

Thermodynamik der Turbomaschinen

Thermodynamische Bewertung und Berechnung
der Dampfturbinen, Turbo-Kompressoren, Turbo-
Kältemaschinen und Gasturbinen unter besonderer
Berücksichtigung graphischer Verfahren

Von

Dr. Ing. Guido Zerkowitz

Mit 89 Abbildungen



München und Berlin
Druck und Verlag von R. Oldenbourg
1913

Vorwort.

Die Thermodynamik hat der Mitarbeit der Ingenieure manche Anregung zu verdanken. So waren die Gedanken, die Carnot im Jahre 1824 in seiner Schrift über die bewegende Kraft der Wärme darlegte, für alle Zeiten bahnbrechend, obwohl er in der Wärme einen Stoff sah.

Die technische Thermodynamik erblickt ihre Hauptaufgabe darin, für die Berechnung und Bewertung der Wärmemaschinen zuverlässige Grundlagen zu gewinnen. Da die praktisch brauchbaren Wärmemaschinen zunächst als Kolbenmaschinen entstanden sind, so wurden in den Lehrbüchern der technischen Wärmelehre vor allem die Prozesse der Kolbenmaschinen behandelt. Als in den letzten Jahren die Turbomaschinen, namentlich die Dampfturbinen und Turbokompressoren, immer mehr an Bedeutung gewannen, mußten zum Teile neue wärmetechnische Grundlagen geschaffen werden. Der Begründer der Thermodynamik der Strömungsvorgänge ist Gustav Zeuner. Auf dem Gebiete der Dampfturbinen, in neuerer Zeit auch der im Entstehen begriffenen Gasturbinen, hat sich Stodola durch seine Theorien unvergängliche Verdienste erworben. Sehr gefördert wurde die praktische Berechnung durch das von Mollier entworfene i/s -Diagramm für Dämpfe, während durch eingehende Versuche und Forschungsarbeiten nach verschiedenen Richtungen das Verhalten der Turbinen klargestellt wurde. Weniger durchforscht sind die Vorgänge in den Turbokompressoren. Ostertag hat nach dem Vorbilde des Mollier-Diagrammes eine Entropietafel für Luft entworfen. Es besteht jedoch gegen die Anwendung der Entropiediagramme für Luft eine gewisse — mitunter nicht ganz unberechtigte — Abneigung, so daß vielfach das Arbeitsdiagramm benutzt wird.

In der vorliegenden Schrift werden die Prozesse aller Turbomaschinen auf einheitlicher thermodynamischer Grundlage behandelt.

Bei der Bearbeitung des Stoffes wird darnach gestrebt, auch den mit dem Gegenstande weniger vertrauten Leser in das Wesen der Vorgänge einzuführen. Hierbei werden die in meinen Veröffentlichungen in der Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen (1908, 1911, 1912) entwickelten Gedanken verwertet, jedoch durch neuere eigene Untersuchungen vielfach ergänzt.

Der erste Teil ist allgemeiner Art und soll die Hauptgesichtspunkte für die Benützung der Arbeits- und Entropiediagramme für Strömungsvorgänge klarlegen. Den Ausgangspunkt bilden die ersten beiden Hauptsätze der Thermodynamik. Es wird ein neues allgemeines Verfahren entwickelt, um die zugeführte Wärme bei einem beliebigen Prozesse mit Hilfe der Kurven konstanten Wärmeinhaltes im p/v -Diagramm darzustellen. Die Berechtigung der Abbildung der nicht umkehrbaren Strömungsvorgänge wird eingehend untersucht. Zur Vermeidung von Mißverständnissen wird die »äußere Arbeit« im Sinne von Clausius von der »technischen Arbeit«, deren Bedeutung näher erläutert wird, unterschieden.

Daran anschließend werden einige Grundgesetze für Gase und Dämpfe, soweit sie für die graphische Berechnung in Betracht kommen, kurz mitgeteilt. Es folgt ein Abschnitt über die Düsen, in dem u. a. die für deren Verhalten maßgebenden Beziehungen unabhängig vom Gasgesetz entwickelt werden.

Der zweite Teil ist den Dampfturbinen gewidmet. Nach Behandlung der thermodynamischen Vorgänge und deren Beurteilung auf Grund der Diagramme folgt die praktische Berechnung an Hand der Mollier-Tafel mit Hilfe des »spezifischen Gefälles«, wodurch sich namentlich die Ermittlung der Stufenzahl sehr einfach gestaltet. Auch die neueren Bauarten, so die kombinierten Turbinen und die Ljungströmturbine, werden berücksichtigt. Für die Untersuchung des Druckverlaufes in einer vorliegenden Schauflung wird ein neues Verfahren angegeben. Bei den Regelungsvorgängen wird u. a. dargelegt, in welcher Weise der Veränderlichkeit des Eintrittsdruckes bei konstanter Belastung Rechnung zu tragen ist.

