Die Elektrischen Wechselströme.

Die

Elektrischen Wechselströme.

Zum Gebrauche

für

Ingenieure und Studierende

bearbeitet

von

Thomas H. Blakesley, M. A.
King's College, Cambridge,
Member of the Physical Society of London, M. Inst. C. E.

Mit Genehmigung des Verfassers übersetzt

von

Clarence P. Feldmann,
Ingenieur.

Mit 31 in den Text gedruckten Figuren.

Berlin. 1891. **München.**
Julius Springer. R. Oldenbourg.

Vorwort.

Die folgenden Kapitel wurden in der Absicht geschrieben, Beispiele für die Verwendung der geometrischen Methode zur Lösung solcher Probleme zu bieten, welche der Strom einer Quelle harmonisch variierender elektromotorischer Kraft involviert.

Der grössere Teil derselben erschien ursprünglich in der Zeitschrift »The Electrician«, ein anderer Teil wurde in den »Transactions of the Physical Society« und dem »Philosophical Magazine« veröffentlicht.

Das Kapitel über Kondensator-Transformatoren ist bis jetzt noch nicht veröffentlicht worden.

Thomas H. Blakesley.

Royal Naval College, Greenwich.
Mai 1889.

Inhalt.

Erstes Kapitel.

Selbstinduktion.

Es wird häufig angenommen, dafs die einfache Form des Ohmschen Gesetzes: $\frac{\text{totale E. M. K.}}{\text{totalen Widerstand}}$ = totaler Strom, auch für Wechselströme richtig sei. Hierbei wird jedoch in der Regel als E. M. K. nur die Summe aller von dem äufseren magnetischen Felde herrührenden E. M. K.'e in die Formel eingesetzt. Dafs es Ursachen gibt, welche den aus dieser einfachen Gleichung sich ergebenden Stromwert modifizieren, wie z. B. gegenseitige und Selbstinduktion oder Kondensatorwirkungen, wird häufig in den Lehrbüchern erwähnt, und dann werden auch die Werte und Gesetze der Veränderung des Stromes für gewisse Fälle momentaner Öffnung und Schliefsung des Stromkreises richtig angegeben. Doch sind meines Wissens die Wirkungen einer alternierenden E. M. K. auf einen von gegenseitiger Induktion, Selbstinduktion und Kondensatorwirkungen beeinflufsten Stromkreis noch nicht in eine für den Gebrauch handliche Form gebracht worden. Ich beabsichtige, den Fall zu behandeln, wo die E. M. K. des äufseren Feldes einfachen harmonischen Veränderungen unterworfen ist — d. h. jener Art von Veränderungen, welche in der scheinbaren Entfernung eines Satelliten von seinem Planeten für ein solches Auge stattzufinden scheinen, welches sich in der Ebene der Bahn und in einer unendlichen Entfernung von der Bahn des Himmelskörpers befindet. Die Form dieses Gesetzes ist einfach $x = b \sin \frac{\pi}{T}(t - t')$, wo t allgemein das Symbol der Zeit und t' der spezielle Wert in jenem Momente ist, wo die den betrachteten

Variationen unterworfene Gröfse x den Nullwert besitzt. Da der Sinus eines Winkels niemals die Einheit übersteigen kann, so ist b der Maximalwert von x. T ist die halbe Periode oder die Zeit, welche x braucht, um von seinem gröfsten positiven zu seinem gröfsten negativen Werte zu variieren.

Diese Art der Variation ist genau jene der E. M. K. einer Spule, welche um irgend eine Achse mit gleichförmiger Geschwindigkeit durch die Kraftlinien eines gleichförmigen magnetischen Feldes bewegt wird; und sie ist angenähert bei einer grofsen Anzahl von Bewegungen vorhanden, welche die Praxis darbietet. Die Variation der telephonischen Ströme, welche in einem Bell-Telephon erzeugt werden, ist ebenfalls eine harmonische.

