

GRUNDLAGEN ZUR BERECHNUNG VON WASSERROHRLEITUNGEN

VON

DR.-ING. B. BIEGELEISEN

PRIVATDOZENT A. D. TECHNISCHEN HOCHSCHULE
IN LEMBERG (ÖSTERREICH)

UND

R. BUKOWSKI

INGENIEUR IN LEMBERG

SONDERABDRUCK AUS DEM
„GESUNDHEITS-INGENIEUR“

HERAUSGEGEBEN VON GEH. REG.-RAT E. v. BOEHMER,
BERLIN-LICHTERFELDE, WEST

Einleitung.

»Bekanntlich sind unsere gegenwärtigen Kenntnisse in der Hydraulik sehr beschränkt, und wenn auch manchmal mit großen Fähigkeiten begabte Leute sich mit dieser Wissenschaft befaßten, so sind uns doch Gesetze der Wasserströmung unbekannt; was in den letzten 150 Jahren unser Wissen vermehrte, waren nur die Versuche über die Menge, Geschwindigkeit und Zeit des Ausflusses von Wasser durch beliebige Öffnung.

Alles, was sich auf die unsere Erdoberfläche durchströmenden Gewässer bezieht, ist uns unbekannt; die Beschränktheit unserer Kenntnisse wird am besten durch das bewiesen, was wir noch nicht wissen. Ist die Geschwindigkeit eines Flusses zu ermitteln, dessen Breite, Tiefe und Gefälle gegeben sind; soll die Stauhöhe bestimmt werden, welche entsteht, wenn der Strom einen Zufluß erhält; das Gefälle, das ein Aquädukt haben soll, wenn die Geschwindigkeit und Wassermenge gegeben sind; die Wassermenge bei gegebener: Länge, Durchmesser und Gefälle der Leitung; die durch Errichten einer Brücke verursachte Stauhöhe und -länge; das günstigste Profil des Einlasses zum Kanal, des Zuflusses zum Hauptstrom; die geeignetste Gestalt des Schiffes, um den geringsten Kraftaufwand zu erzielen; die Kraft, welche man benötigt, um einen schwimmenden Körper zu bewegen — alle diese und ähnliche Fragen sind heute noch immer nicht gut lösbar. Ja, es ist unglaublich, wir wissen nicht einmal, wie groß der Stoß des Wassers gegen eine Ebene ist, geschweige denn gegen eine konvexe Oberfläche! — Jedermann stellt Betrachtungen über die Hydraulik, aber wie selten wird sie richtig verstanden!«

So schrieb im Jahre 1786 der berühmte französische Hydrauliker D u B u a t in seinen »Principes d'hydraulique«, und wenn wir ihn hier anführen, so geschieht es nur, um festzustellen, daß in dem engbegrenzten Gebiete, welches den Gegenstand unserer Untersuchungen bildet, trotz vieler ausgezeichneten Arbeiten von Physikern und Technikern,

diese Worte an Bedeutung nicht verloren haben. Wie damals, so sind auch heute die Ergebnisse der hydraulischen Rechnungen sehr unsicher, die verschiedenen Berechnungsmethoden der Strömung des Wassers in Rohrleitungen schwanken in ihren Endresultaten um beinahe 400%; nur allzu oft wird in der Praxis wohl die Hauptzuleitung, das ganze Netz von Nebenleitungen und Abzweigungen aber nicht berechnet, so daß der Verlauf der Drücke und Widerstände unbekannt bleibt. Noch ärger wird beim Projektieren von Wasserleitungsinstallationen in den Gebäuden verfahren, hier wird fast gar nicht berechnet und die Durchmesser nach Gutdünken angenommen.

