Kapazität C bei Resonanz? Ermitteln Sie daraus die Güte Q sowie den Verlustfaktor d des Resonanzkreises.

Aufgabe 7.2.16

Gegeben ist das in Abbildung 7.9 dargestellte Netzwerk mit zwei Resonanzkreisen.

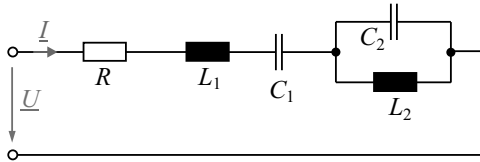


Abb. 7.9: Netzwerk mit zwei Resonanzkreisen

1. Berechnen Sie für das dargestellte Netzwerk allgemein die Eingangsimpedanz $\underline{Z}$.
2. Berechnen Sie in allgemeiner Form und für die Werte $R = 1 \Omega$, $C_1 = C_2 = 1 \mu\text{F}$ und $L_1 = L_2 = 1 \text{ mH}$ die Resonanzfrequenzen
 - (a) der Spannung $\underline{U}$, wenn der Strom $\underline{I}$ konstant gehalten wird,
 - (b) des Stromes $\underline{I}$, wenn die Spannung $\underline{U}$ konstant gehalten wird.

7.3 Die Leistung eingeschwungener Wechselströme und -spannungen

Aufgabe 7.3.1

Die Schaltung in Abbildung 7.10 versorgt die komplexen Impedanzen $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ und $\underline{Z}_3$ über zwei Wechselspannungsquellen mit $\underline{U}_{q1} = j \underline{U}_{q2} = 100 \text{ V}$. Die Impedanzen haben die Werte $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_3 = (8 + j 6) \Omega$, $\underline{Z}_2 = (6 - j 3) \Omega$.

1. Berechnen Sie die Ströme $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ und $\underline{I}_3$.
2. Geben Sie für beide Quellen jeweils die komplexe Scheinleistung sowie die Wirk- und Blindleistung an ($\underline{S}$, P , Q).

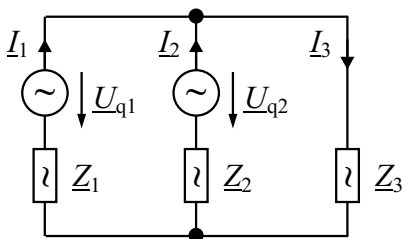


Abb. 7.10: Netzwerk mit zwei Wechselspannungsquellen und komplexen Impedanzen

3. Berechnen Sie die komplexen Scheinleistungen der Lasten und überprüfen Sie ihre Ergebnisse mit den Ergebnissen aus der vorherigen Teilaufgabe.
4. Welche Last nimmt
 - (a) die größte Wirkleistung auf?
 - (b) die größte Blindleistung auf?
5. Angenommen, die Blindleistung der Lasten soll kompensiert werden. Wie groß ist dann die zu kompensierende Blindleistung und welches Bauelement müssten Sie dafür einsetzen?

Aufgabe 7.3.2

Gegeben ist der Stromkreis in Abbildung 7.11. Bekannt sind $\underline{U}_q = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R_i = 10 \Omega$, $R_a = 40 \Omega$ und $L_a = 95,5 \text{ mH}$.

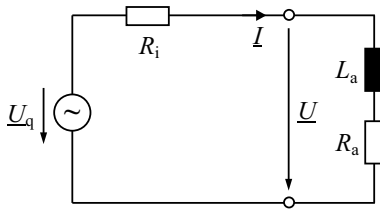


Abb. 7.11: Belastete Spannungsquelle mit Innenwiderstand

1. Bestimmen Sie die in $\underline{Z}_a$ umgesetzte Wirkleistung.
2. Die Leistungsaufnahme soll durch Blindstromkompensation verbessert werden. Bestimmen Sie für die beiden möglichen Fälle (zu $\underline{Z}_a$ parallel oder in Reihe) die hierfür erforderliche Kapazität C .
3. Wie groß wird die Wirkleistungsaufnahme mit Kompensation in beiden Fällen?

Aufgabe 7.3.3

Ein Verbraucher nimmt am Netz ($U_q = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R_i = 1 \Omega$) bei geöffnetem Schalter S eine Scheinleistung von 4584 VA bei einem Phasenwinkel $\varphi = 17,66^\circ$ auf. Die Ersatzschaltung zeigt Abbildung 7.12, der Verbraucher ist an den Klemmen a, b angeschlossen, dort wird eine Spannung $U = 209 \text{ V}$ gemessen.

Der Schalter S wird geschlossen. Bestimmen Sie die Kapazität C_a so, dass die Blindleistungsaufnahme des Verbrauchers kompensiert wird.

