

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DEN KGL. BAYER. MILITÄR-BILDUNGS-ANSTALTEN UND INHABER
EINER PHYSIKALISCHEN ANSTALT IN MÜNCHEN.

VIERTER BAND

(DES „REPERTORIUMS FÜR PHYSIK, TECHNIK &c.“)

T E X T.

MÜNCHEN, 1868.

VERLAG VON R. OLDENBOURG.

I N H A L T.

	Seite
Kleines Universalinstrument. Von C. Sickler. (Tafel I)	1
Ueber ein neues Pachytrop. Von Anton Waszmuth, Assistenten für Physik an der Technik in Prag. (Taf. V)	12
Ueber einige auf die parabolischen Wurflinien bezügliche geometrische Oerter und deren Gebrauch zur Bestimmung der Wurfhöhe und Wurfweite. Von Dr. K. L. Bauer, Assistent der Physik am Polytechnikum zu Karlsruhe. (Tafel VII)	15
Beschreibung des mit der Patent-Mikrometer-Vorrichtung versehenen Theodoliten. Von C. Schreiber. (Tafel II, III, IV)	33
Kleinere Mittheilungen:	
Ueber das Anemometer von Kraft. Von Dr. C. Jelinek. (Taf. VII)	46
Ueber die Anemometer der königl. Sternwarte von Greenwich. Von John Browning. (Tafel VII)	51
Der Thermograph von Pfeiffer. (Tafel VI).	54
Quecksilberluftpumpe. Von Giacomo Manuelli. (Taf. VII)	58
Einfacher Luftverdünnungs-Apparat. Von Prof. Franz Breisach zu Zara in Dalmatien. (Tafel I)	58
Verbesserte Einrichtung der Gasbehälter (Gasometer) in den chemi- schen Laboratorien nach Prof. Fr. Breisach zu Zara (Dal- matien). (Tafel VI)	60
Berichtigung	63
Biographische Notiz. (Simon Plössl)	63
Die dynamo-electrischen Maschinen. Von Director Dr. Schellen in Cöln. (Tafel VIII, IX, X)	66
Beschreibung eines Apparates für die mechanische Darstellung von Vibrations- bewegungen. Von A. Crova (Tafel XI)	89
Mittheilungen über die Influenz-Electrisir-Maschine. Von Ph. Carl. (Taf. XIII)	106
Kleinere Mittheilungen:	
Apparat für die Demonstration der Keppler'schen Gesetze mit Hülfe des Magnetismus. Von Prof. Ed. Hagenbach. (Tafel XII)	117
Ausdehnung des wasserhaltigen Weingeistes vor dem Erstarren. Von Dr. Recknagel	119
Hilfsmittel zur Erzeugung der Seilwellen	122
Ueber einen electrischen Wärme-Regulator zur Erzielung constanter Temperaturen bei chemischen und technischen Versuchen. Von Dr. C. Scheibler	122

	Seite
Foucault's Gyroscop. Vereinfacht und verbessert von Dr. E. C. O. Neumann in Dresden. (Tafel VIII)	127
Kogelmann's neues Electroskop.	130
Dinkler's modificirter Trevelyan'scher Apparat	131
Regnault's Experimental - Untersuchungen über die Geschwindigkeit des Schalles. Von R. Radau	133
Mittheilungen über die Influenz-Electrisirmaschine. Von Ph. Carl. (Fortsetzung.) (Tafel XV).	141
Ueber die persönlichen Fehler. Von R. Radau	146
Ueber die Bestimmung des Zeichens der Krystalle. Von Bertin. (Taf. XVII)	157
Ueber die Intensität des Gas-, Kerzen- und Lampenlichtes, verglichen mit dem electricischen und Drummond-Licht. Von S. Elster. (Tafel XVI)	171
Ueber die Untersuchung feiner Gewichtssätze. Von Dr. R. Rühlmann, Assistent für Physik am Polytechnikum in Karlsruhe	177
Kleinere Mittheilungen:	
Apparat zur Demonstration der Geschossabweichung. Von W. Beetz. (Tafel XIV).	183
Ueber das Minimum der Prismatischen Ablenkung. Von R. Radau. (Tafel XIV).	184
Apparat zur Demonstration des Gesetzes über das Schwimmen. Von Dr. H. Schellen. (Tafel XIV)	187
Vorlesungs-Apparat zum Nachweis der Reaction, welche beim Ausströmen von Flüssigkeiten und Gasen erzeugt wird. Von Ph. Carl. (Tafel XVII)	188
Neues Physicalisches Experiment. Von Kommerell. (Taf. XVII)	189
Zur biographischen Notiz über Plössl.	191
Ein ohne Mechanismus functionirender electricischer Regulator. Von Fernet	191
Vorlesungsversuche über Siedverzögerungen. Von Dr. G. Krebs. (Taf. XVII)	192
Eine neue Form des schwimmenden Stromes. Von Dr. G. Krebs	196
Ein neuer Verdunstungsmesser. Von Prof. v. Lamont. (Tafel XVIII)	197
Der Hipp'sche Wärme-Regulator zur Erzielung constanter Temperatur in geschlossenen Räumen. Von Dr. Ad. Hirsch, Director der Neuenburger Sternwarte. (Tafel XIX, XX)	201
Ueber Zahnräder. Von L. Natani. (Tafel XX)	205
Ueber den Einfluss der Dalton'schen Theorie auf die barometrische Höhenmessung und die Eudiometrie. Von Dr. K. L. Bauer	216
Ueber einen Wellenapparat mit graphischer Leistungsfähigkeit. Von G. Heidner, Lehrer an der k. b. Gewerbschule in Schweinfurt. (Tafel XXI)	225
Theorie der magnetelectrischen Maschinen. Von Jamin und Roger	231
Neues Thermometer für Temperaturen über dem Siedepunct des Quecksilbers. Von M. Berthelot. (Tafel XV)	239
Geschichte des Ozons	251
Kleinere Mittheilungen:	
Ueber einen akustischen Interferenz-Apparat. Von J. Stefan	260
Kleine Mittheilungen. Von A. Weinhold. (Tafel XX)	265
Ueber ein zweites registrirendes Metall-Thermometer und einen Windautographen. Von F. Pfeiffer. (Tafel XIX)	268