Der dritte Teil befaßt sich mit der Berechnung und Beurteilung der Turbokompressoren, wobei sowohl das T/S -Diagramm, als auch, namentlich mit Rücksicht auf die gekühlten Kompressoren, das p/v -Diagramm herangezogen wird. Für die Darstellung der erforderlichen Arbeit werden besondere Verfahren angegeben, ebenso für die Verteilung der Arbeit auf die einzelnen Stufen. Nach Aufstellung der Beziehungen für das spezifische Gefälle und den Wirkungsgrad am

Radumfang wird der Entropiesatz für den wirklichen Prozeß und für den ideellen Vergleichsvorgang entwickelt.

Im vierten Teil wird die Frage der Verwendbarkeit von Turbomaschinen für die Kältetechnik untersucht. Die Ergebnisse sind jedoch, namentlich in bezug auf die Kaltluftmaschine, noch ungünstiger als mitunter angenommen wird.

Der fünfte Teil befaßt sich in Kürze mit der Gasturbine. Von einer eingehenderen Untersuchung dieser Maschine wird abgesehen, da über das Verhalten der bisherigen Ausführungen noch kein einwandfreies Versuchsmaterial vorliegt.

Bei der Behandlung des Stoffes wird darauf Wert gelegt, die theoretischen Grundlagen an Hand zuverlässiger experimenteller Untersuchungen weiter auszubauen. Zu diesem Zwecke ist die gleichzeitige Berücksichtigung physikalischer Gesetze und gewisser Erfahrungswerte, die sich aus dem betriebstechnischen Verhalten der Maschinen ergeben, erforderlich. Bei der Besprechung der Vorgänge wird stets von den graphischen Darstellungen ausgiebig Gebrauch gemacht. Die Diagramme ermöglichen eine sehr übersichtliche Beurteilung der Vorgänge, wenn auch bei ihrer Benützung eine gewisse Vorsicht am Platze ist.

Manchen wertvollen Rat verdanke ich den Herren Geh. Hofrat Prof. Dr. M. Schröter, Geh. Hofrat Prof. Dr. R. Mollier, Prof. P. Langer und insbesondere Herrn Prof. Dipl.-Ing. E. Lewicki, dem ich auch für die freundliche Überlassung von Versuchsergebnissen sehr zu Dank verpflichtet bin.

Bei der Durchrechnung der Beispiele, beim Entwerfe der Abbildungen und beim Lesen der Korrekturen waren mir die Herren Assistent Dipl.-Ing. H. Alt und W. Roßbach in sehr anerkennenswerter Weise behilflich.

D r e s d e n , im Dezember 1912.

G. Zerkowitz.

Inhaltsverzeichnis.

I. Teil.

Die Thermodynamik der Strömungsvorgänge.

	Seite		Seite
a) Folgerungen aus dem ersten Hauptsatz	2	e) Das Verhalten der Düsen .	28
b) Folgerungen aus dem zweiten Hauptsatz	10	1. Ausfluß aus einfachen Mündungen	28
c) Kolben- und Turbomaschinen	18	2. Lavalsche Düsen	31
d) Allgemeine Gleichungen und Diagramme	20	3. Graphische Berechnung der Düsen	35
1. für Gase	21	4. Experimentelle Untersuchungen	37
2. für Dämpfe	24		

II. Teil.

Dampfturbinen.

a) Wirkungsgrad und Dampfverbrauch	39	3. Erfahrungswerte für φ und ψ	73
b) Die Arbeitsübertragung in der Dampfturbine	46	f) Überdruckturbine	74
c) Die einstufige Gleichdruckturbine	51	1. Achsiale Überdruckturbine	74
1. Verfügbares und spezifisches Gefälle. Wirkungsgrad am Radumfang . .	51	2. Radiale Überdruckturbine	79
2. Innerer und effektiver Wirkungsgrad	54	3. Gegenlaufturbine	81
d) Gleichdruckturbine mit Geschwindigkeitsstufen	60	g) Die Stufenzahl von Dampfturbinen	83
e) Vielstufige Gleichdruckturbine	63	h) Neuberechnung einer Dampfturbine beliebigen Systems	86
1. Die Austrittsgeschwindigkeit c_2 wird nicht ausgenützt	63	i) Druckverlauf in einer gegebenen Turbine	88
2. Die Austrittsgeschwindigkeit wird ausgenützt	70	k) Vorgänge bei der Regelung	92
		l) Beispiel für die Berechnung einer 2000 KW-Gleichdruckturbine	101
		m) Beispiel für die Berechnung einer 2000 KW kombinierten Turbine	106

III. Teil.

Turbokompressoren.