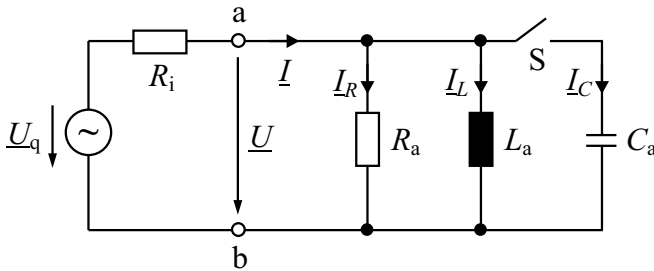


Abb. 7.12: Spannungsquelle mit Innenwiderstand und Ersatzschaltung des angeschlossenen Verbrauchers

7.4 Der Transformator im eingeschwungenen Zustand

Aufgabe 7.4.1

Die Schaltung in Abbildung 7.13 enthält zwei magnetisch gekoppelte Induktivitäten. Berechnen Sie die drei Ströme I_1 , I_2 und I_3 in Abhängigkeit von der Spannung $\underline{U}_q$ und den Bauteilparametern unter Berücksichtigung der Gegeninduktivität M .

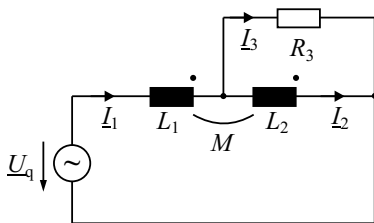


Abb. 7.13: Schaltung mit zwei magnetisch gekoppelten Induktivitäten

Aufgabe 7.4.2

Berechnen Sie für das dargestellte Netzwerk in Abbildung 7.14 die Ströme I_1 und I_2 als Funktion der Eingangsspannung $\underline{U}_e$ und der Schaltungsdaten.

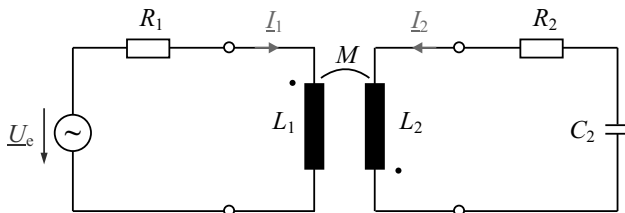


Abb. 7.14: Schaltung mit zwei magnetisch gekoppelten Induktivitäten

Aufgabe 7.4.3

Ein eisenfreier Transformator mit der ohmsch-induktiven Last ($R_L = 27 \Omega$, $L_L = 15 \text{ mH}$) wird bei der Frequenz $f = \frac{9000}{2\pi} \text{ Hz}$ betrieben. Vom Transformator sind folgende Kenn-
daten bekannt:

$$R_1 = 6 \Omega \quad R_2 = 18 \Omega \quad L_1 = 20 \text{ mH} \quad L_2 = 80 \text{ mH} \quad k = \frac{3}{4}$$

1. Zeichnen sie das Ersatzschaltbild für einen Transformator ohne primäre Streuinduktivität und berechnen Sie dessen Werte.
2. Berechnen Sie anschließend eine ohmsch-induktive Ersatzimpedanz $\underline{Z}_{\text{ers}}$ für den Fall, dass der Transformator als passiver Zweipol aufgefasst werden soll.

Aufgabe 7.4.4

An einem 50 Hz-Einphasen-Transformator mit Eisenkern ($U_{1N} = 400 \text{ V}$, $U_{2N} = 230 \text{ V}$, $S_N = 4,8 \text{ kVA}$, $R_1 = \tilde{u}^2 R_2$) werden folgende Messwerte durch eine Leerlauf- und Kurzschlussmessung bestimmt:

Leerlauf: $U_0 = U_{1N} = 400 \text{ V}$, $I_0 = 0,8 \text{ A}$, $P_0 = 160 \text{ W}$

Kurzschluss: $U_k = 35 \text{ V}$, $I_k = I_N = 12 \text{ A}$, $P_k = 288 \text{ W}$

1. Geben Sie ein geeignetes Ersatzschaltbild an.
2. Bestimmen Sie die Bauelemente des Ersatzschaltbildes.
3. Bestimmen Sie den Wirkungsgrad η bei Nennbelastung.

7.5 Vierpole

Aufgabe 7.5.1

Die Schaltung in Abbildung 7.15 zeigt die Darstellung einer Brückenschaltung aus komplexen Impedanzen als Vierpol.

1. Berechnen Sie die Vierpolparameter für die Leitwertform allgemein.
2. Gegeben seien
 - (a) $\underline{Z}_1 = 8R$, $\underline{Z}_2 = 4R$, $\underline{Z}_3 = 2R$ und $\underline{Z}_4 = R$;
 - (b) $\underline{Z}_1 = 6R$, $\underline{Z}_2 = 4R$, $\underline{Z}_3 = 2R$ und $\underline{Z}_4 = R$.

An den Ausgang des Vierpols wird ein Widerstand $\underline{Z}_5 = 10R$ angeschlossen. Berechnen Sie für die gegebenen Parameter jeweils die Ströme $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2$ in Abhängigkeit von $\underline{U}_1$ (Nehmen Sie $\underline{U}_1$ als gegeben an).

3. Transformieren Sie die Leitwertform der Vierpolgleichungen in die Kettenform (A -Parameter).