Es sei eine gerade Linie von gegebener Länge, und in der Ebene des Papiers gelegen, einer gleichförmigen Rotationsbewegung in dieser Ebene unterworfen. Dann wird ihre Projektion auf eine ebenfalls in der Ebene des Papiers gelegene, feststehende Gerade von unendlicher Länge harmonischen Variationen unterworfen sein; diese Projektion kann also irgend eine, solcher Variationen fähige Gröfse darstellen (z. B. eine E. M. K.), deren Maximalwert durch die rotierende Gerade selbst dargestellt wird. Die Periode, in welcher die rotierende Gerade eine vollständige Umdrehung macht, ist die Periode der Variation. Wenn wir daher die Stellung der feststehenden Geraden und der rotierenden Geraden in irgend einem Momente kennen, so können wir bestimmen, in welcher Phase sich die harmonisch variierende Gröfse in diesem Momente befindet. Setzen wir z. B. voraus, der Winkel zwischen den beiden Geraden sei 30°, so können wir sofort sagen, dafs die Gröfse von ihrem Maximalwerte der Zeit nach um ein Zwölftel der Periode entfernt ist. Wenn der Winkel in dem betrachteten Momente anwächst, hat die Gröfse ihren Maximalwert seit Beginn dieses Zeitintervalls überschritten. Nimmt der Winkel aber ab, so wird die Gröfse ihren Maximalwert nach Ablauf dieses Zeitintervalls erreichen. Es ist deshalb notwendig, zur Darstellung des positiven Verlaufs der Zeit eine positive Drehrichtung festzustellen. (Hier soll die der Uhrzeigerbewegung entgegengesetzte Richtung als positiv angenommen werden.)

Wenn wir zwei solcher E. M. K.'e in demselben Stromkreise wirkend haben, welche verschiedene Maximalwerte, aber die gleiche Periode besitzen, so kann jede derselben durch die Projektion einer rotierenden Geraden auf eine feststehende Gerade dargestellt werden. Die resultierende elektromotorische Kraft wird also in diesem Momente die algebraische Summe der einzelnen Projektionen sein. Wenn aber zwei rotierende Linien, deren Rotation sich gleichförmig vollzieht und von gleicher Gröfse für beide Linien ist, als die zwei Seiten eines Dreiecks unter Berücksichtigung ihrer Vorzeichen niedergelegt werden, so werden die Linien stets unter dem gleichen Winkel gegen einander geneigt bleiben, und die algebraische Summe ihrer Projektionen wird die Projektion der dritten Seite sein. Wir haben also bei solchen elektromotorischen Kräften ein Theorem, welches genau jenem des Dreiecks der Richtungsgröfsen entspricht.

Wir können die Darstellungsweise solcher Gröfsen zu einem Theorem ausdehnen, welches dem Polygone der Richtungsgröfsen entspricht und sich wie folgt angeben läfst.

„Wenn die geraden Linien *AB*, *BC*, *CD*, ... *ST* die Maximalwerte verschiedener elektromotorischer Kräfte darstellen und in Bezug auf ihre Richtung so auf dem Zeichenblatte niedergelegt sind, dafs ihre Projektionen auf eine feststehende gerade Linie in irgend einem Zeitpunkte die momentanen Werte dieser elektromotorischen Kräfte darstellen, dann ist die Resultierende dieser elektromotorischen Kräfte in jenem Zeitpunkte durch die Schlufslinie *TA* dargestellt.“ (Fig. 1).

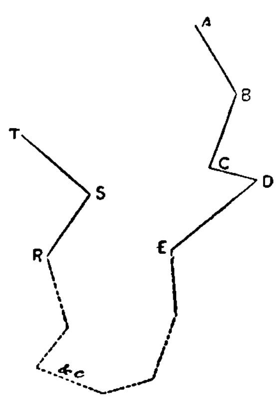

Fig. 1.

Wenn wir in einem besondern Falle alle in Betracht kommenden elektromotorischen Kräfte beachtet haben, dann wird offenbar diejenige Gerade, welche die resultierende Kraft darstellt, der Phase nach mit dem Strome in dem betrachteten Augenblicke korrespondieren; und wenn wir durch Ausmessung oder Rechnung den Wert dieser Resultierenden in Volt bestimmen, so ergibt die Division mit dem Widerstande jenen Wechselstrom, welcher den einzelnen elektromotorischen Kräften als Komponenten entspricht. Diese Betrachtung behält ihre Richtigkeit auch dann, wenn eine der elektromotorischen Kräfte jene der Selbstinduktion ist. Wir wollen aber annehmen, wir hätten durch Zusammensetzung aller elektromotorischen Kräfte mit Ausnahme jener der