	Seite		Seite
a) Bewertung des ungekühlten Kompressors	112	f) Einzelwirkungsgrad und Gesamtwirkungsgrad. Zusätzlicher Wärmeverlust	134
b) Die Arbeitsübertragung im Turbokompressor (mit Beispiel)	118	g) Ermittlung der Stufenzahl. Teilung der Diagrammfläche	138
c) Vorgänge im Lauf- u. Leitrad		h) Das Wesen der Kühlung (mit Beispiel)	140
1. im Laufrad	124	i) Das allgemeine Verhalten der Turbokompressoren	152
2. im Leitrad und Diffusor	125		
d) Spezifisches Gefälle	129		
e) Wirkungsgrad am Radumfang	130		

IV. Teil.

Zur Verwendung von Turbomaschinen in der Kältetechnik.

a) Turbo-Kaltluftmaschine	155	b) Turbo-Kaltdampfmaschine	160
-------------------------------------	-----	--------------------------------------	-----

V. Teil.

Thermodynamische Grundlagen der Gasturbinen.

a) Theorie der Gasturbine für konstante spezifische Wärmen	164	2. Explosionsturbine mit Vorverdichtung	166
1. Verdichtungslose Explosionsturbine	164	3. Gleichdruck-Gasturbine	167
		b) Berücksichtigung der Veränderlichkeit der spez. Wärmen	169

I. Teil.

Die Thermodynamik der Strömungsvorgänge.

Zum Zwecke einer thermodynamisch begründeten Beurteilung der Prozesse in den Turbomaschinen muß man sich vergegenwärtigen, worin das Wesen der Arbeitsübertragung in diesen Maschinen besteht. In den Turbinen wird in Düsen oder Leiträdern Dampf (oder Gas) entspannt, der dem Laufrad zugeführt wird. Während der Strömung durch die Düse wird dem Dampfe von außen keine Arbeit, bzw. Wärme, zugeführt, auch wird nicht Arbeit nach außen abgegeben, wenn man von dem geringfügigen Wärmeaustausch mit der Wandung absieht. Im Laufrade findet dann eine Strömung mit Arbeitsabgabe statt. Je nachdem hierbei eine weitere Entspannung des Dampfes eintritt oder nicht, spricht man von einer Überdruck-, bzw. von einer Gleichdruckturbine.

Beim Turbokompressor findet zunächst im Laufrade eine Strömung mit Arbeitszufuhr von außen statt. Dadurch wird einerseits die kinetische Energie des Gasstrahles erhöht, andererseits wird schon im Laufrade eine Druckerhöhung verursacht. Das dem Laufrad abströmende Medium erfährt dann im Diffusor, bzw. im Leitapparat eine weitere Druckzunahme, indem die kinetische Energie in potentielle umgesetzt wird. Im Diffusor wird ebenso wie im Leitrad der Turbine Arbeit weder zu- noch abgeführt.

Die Arbeitsübertragung in den Laufrädern der Turbomaschinen ist auf die sog. »Reaktionswirkung« zurückzuführen. Die Reaktion ist eine Folge der Geschwindigkeitsänderungen, denen das Medium bei der Strömung durch die Schaufeln unterworfen wird, und zwar beziehen sich diese Änderungen im allgemeinen sowohl auf die Größe, als auch auf die Richtung der Geschwindigkeit. Für die meisten

technischen Zwecke genügt hierbei die Betrachtung des »mittleren Stromfadens«. In Anbetracht dieses Umstandes wollen wir hier von der Benutzung der hydrodynamischen Ansätze absehen und uns nur vergegenwärtigen, daß die Strömungsgeschwindigkeit über der Reynoldsschen »kritischen« liegt, so daß die Reibungsarbeit dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist. Dagegen sollen alle thermischen Verhältnisse unter Berücksichtigung der auftretenden Verluste an Hand graphischer Darstellungen eingehend besprochen werden.

Eine wesentliche Voraussetzung für die sinngemäße Anwendung der Diagramme bildet das Verständnis der Hauptsätze der Thermodynamik. Es möge daher zunächst untersucht werden, welche Folgerungen aus den beiden Hauptsätzen der Wärmelehre hinsichtlich der Strömungsvorgänge gezogen werden können.

a) Folgerungen aus dem ersten Hauptsatz.

Alle technisch wichtigen Gesetze der Wärmetheorie lassen sich auf die beiden Hauptsätze, den Energie- und den Entropiesatz, zurückführen. Der erste Hauptsatz (Energieprinzip) lautet:

$$dQ = du + AdL_a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (I).$$

Darin bedeutet Q die der Gewichtseinheit des Körpers von außen zugeführte Wärme, u die innere Energie für 1 kg, auch kurzweg »Energie« genannt. $A = \frac{1}{427}$ ist das mechanische Äquivalent der Wärme und L_a die »äußere Arbeit« im Sinne von Clausius. Die Energie u hängt nur von den Zustandsgrößen (Druck p in kg/m^2 , spezifisches Volumen v in m^3/kg und Temperatur t in Celsiusgraden) ab. Dabei besteht zwischen den Zustandsgrößen für homogene, isotrope Körper die Zustandsgleichung,⁹ die in ihrer allgemeinen Form $f(p, v, t) = 0$ geschrieben werden kann.