	Seite
Anwendung der Schwingungen zusammengesetzter Stäbe zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit. Von Director Dr. Stefan . . .	270
Ueber die durch planparallele Krystallplatten hervorgerufenen Talbot'schen Interferenzstreifen. Von Dr. L. Ditscheiner . . .	271
Ueber eine Anwendung des Spectralapparates zur optischen Untersuchung der Krystalle. Von Dr. L. Ditscheiner	273
Neues Galvanisches Element. Von Dr. Pincus	274
C. Hockin. Ueber einen Vorlesungs-Apparat. (Tafel XIV) . . .	275
Ueber Vergoldung optischer Spiegel. Von W. Wernicke . . .	277
Vier Aufhängungspuncte mit gleicher Schwingungsdauer am Pendel. Von A. Weinhold	279
Kritische Darstellung des zweiten Satzes der mechanischen Wärmetheorie. Von Theodor Wand, Consistorial-Assessor in Speyer	281
Ueber die Reduction feiner Gewichtssätze und die Bestimmung der bei absoluter und relativer Gewichtsermittlung ohne Reduction auftretenden Fehler. Von Dr. K. L. Bauer	323
Beschreibung der bisher in Anwendung gebrachten Commutatoren. Zusammengestellt von Ph. Carl. (Tafel XXII, XXIII, XXIV)	342
Kleinere Mittheilungen:	
Ueber die Definition der Masse. Von E. Mach	355
Ueber die Versinnlichung einiger Sätze der Mechanik. Von E. Mach	359
Ueber die Versinnlichung der Poincot'schen Drehungstheorie. Von E. Mach	361
Neues Flintglas	362
Ditscheiner. Ueber eine neue Methode zur Untersuchung des reflectirten Lichtes	362
Notiz über verschiedene Arbeiten über Wellenlängen. Von Mascart	364
Kritische Darstellung des zweiten Satzes der mechanischen Wärmetheorie. Von Th. Wand. (Fortsetzung)	369
Electrisches Vibrations-Chronoscop von W. Beetz. (Tafel XXVII)	406
Ueber die Ströme in Nebenschliessungen zusammengesetzter Ketten. Von Anton Waszmuth, Assistenten für Physik an der Technik in Prag	414
Mittheilungen über die Influenz-Electrisirmaschine. (Fortsetzung) (Taf. XXVII)	422
Kleinere Mittheilungen:	
Ueber die Nachahmung von Blitzröhren von Dr. Rollmann in Stralsund	429
Ueber Heliotrope. Schreiben des Herrn Professor W. H. Miller an den Herausgeber. (Tafel XXV)	431
Heliotrop von Starke u. Kammerer in Wien nach General Bayer. Notiz von Ernst Fischer, Ingenieur und Professor	433
Neue Geissler'sche Röhren	436

Kleines Universalinstrument.

Von

C. Sickler.

(Hiezu Tafel I Fig. 1.)

I. Einrichtung.

Dies seiner äussern Form nach dem Stampfer'schen ähnliche, dem Principe nach aber verschiedene Instrument Fig. 1 Taf. I besteht aus einem Dreifusse *B*, welcher die Stellschrauben *A* enthält und mit der Büchse *C* und dem Limbus *D* fest verbunden ist. — In der Büchse *C* befindet sich die Achse *F* des auf ihr senkrecht stehenden und mit ihr fest verbundenen Trägers *E*, mit welchem ebenfalls der Noniusarm *G* unter einem rechten Winkel in fester Verbindung steht, so dass eine Drehung von *E* eine gleiche von *G* zur Folge hat. Nonius und Limbus stehen bezüglich der Theilung in einer solchen Beziehung, dass die Angabe des ersteren = $2'$ ist, welche bei kleineren Polygonarmessungen sowohl, als auch bei Aufnahmen von Nivellements den praktischen Anforderungen genügt. — Die grobe Einstellung der Lage des Trägers *E* und des Nonius *G* wird durch den um die Büchse *C* gelegten Ring *H* und die Klemmschraube *I*, die feine durch den mit dem Ring fest verbundenen Hebel *K* und der in *E* eingreifenden Mikrometerschraube bewerkstelligt. Bis dahin stimmt im Wesentlichen die Einrichtung mit der des einfachen Theodoliten überein.

Das Fernrohr *R* ruht nun aber nicht wie bei diesem, oder beim gewöhnlichen Nivellirinstrument auf einer in *C* befindlichen verticalen Drehungsaxe *F*, sondern auf einem mit *E* verbundenen Träger *M* in der horizontalen Axe *T* und kann somit auch innerhalb gewisser Grenzen Bewegungen in der Verticalebene machen. Die zweite Unterstützung findet an dem Ring *S* durch die am Ende von *E* angebrachte verticale Elevationsschraube derart statt, dass ein am untersten Ende desselben angebrachtes und verstellbares Stahlplättchen stets auf dem

schwach abgerundeten Ende der Schraube N ruht. Da das Eigengewicht des Fernrohrs zu gering ist, als dass ein solides Aufliegen zu erwarten wäre, so befindet sich unterhalb desselben eine auf E befestigte Zugfeder Q , welche mit hinreichender Kraft das Fernrohr an die Schraube N fesselt und gleichzeitig die schädliche Wirkung eines etwaigen todten Ganges der Schraube, welcher übrigens schon durch die Klemmschraube α beseitigt werden kann, vollständig aufhebt.