Wer trägt die Schuld an diesen Umständen? Vor allen Dingen die Physik, welche bis auf die gegenwärtige Zeit nicht imstande war, Angaben zu liefern, die für den ausführenden Ingenieur praktisch verwertbar wären. Die an die Entwicklung der analytischen Hydrodynamik gebundenen Hoffnungen versagten vollständig; ungeachtet vieler bedeutenden Arbeiten auf dem Gebiete der Hydrodynamik, und neuer, manchmal sehr schönen und von den bisherigen Anschauungen abweichenden Theorien, welche in letzter Zeit entstanden sind, ist der Gegensatz zwischen Theorie und Ingenieurpraxis schroffer denn je: Die theoretische Hydrodynamik handelt in ihren Gleichungen von idealer, inkompressibler Flüssigkeit, und wenn auch der Einfluß der Reibung sowohl der Wasserpartikel aneinander als auch an den Wänden analysiert wird, so sind die Gleichungen, welche tiefgehende Kenntnisse der höheren Mathematik voraussetzen, noch immer derartig kompliziert, daß sie dem reellen, gar nicht einfachen Fall der Strömung des Wassers in Röhren, Kanälen, Flüssen u. dgl. nicht gerecht werden können. Ein Beispiel wird das am besten erläutern.

Wenn ein sehr breiter Strom von der Tiefe h im gleichförmigen Bett mit dem relativen Gefälle i bergab fließt, so ist auf Grund der klassischen Hydrodynamik der Vorgang als Strömung der Flüssigkeit mit parallelen Stromlinien und mit der Geschwindigkeit u zu betrachten, wobei u von der Tiefe y unter der Oberfläche des Stromes abhängig ist. Die S t o k e s-

¹⁾ Die im Text stehenden eingeklammerten Zahlen beziehen sich auf das Literaturverzeichnis.

sche Gleichung liefert dann die Bedingung des Gleichgewichtes für gleichförmige Strömung

$$\frac{du}{dt} = k \frac{d^2 u}{dt^2} + g \cdot \sin i = 0$$

worin bedeutet

k = den Reibungskoeffizienten,
 g = die Fallbeschleunigung.

Hierzu gesellen sich die Randbedingungen, und zwar wird angenommen, daß das Wasser am Boden ruht ($u = 0$ für $y = h$) und auf der Oberfläche keine Reibung auftritt ($\frac{du}{dt} = 0$ für $y = 0$), die Geschwindigkeit wird dann zu

$$u = \frac{g \cdot \sin i}{k} \frac{(h^2 - y^2)}{2}.$$

Wird in obiger Gleichung $k = 0,018$ (im System C. G. S.), $i = 0,0001$, $h = 400$ cm (wie durchschnittlich in großen Flüssen) eingesetzt, so erhält man die Geschwindigkeit an der Oberfläche den allzugroßen Wert $u = 436$ m/Sek., während die tatsächliche Geschwindigkeit 1 m/Sek. nicht übertrifft.

Ebenso verhält es sich mit den theoretischen Methoden der Berechnung der Reibungsverluste, welche während der Strömung des Wassers in Rohrleitungen entstehen. Bezeichnen wir mit:

m = die Masse des durchfließenden Wassers pro Sek.;
 γ = das spezifische Gewicht des Wassers;
 Q = das Volumen des Wassers pro Sek.;
 v = die Geschwindigkeit;
 h_1 = den Reibungsverlust pro 1 m Rohrlänge;
 d = den Durchmesser der Rohrleitung;

so ist die Strömungsenergie des Wassers

$$E = \frac{mv^2}{2},$$

und da

$$m = \frac{\gamma Q}{g}$$

$$E = k' \frac{\gamma Q v^2}{2g},$$

worin k' den Koeffizienten bedeutet, der sowohl von der Art der Wandflächen sowie von der Reibung der Wasserteilchen aneinander abhängig ist. Da die verbrauchte Energie

$$E = h_1 \gamma \cdot Q$$

beträgt, so folgt

$$h_1 = k' \frac{v^2}{2g} \quad \dots \quad (1)$$

Diese oft in der Praxis gebrauchte Gleichung wurde noch in der Weise vervollständigt, daß man den Koeffizienten k' als dem Umfange U direkt und dem Querschnitt F umgekehrt proportional annahm