Durch Integration der Gleichung I) erhält man:

$$Q = u_2 - u_1 + AL_a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (Ia).$$

Zuweilen führt man in den I. Hauptsatz nicht die geleistete Arbeit L_a , sondern die aufgewendete \mathcal{A} ein. Setzt man $AL_a = -\mathcal{A}$, so erhält man

$$u_2 - u_1 = Q + \mathcal{A}.$$

Darnach ist die Änderung der Energie gleich der Summe der Äquivalente aller Wirkungen, und zwar ist diese Änderung unabhängig von der Art des Überganges. Man unterscheidet:

- a) umkehrbare Prozesse,
- b) nicht umkehrbare Prozesse.

Das Verständnis für diese Unterscheidung ist für die richtige Bewertung der Zustandsänderungen in den Turbomaschinen von ausschlaggebender Bedeutung. Als umkehrbare Prozesse bezeichnet man diejenigen, die unendlich langsam verlaufen und daher aus lauter Gleichgewichtszuständen bestehen. Bezeichnend für die umkehrbaren oder reversiblen Vorgänge ist, daß sie in umgekehrter Richtung durchlaufen werden können, wobei zum Schlusse weder am arbeitenden Körper (Dampf, Gas), noch an den sonst am Vorgange beteiligten Körpern Änderungen vorliegen dürfen. Es muß in jeder Hinsicht nach Durchführung des Prozesses in der umgekehrten Richtung der Anfangszustand wiederhergestellt sein. Es läßt sich nachweisen, daß für den umkehrbaren Prozeß

$$L_a = \int p dv \dots \dots \dots (Ib)$$

gesetzt werden darf, d. h. für reversible Prozesse ist die »äußere Arbeit« L_a gleich der Deformationsarbeit $\int p dv$. Die Bezeichnung »Deformationsarbeit« rührt von Grashof her. In der graphischen Darstellung, die zuerst Clapeyron (1834) benützt hat¹⁾ und bei der p als Ordinate und v als Abszisse aufgetragen wird, ergibt sich die äußere Arbeit L_a als geschlossene Fläche zwischen der Kurve und der Abszissenachse (Fig. 1). Das p/v -Diagramm heißt daher auch Arbeitsdiagramm. Für umkehrbare Prozesse erhält man somit aus (I):

$$dQ = du + A p dv \quad (II).$$

Dabei wird nach Zeuner²⁾ vorausgesetzt, daß »während der Zustandsänderung des Körpers fortwährend Gleichgewicht zwischen dem Körperdruck und dem äußeren Drucke stattfindet«, daß ferner

»die Ausdehnung langsam und gleichförmig stattfindet, daß also die Oberflächenelemente in der Richtung ihrer Normalen langsam und gleichförmig nach außen (bei der Kompression nach innen) fort rücken.«

Bevor wir dazu übergehen, das Wesen der Strömungsvorgänge zu untersuchen, wollen wir noch durch Einführung des Wärmeinhaltes

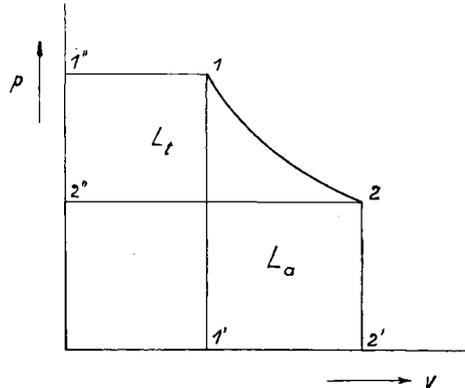


Fig. 1.

¹⁾ Vgl. die Zusammenstellung von Schröter und Prandtl in der »Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften«.

²⁾ Zeuner, Technische Thermodynamik, Bd. I.

die Gleichung (II) auf eine für technische Zwecke besonders geeignete Form bringen. In der Physik bezeichnet man die Größe

$$i = u + A p v$$

als die Wärmefunktion bei konstantem Druck oder auch als das zweite thermodynamische Potential (Gibbs). Führen wir diese Größe i , die in der Theorie der Wärmemaschinen als Wärmeinhalt oder auch nach Stodola als die »technische Energie« bezeichnet wird, in die obige Gleichung ein, so erhält man aus (II):

$$dQ = di - A v dp \dots \dots \dots (III).$$

Für Zustandsänderungen bei konstantem Druck ist $dQ = di$. Dabei gilt Gleichung (III) ebenfalls nur für umkehrbare Prozesse.