Auf und parallel zu dem Träger E liegt eine Röhrenlibelle U , mittelst welcher die Limbusebene horizontal, d. h. die Axe C vertical gestellt wird, indem man einmal die Libelle über zwei Fusschrauben, das andere mal in einer dazu senkrechten Richtung zum Einspielen bringt und das Verfahren so lange wiederholt, bis die Libellenblase in allen Lagen stehen bleibt. Zum Horizontalstellen des Fernrohrs ist auf ihm eine zweite Libelle angebracht, welche natürlich einmal mit der unteren parallel gestellt, in jeder Lage des Fernrohrs mit dieser correspondiren muss. Bei dieser Lage trifft nun der mittlere Zeigerkreis der Trommel O an einer bestimmten Stelle — dem Nullpunkt — das seitlich angebrachte und auf der Ebene E senkrecht stehende Stäbchen P , welches nach oben und unten so getheilt ist, dass die Entfernung je zweier Theilstriche gleich der Höhe von einem Schraubengange ist, also eine Umdrehung der Schraube N eine Erhebung oder Senkung von einem Theil des Stäbchens zur Folge hat. Wenn nun die horizontale Entfernung NT der Drehungsaxe T und der Axe der Schraube N bekannt ist, so kann der Neigungswinkel der optischen Axe des Fernrohrs gegen die Horizontalebene aus der Angabe des Massstabs und der Trommel, und mithin die Neigung nach Procenten leicht berechnet werden. Die Berechnung in letzterer Hinsicht wird aber dadurch überflüssig gemacht, dass man der horizontalen Entfernung NT die Länge von 200 Schraubenganghöhen gibt, und so direct die Neigungen nach Procenten erhält.

Zum Messen geringerer Procente ist der Umfang der Trommel in fünf gleiche Haupttheile, und jeder derselben in zehn Untertheile getheilt. Hiernach entsprechen also:

2 Umdrehungen einer Neigung von					1 $\frac{0}{100}$
1	„	„	„	„	$\frac{1}{2} \frac{0}{100}$
$\frac{1}{5}$	„	„	„	„	$\frac{1}{10} \frac{0}{100}$
$\frac{1}{10}$	„	„	„	„	$\frac{1}{20} \frac{0}{100}$
$\frac{1}{20}$	„	„	„	„	$\frac{1}{40} \frac{0}{100}$

Steht nun z. B. der Indexkreis der Trommel zwischen $4\frac{1}{2}$ und 5 des Stäbchens, während der Rand dieses mit der Trommel an dem 36sten Theilstrich zusammentrifft, so ist die Fernrohraxe gegen den Horizont um $4,86\frac{0}{0}$ geneigt, denn:

$$\begin{aligned} 4 \text{ Haupttheile des Stäbchens geben } & 4\frac{0}{0} \\ \frac{1}{2} \text{ Theil } & \text{,,} \text{,,} \text{,,} & 0,5\frac{0}{0} \\ \text{und 36 Theile der Trommel} & \text{,,} & 36 \cdot \frac{1}{50} \text{ Umdrehungen} \\ & & = \frac{36}{100}\frac{0}{0}. \end{aligned}$$

Da halbe bis viertel Theile der Trommel noch sehr gut geschätzt werden können, so lässt diese Vorrichtung Neigungsbestimmungen bis auf $\frac{1}{100}\frac{0}{0}$ zu. Die Trommel selbst ist für recht- und verkehrtläufige Drehung numerirt. Die Bewegungsgrösse der Elevationsschraube ist $\pm 15\frac{0}{0}$, welche wohl selten von praktischen Anforderungen überschritten werden dürfte.

Das Fernrohr, welches eine 10 bis 12fache Vergrösserung hat, ist zum Distanzmessen mit zwei gleichweit vom horizontalen Hauptfaden abstehenden parallelen Nebenfäden versehen.

Schliesslich ist noch zu erwähnen, dass das Instrument mittelst einer federnden Schwanzschraube so auf das Stativ befestigt wird, dass bei gehöriger Standfestigkeit die Fusschrauben ohne zu grosse Reibung sich bewegen lassen.

II. Prüfung und Berichtigung.

Wesentliche Bedingungen der Vollkommenheit des Instrumentes sind:

1. Die Ebene des Limbus D ist senkrecht zur Drehungsaxe F ;
2. die Ebene des Trägers E ist parallel zur Limbusebene;
3. die Axe der Libelle U ist parallel zu E ;
4. die Elevationsschraube ist senkrecht auf E ;
5. die Axe T ist parallel zur Limbusebene;
6. je eine Umdrehung der Elevationsschraube muss auf dem Massstab P dieselbe Strecke begrenzen;
7. der Schnittpunkt des Fadenkreuzes muss mit der optischen und selbstverständlich dann auch mit der mechanischen Axe des Fernrohrs zusammenfallen und beide Faden müssen auf einander senkrecht stehen;
8. die Axe der Libelle v ist parallel zur Drehungsaxe;
9. die Entfernung der Projection der horizontalen Axe T auf die Ebene E von der Axe $N = 200$ Schraubenganghöhen.

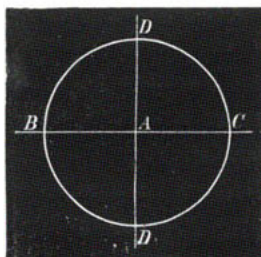
Da das Instrument mit den unter 1, 2, 4, 5 und 6 aufgeführten Eigenschaften aus der Werkstatt des Mechanikers hervorgehen muss, indem Fehler dieser Art nur von ihm verbessert werden können, so soll nur die Prüfung und Berichtigung der Fälle 3, 7, 8 und 9 ausführlich behandelt werden, da etwaige Fehler jeweils von dem das Instrument handhabenden Techniker berichtigt werden müssen.