$$k' = k \frac{U}{F} = \frac{4}{d} k,$$

woraus folgt

$$h_1 = 4 \frac{k}{d} \frac{v^2}{2g} \quad \dots \quad (1a)$$

Wir können aber den Reibungsverlust noch auf eine andere Art berechnen. Zu diesem Zwecke wird vorausgesetzt, daß in der Rohrleitung mit horizontaler Achse die Geschwindigkeiten v , die in gleichem Abstand x von der Rohrachse auftreten, auch gleiche Größe haben. Denken wir uns einen Zylinder (Fig. 1) vom Radius x und Länge dy , so herrscht im Abstände $x + dx$ die Geschwindigkeit $v + dv$. Auf der Oberfläche des Zylinders entsteht die Reibung, deren Größe auf die Flächeneinheit nach Newton proportional der Geschwindigkeitsänderung, also:

$$-k \cdot \frac{dv}{dx}$$

angenommen werden kann. k bedeutet den Reibungskoeffizienten, und das negative Zeichen den hemmenden

Einfluß der Reibung. Auf der ganzen Zylinderfläche wirkt dann die Kraft

$$-2\pi \cdot x \cdot dy \cdot k \frac{dv}{dx}.$$

Die äußere Kraft, die auf diese Fläche wirkt, ist einerseits der Druck p , andererseits $p + dp$. Dieser Kräfteunterschied muß proportional mit dy abnehmen. Bedeutet p_1 den Druck am Anfang, p_2 am Ende der Rohrleitung von der Länge l , so ist

$$\frac{dp}{dy} = \frac{p_1 - p_2}{l}.$$

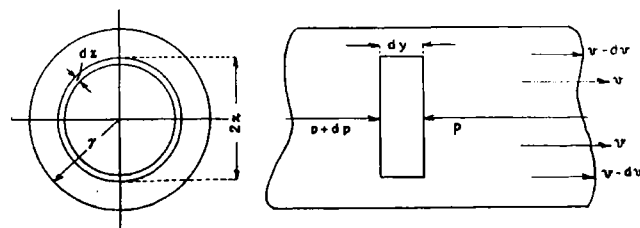
Die Gleichgewichtsbedingung für Kräftekomponenten in Richtung der Rohrachse y ergibt

$$dp \cdot \pi \cdot x^2 = \frac{p_1 - p_2}{l} dy \cdot \pi \cdot x^2 = -2\pi \cdot x dy k \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{1}{2k} x$$

und nach Integration

$$v = -C \cdot \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{x^2}{4k}.$$



• Fig. 1.

Um die Konstante C bestimmen zu können, nehmen wir — wie früher — an, daß an dem Umfang der Leitung, für $x = r$, $v = 0$ also

$$C = \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{x^2}{4k}$$

$$v = \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{1}{4k} (r^2 - x^2).$$

Es folgt daraus die Geschwindigkeitsverteilung im ebenen Querschnitt nach einer Parabel wie in Fig. 2 und im Raumquerschnitt nach einem Drehungsparaboloid. Da

$$dQ = v \cdot df$$

und

$$df = 2\pi x \cdot dx,$$

so ist

$$Q = 2\pi \frac{p_1 - p_2}{4k \cdot l} \int_0^r (r^2 x - x^3) dx = \frac{\pi}{8k} \frac{p_1 - p_2}{l} r^4.$$

Es ist nun leicht zu berechnen, daß die Maximalgeschwindigkeit im Querschnitt:

$$v_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{l} \frac{r^2}{4k},$$

während die mittlere Geschwindigkeit um die Hälfte kleiner, also

$$v = \frac{Q}{r^2 \pi} = \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{r^2}{8k}.$$

Für den Reibungsverlust in der Rohrleitung folgt dann

$$h_1 = \frac{h}{l} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{8kv}{\gamma \cdot r^2} = \frac{32k \cdot v}{\gamma r^2} \quad \dots \quad (2)$$

Während also nach Gleichung 1) der Druckverlust dem Quadrat der Geschwindigkeit direkt und dem Durchmesser umgekehrt proportional erscheint, so ist er nach Gleichung 2) der ersten Potenz der Geschwindigkeit direkt und der zweiten Potenz des Durchmessers umgekehrt proportional. Von den Hydraulikern, welche der Hydrodynamik diese Gleichungen entnommen haben, wurden langwierige und unnütze Streite