Dagegen möge für den allgemeinen Fall die Gleichung

$$dQ = di + A dL_t \dots \dots \dots (IV)$$

aufgestellt werden.

Durch Integration von (IV) erhält man:

$$Q = i_2 - i_1 + A L_t \dots \dots \dots (IVa)$$

Die Größe L_t möge »technische Arbeit« bezeichnet werden zum Unterschiede von der äußeren Arbeit L_a . Sobald der Prozeß umkehrbar ist, gilt:

$$dL_t = -v dp \text{ oder } L_t = -\int_1^2 v dp = +\int_2^1 v dp \dots (IIIa).$$

Es läßt sich in einfacher Weise zeigen, daß für die Prozesse in den Turbomaschinen nicht die innere Energie u und die äußere Arbeit L_a , sondern der Wärmeinhalt i und die technische Arbeit L_t

maßgebend sind. Zur näheren Einsicht gelangt man durch Heranziehung der Zeunerschen Grundgleichung für die Strömungsvorgänge, die sich noch insofern verallgemeinern läßt, als man sie in einer sowohl für die Kraft-, als für die Arbeitsmaschinen gültigen Form aufstellen kann. Einer beliebigen Turbomaschine werde das Medium und zwar G kg/sek zugeführt. Die Energie beim

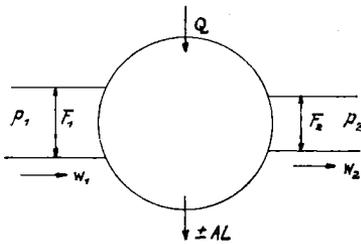


Fig. 2.

Eintritt sei u_1 , beim Austritt u_2 , die Geschwindigkeit beim Eintritt w_1 , beim Austritt w_2 . Ebenso seien für den Eintrittsquerschnitt der Druck mit p_1 , das spezif. Volumen mit v_1 , für den Austrittsquerschnitt der Druck mit p_2 , das spezif. Volumen mit v_2 bezeichnet (Fig. 2). Die zu-

geführte Energie (in Kal.) beträgt somit pro kg $\left(u_1 + A \frac{\omega_1^2}{2g}\right)$, die entzogene $\left(u_2 + A \frac{\omega_2^2}{2g}\right)$. Außerdem ist noch die Arbeit des Oberflächendruckes zu berücksichtigen. Die zwischen den Querschnitten F_1 und F_2 befindliche Flüssigkeit steht nämlich unter der Einwirkung der nachdrängenden Masse und zwar wirkt diese mit einer Kraft $F_1 p_1$, leistet somit eine Arbeit $F_1 p_1 dx = F_1 p_1 \omega_1 dt$. Ebenso wird beim Austritt an der Fläche F_2 auf die vorausseilende Flüssigkeitsmasse eine Kraft $F_2 p_2$ ausgeübt, mithin eine Arbeit $F_2 p_2 dx = F_2 p_2 \omega_2 dt$ geleistet. Mit Rücksicht auf die Kontinuitätsbedingung $Gv = F\omega$ ist die Arbeit im Querschnitt F_1 auch gleich $Gp_1 v_1 dt$ und im Querschnitt F_2 gleich $Gp_2 v_2 dt$. Bezieht man alle Größen auf eine Sekunde und auf die Gewichtseinheit, so erhält man:

$$Q = (u_2 + A p_2 v_2) - (u_1 + A p_1 v_1) + A \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2g} + Q_s \pm AL$$

oder

$$Q = i_2 - i_1 + A \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2g} + Q_s \pm AL \quad \dots \quad (V).$$

Hierin bedeutet Q die während des Prozesses von außen zugeführte Wärme, Q_s die durch Strahlung und Leitung abgegebene Wärme. AL ist die übertragene Arbeit in Kal. Das Vorzeichen von AL ist positiv für die Kraftmaschine (Turbine), negativ für die Arbeitsmaschine (Kompressor).

Gleichung (V), die nichts anderes als der strenge Ausdruck des Energiesatzes ist, gilt sowohl für die ganze Maschine als für einzelne ihrer Teile, wie Düsen, Laufräder usw. Nur ist gegebenenfalls noch die Arbeit der Massenkräfte zu berücksichtigen, so z. B. beim Durchströmen durch das Laufrad die der Ergänzungskräfte der Relativbewegung. Sonst ist (V) allgemein gültig, also auch dann, wenn der Vorgang mit Reibungsverlusten behaftet ist. Vorausgesetzt ist jedoch, daß Beharrungszustand besteht, d. h. daß in gleichen Zeiten dieselbe Flüssigkeitsmenge durchströmt, da sonst die Zustandsgrößen selbst veränderlich sind.