Ad 3. Ist die Libelle U richtig aufgesetzt, so muss die Blase bei der Drehung des Limbus stets den höchsten Stand beibehalten. Findet eine Ausweichung statt, so kann diese leicht an der in der Figur am linken, durch andere Theile verdeckten Ende befindlichen Corrections-schraube berichtigt und die Libelle durch die Zugschraube in dieser Lage erhalten bleiben.

Ad 7. Diese Prüfung und Berichtigung ist von grosser Wichtigkeit, da nicht selten ein Zerreißen des Fadenkreuzes vorkommt und ein neues aufgespannt und eingesetzt werden muss. Wenn das Fernrohr um seine mechanische Axe drehbar ist, so wird die Prüfung bekanntlich durch Umdrehung um diese Axe gemacht, während welcher ein anvisirter Punkt und der Durchschnitt des Kreuzes stets zusammenfallen müssen.

Da hier weder ein Umlegen noch Umdrehen des Fernrohrs möglich ist, so wende man folgendes einfache Verfahren an.

Man stelle in einer Entfernung von 20 bis 30 Fuss einen fein getheilten Maassstab BC (Fig. I) horizontal auf, stelle den Kreuzpunkt auf einen bestimmten Theilstrich A scharf ein, und sehe zu, ob von den Standpunkten C und D des centrischen Diaphragma's nach links und rechts gleiche Strecken begrenzt werden, d. h. ob $AC = AB$ ist. Eintretenden Falls befindet sich dann der Kreuzpunkt in der durch die optische Axe gehenden Verticalebene. Hängt nun noch im Theilstrich A ein Loth AD , so kann der Faden B, C in gleicher Weise untersucht werden. Ob der Kreuzpunkt in verticaler Richtung die

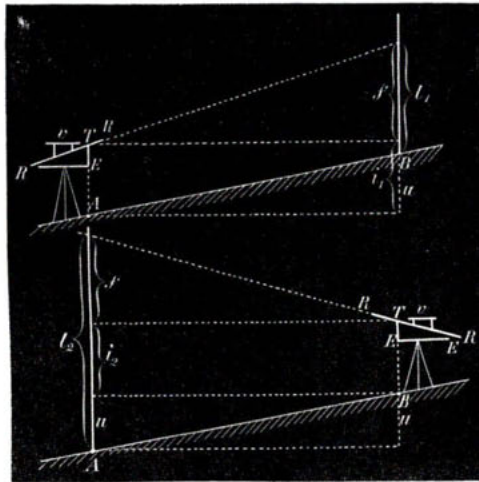


Figur I.

richtige Lage hat, zeigt sich, indem man bei möglichst horizontaler Lage des Fernrohrs den vertical gehaltenen Maassstab anvisirt und die Gleichheit der Strecken AB und AC prüft. Zeigen sich Differenzen, so werden die ersten an den horizontalen, die letzten an den verticalen Correctionsschrauben des Fadenkreuzringes aufgehoben.

Um die richtige Lage des Horizontalfadens, d. h. um zu erfahren, ob beide Fäden senkrecht auf einander stehen, visire man mit Punkt C einen scharf bezeichneten Punkt irgend eines ruhigen Gegenstandes an und drehe das Fernrohr, während dessen Neigung gegen die Horizontalebene unverändert bleibt, um seine Verticalaxe, so wird der anvisirte Punkt immer im Faden bleiben, wenn dieser horizontal aufgespannt ist; im entgegengesetzten Falle ist der Horizontalfaden durch einen andern zu ersetzen. Zu erwähnen ist noch, dass die Ocularlinse einer kleinen Bewegung längs der Fernrohraxe fähig ist, um für verschieden starke Augen das Fadenkreuz in die richtige Schärfe zu bringen.

Ad 8. Man stelle sich mit dem Instrument in einem Punkt A (Fig. II) eines geneigten Terrains AB auf, bringe beide Libellen (zuerst die untere, dann die obere) zum Einspielen, messe die Instrumentenhöhe i_1 ,



Figur II.

und in B die Lattenhöhe l , alsdann ist, wenn f den Fehler, u den Höhenunterschied der beiden Punkte bezeichnet:

$$f = l_1 + u - i_1$$

Stellt man sich ferner mit dem Instrument mit Punkt E senkrecht über B auf, bringt die Latte nach A , bestimmt die Instrumentenhöhe i_2 und die Lattenhöhe l_2 , so hat man, da f und u denselben Werth haben:

$$f = l_2 - u - i_2.$$

Durch Addition beider Werthe von f folgt:

$$f = \frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{i_1 + i_2}{2},$$

also ein von der Entfernung AB sowohl, als auch von dem Höhenunterschied unabhängiger Ausdruck. Ist $f = 0$, also $v \parallel R$, so ist:

$$l_1 + l_2 = i_1 + i_2.$$

Fällt aber $f = \pm$ aus, so muss die Libelle durch entsprechende Behandlung der Zug- und Stellschraube E am Objectivende des Fernrohrs von ihm entfernt, oder demselben genähert werden. Da die Grösse des Fehlers durch diese Methode bekannt ist, so darf man nur, während das Instrument in B stehen bleibt, von l_2 den Werth f abziehen oder addiren, und die Libellenaxe ist der Fernrohraxe parallel, wenn der horizontale Faden beim höchsten Stand der Blase die Lattenhöhe $l_2 \mp f$ angibt. Hierbei ist namentlich darauf zu achten, dass beide Libellen nach jeder Correction correspondiren.