Selbstinduktion eine vorläufige Resultante erhalten; die schliessliche Resultante ergibt sich aus der Überlegung, dafs sie rechtwinklig zur elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion gelegen sein mufs. Denn diese letztere mufs ihren gröfsten Wert besitzen, wenn der Strom durch Null passiert: deshalb mufs ihre Projektion auf die feststehende Gerade am gröfsten sein, wenn die Projektion der schliefslichen Resultante (die mit dem Strome korrespondiert) den Nullwert besitzt. Aus diesem Grunde mufs zwischen der schliefslichen Resultante und der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion dieselbe Beziehung zu der vorläufigen Resultierenden bestehen, wie zwischen den Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks und der Hypothenuse desselben. Und da wir die Hypothenuse bereits besitzen, haben wir nur das Verhältnis der Katheten und ihre Lage in Bezug auf die Hypothenuse zu bestimmen, um eine vollkommene Kenntnis der Lage und Gröfse der schliefslichen Resultante und der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion zu erlangen. Die geometrische Konstruktion ist die folgende:

Vom einen Ende der vorläufigen Resultierenden trage in der negativen Drehrichtung einen Winkel ab, dessen Tangente gleich ist dem Produkte aus dem Koeffizienten der Selbstinduktion und der Winkelgeschwindigkeit der Rotation, geteilt durch den Widerstand. Vervollständige sodann das rechtwinkelige Dreieck. Wenn dann ABC ein solches Dreieck ist, in welchem AB, BC, AC bezw. die vorläufige Resultante, die E. M. K. der Selbstinduktion und die schliefsliche Resultante in ihren Maximalwerten darstellen, so ist klar, dafs die maximale Zunahme der schliefslich resultierenden elektromotorischen Kraft durch $AC \times$ der Winkelgeschwindigkeit gegeben ist. Teilt man diesen Wert durch den Widerstand, so ergibt sich die maximale Zunahme des Stromes pro Zeiteinheit, welche, mit dem Selbstinduktionskoeffizienten multipliziert, nach der fundamentalen Definition der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion, den Wert dieser E. M. K. ergeben mufs.

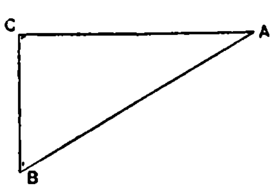

Fig. 2.

Wenn deshalb

r den Widerstand,
L den Selbstinduktionskoeffizienten,
ω die Winkelgeschwindigkeit

bedeuten, so ist

$$BC = \frac{AC}{r} \omega L$$

oder

$$\frac{BC}{AC} = tg BAC = \frac{\omega L}{r}.$$

Wenn $2T$ die Periode ist, so ist $\omega = \frac{2\pi}{2T}$

und somit

$$tg BAC = \frac{L\pi}{Tr}.$$

Und da die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion am gröfsten und positiv sein mufs, wenn der Strom durch Null von $+$ zu $-$ wechselt, so müssen offenbar die Phasen der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion jenen der schliefslichen Resultante in einem Zeitintervalle folgen, welches einer Viertelperiode entspricht. Damit ist die obige Konstruktion gerechtfertigt.

Da viele Wechselstromprobleme durch geometrische Methoden behandelt und gelöst werden können, will ich einige geometrische Lehrsätze geben, welche das Verständnis der vorkommenden Diagramme erleichtern.

1. Geometrischer Satz.

Gegeben sind AB, AC, zwei Linien in der Ebene AX, AY, welche um eine, durch A senkrecht zu dieser Ebene gezogene Gerade mit gleichförmiger Geschwindigkeit rotieren, so dafs der Winkel CAB konstant bleibt; es soll ein geometrischer Ausdruck für den Mittelwert des Produktes ihrer Projektionen auf AX gefunden werden.

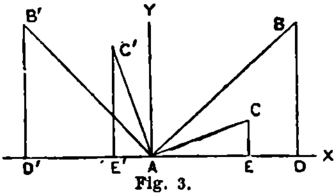

Fig. 3.

Von B und C ziehe BD, CE senkrecht zu AX.

Ziehe AB' senkrecht auf AB und gleich AB.

Ziehe AC' senkrecht auf AC und gleich AC. Dann stellen AB', AC' die Stellungen von AB, AC nach der Drehung um einen rechten Winkel dar.

Ziehe $B'D'$ und $C'E'$ senkrecht auf die Verlängerung von XA.

Dann ist der Winkel $AB'D'$ = dem Winkel BAD, und

„ „ $AC'E'$ = „ „ CAE.