Betrachtet man die Maschine als Ganzes, so dürfen die Geschwindigkeiten ω_1 und ω_2 im allgemeinen vernachlässigt werden. Ausgenommen hiervon sind nur die Niederdruckgebläse (Ventilatoren), bei denen infolge der kleinen Pressungserhöhung die kinetische Energie in den Leitungen berücksichtigt werden muß. Sonst aber darf man von der Größe $A \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2g}$ absehen. Ebenso möge vorläufig aus

Gründen der größeren Übersichtlichkeit die Wärmemenge Q_s nicht berücksichtigt werden, die in den meisten Fällen eine nur untergeordnete Rolle spielt. Man erhält so aus der Gleichung (V) die Beziehung:

$$Q = i_2 - i_1 \pm AL \dots \dots \dots (Va),$$

die mit Gleichung (IVa) identisch ist, sobald $L = L_t$ gesetzt wird. Die in den Kreisradmaschinen übertragene Arbeit entspricht mithin der sog. »technischen« und nicht der »äußeren« Arbeit. Der Grund hierfür liegt in der bereits untersuchten Wirkung des Oberflächendruckes, die sich übrigens auch bei der Kolbenmaschine in ähnlicher Weise äußert.

Besonders häufig tritt der Fall ein, daß von außen keine Wärme zu- oder abgeführt wird, mithin $Q = 0$ ist. In diesem Falle wird:

$$\pm AL = \pm AL_t = i_1 - i_2 \dots \dots \dots (Vb),$$

d. h. das Äquivalent der (technischen) Arbeit ergibt sich diesfalls als Differenz der Wärmeinhalte am Anfang und am Ende des Prozesses. Diese Beziehung gilt allgemein, gleichgültig, ob der Vorgang mit oder ohne Widerstände verläuft, also umkehrbar ist oder nicht. Auch ersieht man, daß in diesem Falle der Weg der Zustandsänderung nicht maßgebend ist.

Dagegen ist für die Ermittlung der Arbeit aus dem p/v -Diagramm nicht gleichgültig, ob der Prozeß mit Reibung behaftet ist oder nicht. Betrachtet man z. B. die Strömung des Dampfes durch eine Düse (Fig. 3), so muß die Expansion für den Fall, daß keine

Widerstände auftreten, adiabatisch verlaufen. Dieser Prozeß wäre umkehrbar und für ihn würde die Beziehung

$$L_t = \int_2^1 v dp \text{ gelten.}$$

Im Diagramm entspricht L_t der Fläche $A_1 A_2' B_2 B_1$, wobei $A_1 A_2'$ die adiabatische Expansion darstellt. Der wirkliche Vorgang wird dagegen durch die Reibung des Dampfstrahles an den Wänden, ferner durch innere Reibung

und Wirbelungen beeinflusst. Die Reibungsarbeit verwandelt sich in Wärme, die sich dem Dampfe mitteilt und die Expansionslinie verändert. Diese verläuft nicht mehr längs $A_1 A_2'$, sondern nach $A_1 A_2$, wobei Punkt A_2 einen höheren Wärmeinhalt aufweist als A_2' . Der wirkliche Vorgang ist nun im Sinne der Thermodynamik nicht um-

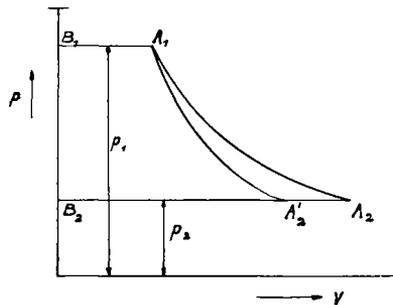


Fig. 3.

kehrbar und für ihn darf die Arbeit nicht mehr durch Integration des Ausdruckes $v dp$ gewonnen werden. An die Stelle der Gleichung (II) tritt nach Grashof die Beziehung

$$dQ + dW = du + A p dv \dots \dots \dots \text{(IIa)}$$

worin dW den Reibungswiderständen Rechnung trägt. Dabei ist $dQ + dW$ die dem Körper im ganzen mitgeteilte Wärme, also teils die von außen zugeführte (der Umgebung entzogene), teils die durch Reibung bei der Strömung entstandene¹⁾.

Führt man wiederum den Wärmehalt i ein, so ergibt sich

$$dQ + dW = di - A v dp \dots \dots \dots \text{(VI)}$$

und durch Integration:

$$Q + W = i_2 - i_1 - A \int_1^2 v dp = i_2 - i_1 + A \int_2^1 v dp \quad \text{(VIa)}.$$

Subtrahiert man (VIa) von (IVa), so erhält man:

$$A L_t = A \int_2^1 v dp - W \dots \dots \dots \text{(VII)},$$

d. h. die technische Arbeit entspricht nicht mehr der Fläche zwischen Ordinatenachse und Zustandslinie, sondern sie ist die Differenz der Größe $\int v dp$ und der Widerstandsarbeit W/A .