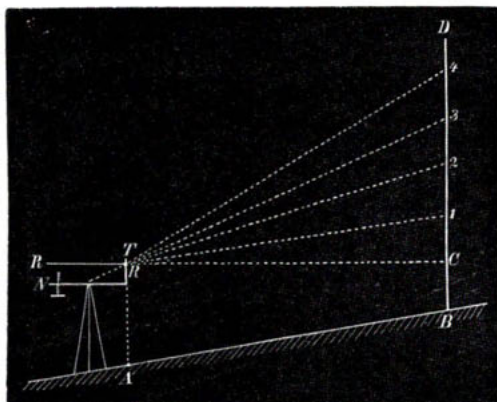
Da die nachfolgende Prüfung mit dieser ausgeführt werden muss, so ist es gut den Abstand $AB = 100$ oder 200 Fuss, oder das Terrain so zu wählen, dass der Höhenunterschied u mindestens grösser als 10 oder 20 Fuss ist.

Nach Ende dieser Berichtigung wird nun der Nullpunkt der Trommel nicht mehr mit dem Nullpunkt des Massstabs übereinstimmen, daher muss das an dem Ringe S befindliche Stahlplättchen heraus- oder hineingeschraubt werden, bis beim Einspielen der Libelle auch der Nullpunkt der Trommel mit dem des Massstabs zusammentrifft, da nur dann die Visirlinie des Fernrohrs horizontal ist.

Nach dieser Berichtigung kann das Instrument zum Nivelliren benützt werden.

Ad 9. In dieser Beziehung kann nun die Untersuchung auf folgende Weise angestellt werden.

Man stelle sich auf einem stark geneigten Terrain AB (s. oben) auf, messe sehr genau vom Fusspunkt der Senkrechten TA (Fig. III) eine Strecke von $100'$ (z. B.) nach AB , halte in B möglichst vertical eine in Fusse, Zolle und Linien getheilte Latte BD auf und stelle das Fernrohr



Figur III.

horizontal, d. h. Null der Trommel auf Null des Massstabs; hierbei wird eine Lattenhöhe $BC = l$ abgelesen, welche der Neigung $0 \frac{0}{0}$ entspricht. Wird nun die Elevationsschraube um 2, 4, 6 $2n$ Umdrehungen gesenkt, so müssen Lattenhöhen abgelesen werden, welche von l um $1'$, $2'$, n' differiren, wenn anders $TN = 200$ Schraubenganghöhen ist. Desgleichen kann die Untersuchung für die oberhalb des Massstabs liegenden Theile angestellt werden, was jedoch nicht wesentlich ist, sondern nur als Controle dient. Angenommen nun, man visire nach 4 Umdrehungen der Schraube die Lattenhöhe $l + 18''$, statt $l + 20''$ an, so kann, da die Theile des Massstabs als richtig vorausgesetzt werden müssen, nur ein Fehler in der horizontalen Entfernung TN sein; diese ist dann auch wirklich um $22,2$ Schraubenganghöhen zu gross, wie man sich leicht aus der Proportion:

$$18 : 1000 = 4 : x$$

überzeugt. Jetzt muss, während die Stellschraube β hinlänglich gelöst ist, die Zugschraube γ so lange angezogen werden, bis der mittlere Horizontalfaden genau $l + 20''$ anzeigt.

Dadurch wurde die horizontale Axe T um eine durch δ gehende Parallelaxe gedreht, also Punkt T um die fehlende Grösse dem Punkt N (Axe) genähert. Bleibt während des Anziehens der Stellschraube der Faden auf derselben Ablesung stehen, so muss den Umdrehungen 2, 4, 6 $2n$ eine Lattenhöhe $= l + 1, l + 2$ $l + n$ entsprechen.

Würde man dasselbe Verfahren auf eine grössere Entfernung angewendet haben, so müssten die Ablesungen proportional der Ent-

fernungszunahme sein. Es ist anzurathen, die Entfernung nicht zu gross zu wählen, da sonst die Schärfe der Ablesung verliert. Geht man mit der Schraube wieder zum Nullpunkt, so wird die Libelle nicht mehr einspielen, und das Fernrohr muss durch Heben oder Senken des Plättchens wieder horizontal gestellt werden.

Nach dieser Berichtigung, welche wie die vorher ad 8 von Zeit zu Zeit vorgenommen werden muss, ist das Instrument als Gefäll und Distanzmesser zu gebrauchen. Zu bemerken ist noch, dass die Klemmschraube α hinreichend, aber doch nur so stark angezogen sein darf, dass sich N , ohne zu grosse Reibung hervorzurufen, bewegen lässt. Da, wie a. a. O. gezeigt wird, der Hauptfaden allein schon zum Distanzmessen genügt, eine andere Methode aber noch 2 Nebenfäden erfordert, so müssen diese hinsichtlich ihres gleichen Abstandes vom Hauptfaden untersucht werden, wozu jedoch nichts erfordert wird, als dass eine Latte in verschiedenen Entfernungen vertical aufgehalten, und jeweils der Zwischenraum eines jeden Nebenfadens vom Hauptfaden ermittelt wird.

III. Anwendung.

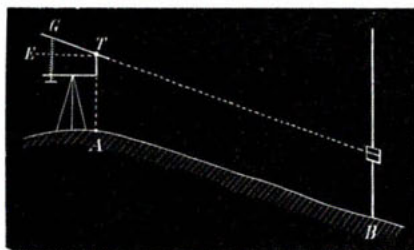
1. Messung der Horizontalwinkel.

In Folge der unveränderlichen Verbindung des Limbus mit dem Untersatze kann zur Bestimmung der Horizontalwinkel nur das Compensationsverfahren in Anwendung kommen, indem man zuerst die Ablesung Signal links, dann die Signal rechts macht, und beide Resultate addirt oder von einander abzieht, je nachdem der Nonius den Nullpunkt der Theilung passirt oder nicht.

Die Angabe von zwei Minuten erlaubt die Anwendung des Instruments nicht allein zur Aufnahme von Längenprofilen, sondern auch auf grössere Polygone, da z. B. bei 100 Fuss Seite ein Winkelfehler von 2 Minuten in den Ordinaten erst eine Differenz bis zu 6 Linien zur Folge hat. Um den Einfluss der Excentricität aus der Winkelmessung zu bringen, lasse man, weil das Fernrohr nicht durchgestohlen werden kann, die Feder der Schwanzschraube etwas nach, gebe dem ganzen Instrument, jedoch mit Rücksicht auf die centrische Aufstellung, eine womöglich entgegengesetzte Stellung, und bestimme auf gleiche Weise denselben Winkel zum zweiten mal.

2. Bestimmung des Höhenunterschieds nach Procenten.

Der Höhenunterschied der Punkte *A* und *B* (Fig. IV) nach Procenten ergibt sich, indem man in *A* die Instrumentenhöhe *AT*, d.i. die Höhe der Axe *T* über Punkt *A* nimmt, dieselbe in *B* auf der Latte *BD* (eine Nivellirlatte mit Scheibe ist einer getheilten vorzuziehen) einstellt und die Elevationsschraube so lange erhebt oder senkt, bis Punkt *D* im Fadenkreuz steht; alsdann ist offenbar die Visirlinie *GD* parallel der Verbindungslinie der Punkte *A* und *B*.



Figur IV.

Die Ablesung des Stäbchens und der Trommel gibt sofort die Neigung nach Procenten an. Umgekehrt wird eine Neigung von gegebenem Procentsatz ausgesteckt, indem man die Trommel auf denselben einstellt, die Instrumentenhöhe nimmt und mit dieser in der betreffenden Richtung sich so lange fortbewegt, bis der Faden die eingestellte Lattenhöhe trifft.

3. Messung der Höhenwinkel.

Aus der Angabe nach Procenten kann nun leicht der Neigungswinkel φ gefunden werden, denn in dem Dreieck *ETG* ist:

$$\operatorname{tg} . \varphi = \frac{EG}{ET} = \frac{p}{100},$$

wenn *p* die Bewegungsgrösse der Elevationsschraube ist. Der Winkel selbst kann direct aus der Tangententafel der wirklichen trigonometrischen Zahlen, aber auch immer hinreichend genau

$$\varphi = 2062,5 \left[p - \frac{p^3}{30000} \right] \text{ Sekunden,}$$

oder, wenn *p* kleiner als fünf, aus:

$$\varphi = 2062,5 \cdot p \text{ Sekunden}$$

berechnet werden. Da der Maassstab ± 15 Procent angibt, so erhält man Höhen und Tiefenwinkel bis auf 9 Grad, und zwar mit einer

Genauigkeit, welche nur durch repetirende Höhenkreise erlangt werden kann. Aus der für φ angegebenen Formel folgt, wenn dp und $d\varphi$ kleine Aenderungen von p und φ sind:

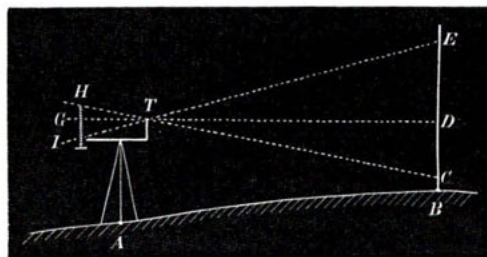
$$d\varphi = 2062,5 \left[1 - \left(\frac{p}{100} \right)^2 \right] dp \text{ Secunden.}$$

Nimmt man nun an, es werde beim Ablesen ein Fehler von $0,01\%$ begangen, und p sei gleich 10, so erhält man für $d\varphi$ den Werth von 20 Secunden, welcher bei gleichartigen Messungen mit andern Instrumenten meist übertroffen wird. Zugleich ist ersichtlich, dass $d\varphi$ mit abnehmendem p wächst, dass man also bei kleinen Neigungswinkeln eher einen einflussreichen Fehler begeht, als bei grösseren.

4. Bestimmung des absoluten Höhenunterschieds zweier Punkte.

Stellt man den Nullpunkt der Trommel auf den Nullpunkt des Stäbchens, oder beide Libellen horizontal, so ist das Instrument zum Nivelliren eingerichtet, und es können die verschiedenen Methoden zur Bestimmung der Höhenlage beliebig vieler Punkte, wie sie etwa in Bauernfeind's Vermessungskunde angegeben sind, zur Anwendung kommen. Ausserdem aber kann der Höhenunterschied zweier Punkte, da das Instrument zugleich Distanzmesser ist, aus der horizontalen Entfernung und dem Procentsatz, oder aus dem hieraus hervorgehenden Höhen- oder Tiefenwinkel gefunden werden.

5. Bestimmung der horizontalen Entfernung beider Punkte.



Figur V.