Für den Fall der Arbeitsmaschine (Kompressor) erhält man in analoger Weise, da $L = L_t$ in (V) mit dem negativen Vorzeichen zu versehen ist:

$$A L_t = A \int_1^2 v dp + W \dots \dots \dots \text{(VIII)},$$

d. h. in diesem Falle ist die technische Arbeit um den Arbeitswert der Widerstände größer als das Integral $\int v dp$.

Es möge nun untersucht werden, in welcher Weise eine Wärmemenge im Arbeitsdiagramm dargestellt werden kann. Die Gleichungen (V) und (VI) besagen, daß es für den Verlauf der Expansionslinie gleichgültig ist, ob die Wärme von außen zugeführt oder durch Reibung hervorgerufen wird, da es nur auf die Summe $dQ + dW$ ankommt. Man kann somit schreiben:

$$dQ_{\text{tot}} = dQ + dW = du + A p dv = di - A v dp,$$

wobei unter Q_{tot} die gesamte zugeführte Wärme zu verstehen ist.

¹⁾ Vgl. Grashof, Theoretische Maschinenlehre, Bd. I, S. 61.

Für die graphische Darstellung von Q_{tot} möge folgendes Verfahren (Fig. 4) vorgeschlagen werden, welches eine gewisse Analogie mit einem von Zeuner angegebenen besitzt. Bedeutet 1, 2 eine beliebige Zustandsänderung, so lege man durch Anfangs- und Endpunkt je eine Adiabate und außerdem eine beliebige Kurve konstanten Wärmeinhaltes $i = \text{konst.}$. Der Wärmeinhalt im Punkte 1 sei i_1 , im Punkte 2 dagegen i_2 . Für die Zustandsänderung 1, 2 gilt¹⁾:

$$Q_{\text{tot}} = i_2 - i_1 + A \text{ Fläche 1265.}$$

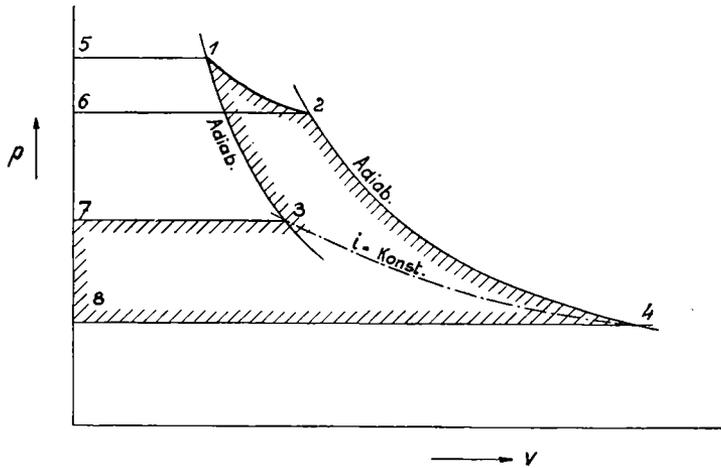


Fig. 4.

Für die Adiabaten 1, 3 bzw. 2, 4 gelten die Gleichungen:

$$0 = i_3 - i_1 + A \text{ Fläche 1375}$$

$$0 = i_4 - i_2 + A \text{ Fläche 2486.}$$

Nun ist aber $i_3 = i_4$, mithin

$$i_2 - i_1 = A \text{ (Fläche 2486 - Fläche 1375).}$$

Setzt man diese Beziehung in die obige Gleichung für Q_{tot} ein, so erhält man:

$$Q_{\text{tot}} = A \text{ (Fläche 1265 + Fläche 2486 - Fläche 1375),}$$

d. h. Q_{tot} wird im p/v -Diagramm durch die schraffierte Fläche dargestellt.

Dabei ist die Konstruktion unabhängig von der Lage der Kurve konstanten Wärmeinhaltes. Man kann diese z. B. auch durch 1 oder 2 legen, wobei nur eine Adiabate einzuzeichnen ist. Führt man das

¹⁾ Strenggenommen müßte bei diesen Formeln die Fläche noch mit einer Verhältniszahl multipliziert werden, die vom Maßstab des Diagrammes abhängt.

die Punkte 1 und 2 je eine Kurve konstanten Wärmehaltes bis zum Schnitte mit der Adiabate, wodurch man die Punkte 3 und 4 erhält.

Für die adiabatische Zustandsänderung 3, 4 gilt mit Rücksicht auf die Gleichung (IVa):

$$O = i_2 - i_1 + A \text{ Fläche } 3465,$$

mithin ist $i_1 - i_2 = A \text{ Fläche } 3465,$

d. h. man kann in dieser Weise die Differenz der Wärmehalte als geschlossene Fläche darstellen. Die Konstruktion in Fig. 5 kann auch als besonderer Fall der Fig. 6 aufgefaßt werden, indem die beliebige Adiabate 3, 4 im vorliegenden Falle einfach durch den Anfangspunkt der Expansion gelegt wird. Die Differenz der Wärmehalte $i_1 - i_2$ bezeichnet man häufig als das »Wärmegefälle«, da diese Größe für die Umsetzung von potentieller in kinetische Energie eine ähnliche Rolle spielt wie das hydraulische Gefälle beim Ausflusse von tropfbaren Flüssigkeiten¹⁾.

b) Folgerungen aus dem zweiten Hauptsatz.

Wiewohl schon mit Hilfe des ersten Hauptsatzes der Gegensatz zwischen dem realen, nicht umkehrbaren und dem idealen, umkehrbaren Strömungsvorgang zum Ausdruck kommt, liefert erst der zweite Hauptsatz der Thermodynamik, der Entropiesatz, das eigentliche Kriterium für die Beurteilung der nicht umkehrbaren Prozesse. Außerdem — und dies gilt für die praktische Bewertung der Turbomaschinen wie der kalorischen Maschinen überhaupt — gelangt man zu besonders übersichtlichen und bequemen graphischen Darstellungen, wenn man vom Entropiebegriffe Gebrauch macht. Es würde zu weit führen, wenn man an dieser Stelle den zweiten Hauptsatz in ausführlicher Weise behandeln wollte. Es sei nur bemerkt, daß er ein Erfahrungssatz ist, der sich auf Tatsachen stützt. Clausius formulierte ihn durch den Ausspruch: »Wärme kann nicht von selbst von einem kälteren zu einem wärmeren Körper übergehen«, und Ostwald prägte den Begriff vom sog. »Perpetuum mobile zweiter Art«²⁾. Der zweite Hauptsatz spricht nun die Unmöglichkeit eines solchen Perpetuum mobile aus. Für alle an einem Prozesse beteiligten Körper gibt es eine mathe-

¹⁾ Andere graphische Verfahren befinden sich im Buche von Belluzzo »Le turbine a vapore ed a gas« (Mailand 1905).

²⁾ M. Planck (Vorlesungen über Thermodynamik, Leipzig 1911) geht dabei vom Satze aus: »Es ist unmöglich, eine periodisch funktionierende Maschine zu bauen, die weiter nichts bewirkt als Hebung einer Last und Abühlung eines Wärmereservoirs.«

matisch definierte Hilfsgröße, die niemals abnehmen kann, sondern entweder konstant bleibt oder zunimmt. Diese Hilfsgröße ist die Entropie.

Wir schreiben den zweiten Hauptsatz in der Form:

$$dQ \leq T dS \quad (IX)$$

bzw.

$$\int \frac{dQ}{T} \leq S - S_0 \quad (IXa).$$

Darin bedeutet Q wiederum die von außen zugeführte Wärme, T die absolute Temperatur und S die Entropie. Das Gleichheitszeichen gilt für umkehrbare Vorgänge, während für nicht umkehrbare Prozesse $dQ < T dS$ ist. Die mathematische Bedeutung der Entropie besteht darin, daß sie für homogene, isotrope Körper eine Funktion der Zustandsgrößen ist, also vom Weg der Zustandsänderung nicht abhängt. Dagegen ist Q , die zugeführte Wärme, auch vom Verlauf des Prozesses abhängig.

Betrachtet man Gleichung (IX), so erhellt, daß der Ausdruck $1/T$ ein integrierender Faktor für das Wärmedifferential ist. Am einfachsten läßt sich dies an Hand des Beispiels der idealen Gase unmittelbar nachweisen. Die grundlegenden Drosselversuche von Thomson und Joule haben ergeben, daß Energie und Wärmeinhalt für Gase nur von der absoluten Temperatur abhängen, d. h. es ist:

$$u = c_v T + \text{konst.} \quad (X)$$

$$i = c_p T + \text{konst.} \quad (XI).$$

c_v und c_p sind die spezifischen Wärmen bei konstantem Volumen, bzw. konstantem Druck. Ganz allgemein gilt:

$$c_v = \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_v, \quad c_p = \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_p \quad (XII).$$

Für ideale Gase besteht die Zustandsgleichung:

$$p v = R T \quad (XIII),$$

worin R die Gaskonstante bedeutet.

Die Wärme Gleichung lautet dann für umkehrbare Prozesse:

$$dQ = c_v dT + A p dv.$$

Dividiert man die Gleichung durch T , so erhält man:

$$\frac{dQ}{T} = c_v \frac{dT}{T} + A p \frac{dv}{T} = c_v \frac{dT}{T} + A R \frac{dv}{v}$$

oder durch Integration:

$$S_2 - S_1 = c_v \lg \frac{T_2}{T_1} + A R \lg \frac{v_2}{v_1} \quad . . . (XIVa).$$