Zu diesem Zwecke stelle man sich in dem einen Endpunkt A (Fig. V) mit dem Instrument, in dem andern B mit einer getheilten Latte auf, bringe den mittlern Faden auf einen Haupttheilstrich derselben und lese den dieser Visur $BC = l_1$ entsprechenden Procentsatz $GH = p_1$ ab. Wird nun die Elevationsschraube abwärts bewegt, bis der mittlere Horizontalfaden wieder auf einen Haupttheilstrich E der Latte fällt,

so hat man die Lattenhöhe $BE = l_2$ und den ihr zugehörigen Procentsatz $GI = p_2$, und aus den ähnlichen Dreiecken ETC und ITH die Proportion:

$$HI : EC = GT : TD$$

aus welcher mit Rücksicht auf die entsprechenden Werthe

$$TD = \frac{100 (l_2 - l_1)}{p_2 + p_1} = \frac{100 \cdot \Delta (l)}{\Sigma (p)}$$

folgt. Es ergibt sich somit die Entfernung der Punkte A und B , wenn man zur halben Fernrohrlänge den Quotienten aus der hundertfachen Lattenangabe und dem derselben zugehörigen Procentsatz addirt.

Macht man bei horizontaler Einstellung die Ablesung DE oder DC , und entsprechend in der Trommel die Ablesung GI und GH , so ist im ersteren Fall l_1 und $p_1 = 0$, im zweiten l_2 und $p_2 = 0$ und man erhält:

$$TD = \frac{100 l_2}{p_2} \text{ oder } = \frac{100 l_1}{p_1}.$$

Liegt der Punkt B höher als die Horizontale GD , so ist $BD = l_1$ und entsprechend $GH = p_1$ negativ zu nehmen.

Hiebei ist besonders darauf zu achten, dass die untere Libelle genau horizontal steht. Ist die Entfernung nicht sehr gross, so wird man genauer die Elevationsschraube auf zwei ganze Procentsätze einstellen und die ihnen zugehörigen Lattenhöhen bestimmen. Die Entfernung kann bei ein und derselben Aufstellung durch verschiedene correspondirende Ablesungen bestimmt und so genau controlirt werden. Aus dem für TD abgeleiteten Ausdruck geht hervor, dass die Ablesungen, der Trommel besonders bei grossen Entfernungen mit äusserster Genauigkeit gemacht werden müssen, da bei gleich gut bestimmte Lattenhöhen ein Fehler in den Grössen p_1 und p_2 in dem Resultat merkliche Veränderung hervorbringt.

Werden sämmtliche hier aufgeführten Operationen in richtiger Verbindung zur Anwendung gebracht, so ist nicht zu verkennen, dass dies Instrument vor den gebräuchlichen Nivellirinstrumenten und Gefällmessern wesentlichen Vorzug verdient. Ganz besonders wird dasselbe bei Strassen- und Eisenbahnbauten zu empfehlen sein, da ihm (bei dem mässigen Preis von 70 fl.) gerade in dieser Hinsicht durch seinen häufigen Gebrauch die gebührende Anerkennung zu Theil geworden.

Ueber ein neues Pachytrop.

Von

Anton Waszmuth,

Assistenten für Physik an der Technik in Prag.

(Hiezu Tafel V Figur 1, 2, 3.)

Man kommt häufig, besonders beim Unterrichte bei Erörterung des Ohm'schen Gesetzes in die Lage, mehrere Elemente auf verschiedene Weise untereinander verbinden zu müssen, wozu man, um dieses schneller ausführen zu können, eigene Instrumente, Pachytrope genannt, construirte. Ohne in eine Aufzählung des bis jetzt in dieser Richtung Gelieferten einzugehen, will ich nur kurz die jetzt am häufigsten gebrauchten Pachytrope besprechen, um daran die Beschreibung des von mir gegebenen anzufügen.¹⁾

Eines der einfachsten von diesen Instrumenten ist das von Stöhrer in Dresden seinen Batterien beigegebene Pachytrop, das aus mehreren Kupferstreifen besteht, die durch Einklemmen an die Polenden die verschiedenen Combinationen geben. Etwas schneller kann man diese bei der Einrichtung von Bothe erhalten (Pogg. Bd. CIX), wo Metallfedern auf Knöpfen schleifen, die mit den Poldrähten verbunden sind. Um eine sichere Verbindung herzustellen, hat ferner Siemens ein Pachytrop construiert, bei dem ähnlich wie bei den von ihm verfertigten Umschaltern die sogenannte Stöpselschaltung in Anwendung kommt.

1) Die Pachytrope, welche sich aus Quecksilbernäpfen und Drahtbügeln herstellen lassen und welche man schon in verschiedenen Formen ausgeführt hat (ein solches Pachytrop beschreibt z. B. auch Carl in seinem Repertorium Bd. II p. 27), habe ich übergangen, weil man die Anwendung von Quecksilbernäpfen überhaupt gern zu vermeiden pflegt. (Vergl. meine zweite Einrichtung des Apparates Repertorium II p. 243. Carl.)

Gelegentlich erwähne ich, dass Carl die Bezeichnung Tachytrop [von *ταχύς* schnell] vorschlägt; ich habe die Bezeichnung Pachytrop beibehalten, welche von *παχύς* herrührt und die Aenderung des Querschnittes der Säule andeuten soll.

Man muss indess allen den bis jetzt genannten Apparaten den Vorwurf machen, dass sie zu viel Zeit zur Aenderung einer Combination in Anspruch nehmen, was wohl am schnellsten bei dem sogenannten Walzen-Pachytrop geschieht. Dasselbe besteht aus einer hohlen hölzernen Walze, in deren Innerem verschiedene Metallbügel angebracht sind, deren Enden bis an die äussere Mantelfläche des Cylinders gehen, wo auf ihnen Metallfedern, die mit den Polen einer Batterie verbunden sind, schleifen. Man erhält so durch blosses Drehen der Walze die verschiedenen Combinationen, hat aber leider bei einer derartigen Ausführung zu fürchten, dass die Verbindung irgendwo unterbrochen ist, da bei der geringsten Verschiebung der Federn die Berührung derselben mit den kleinen Querschnitten der Drähte unsicher wird.

Ich habe mir daher die Aufgabe gestellt, ein Walzenpachytrop zu construiren, das neben dem Vortheil der schnellen Aenderung der Combination auch noch den einer sicheren, leicht herzustellenden Verbindung von natürlich sehr geringem Widerstande in sich vereinige.

Diesen Gedanken suchte ich für 6 Elemente folgendermassen zu realisiren.

Auf der Mantelfläche eines massiven hölzernen Cylinders sind parallel zu seiner Axe vier Combinationen von Kupferblechstreifen angebracht. [Figur 1 (axonometrisch gezeichnet) und Figur 2.] Auf ihnen schleifen federnde Kupferblechstücke, die an messingenen Säulen angeschraubt sind. Die auf der einen Seite stehenden sechs Säulen sind mit den sechs positiven Polen der Batterie, die auf der andern Seite mit den sechs negativen verbunden, so dass die Kupferblechstreifen die Stelle von Polen einnehmen. Um daher die verschiedenen Combinationen zu erhalten, wird man auf der Mantelfläche des Cylinders die Kupferblechstreifen gerade so verbinden, wie die Pole der Elemente nacheinander verbunden werden sollen. Man erhält so (Figur 2) vier verschiedene Combinationen, von denen die erste ein sechsplattiges Element, die zweite zwei dreiplattige Elemente, die dritte drei zweiplattige Elemente und die vierte sechs einfache Elemente gibt. Die mit A und A' bezeichneten Stücke sind umgebogen (Figuren 1 und 3) und stehen in Verbindung mit der Axe. Dieselbe besteht aus zwei von einander isolirten Stücken und es schleift an ihr an jedem Ende eine Feder B und B' . Diese tragen zwei Klemmen, in welche der Schliessungsleiter eingeschaltet wird.

Man sieht nun leicht, wie durch blosses Drehen jede Combination erzielt wird; so sind z. B. in der gezeichneten Figur sechs einfache Elemente eingeschaltet. Ebenso kann man erkennen, wie die Verbindung durch Anwendung von grösseren Kupferblechstreifen statt einfacher Drähte viel verlässlicher wird und ausserdem noch den Vortheil bietet, eine Unterbrechung der Leitung leicht erkennen zu lassen. Schliesslich will ich noch auf den weiteren Vorzug hinweisen, dass ein solches Walzenpachytrop ebenso einfach und bequem für eine beliebige Anzahl von Elementen nach den oben angedeuteten Grundsätzen ausgeführt werden kann.

Prag, am 7. Februar 1868.

Ueber einige, auf die parabolischen Wurflinien bezügliche, geometrische Oerter und deren Gebrauch zur Bestimmung der Wurfhöhe und Wurfweite.

Von

Dr. K. L. Bauer,

Assistent der Physik am Polyt. zu Karlsruhe.

(Hiezu Tafel VII Figg. 3, 4, 5.)

I.

Wir denken uns im leeren Raum ein rechtwinkliges Coordinatensystem der x, y mit horizontaler Abscissen- und verticaler Ordinatenachse. Vom Coordinatenanfang gehe ein unter dem Winkel α gegen die positive Richtung der x -Achse mit irgend einer Intensität geworfener, schwerer Punkt aus, so dass die Trajectorie desselben in die Coordinatenebene zu liegen komme; der Winkel werde von der positiven x -Achse aus in umgekehrtem Sinne, wie die Bewegung eines Uhrzeigers, gezählt. Um nun die Gestalt der Bahn zu ermitteln, zerlegen wir nach dem gewöhnlichen Verfahren die ertheilte Anfangsgeschwindigkeit c in eine horizontale und in eine verticale Seitengeschwindigkeit c_1 und c_2 , so dass

$$c_1 = c \cos \alpha \text{ und } c_2 = c \sin \alpha.$$

Dann folgen für die entsprechenden Componenten der Bahngeschwindigkeit zur Zeit t die Werthe

$$v_1 = c_1 \text{ und } v_2 = c_2 - gt,$$

und für die zugehörigen Wege, oder die Coordinaten des bewegten Punktes zur nemlichen Zeit

$$x = c_1 t \text{ und } y = c_2 t - \frac{1}{2} g t^2.$$

Hierdurch ist die Bahnlinie völlig bestimmt; die besondern Annahmen

$$v_2 = 0; y = 0; t = \frac{c_2}{g} \mp \tau$$

führen zur Kenntniss der wichtigsten Eigenschaften derselben, unter andern auch zur Auffindung der Wurfhöhe und Wurfweite. Die

Gleichung der Trajectorie ergibt sich aus den aufgestellten Ausdrücken für die Coordinaten eines ihrer Punkte durch die sehr leichte Elimination von t ; übrigens liegt die Vermuthung nahe, dass das Eliminationsresultat sich unter der Form

$$(m - x)^2 = p(n - y)$$

werde darstellen lassen, wenn mit m, p, n gewisse, noch zu bestimmende, Constante bezeichnet werden. Diese Vermuthung erweist sich als begründet; denn ersetzt man in jener hypothetischen Gleichung x und y durch die betreffenden Functionen von t , so erhält man durch Vergleichung der beiderseitigen Coëfficienten von t^2, t^1, t^0 die drei Bedingungen

$$c_1^2 = \frac{1}{2} g p; 2 c_1 m = c_2 p; m^2 = p n,$$

woraus sich successive p, m, n eindeutig und reell bestimmen, indem

$$p = \frac{2 c_1^2}{g}; m = \frac{c_1 c_2}{g}; n = \frac{c_2^2}{2g}.$$

Macht man jetzt noch die Substitutionen $m - x = -w$ und $n - y = u$, so wird die Gleichung $w^2 = p u$ der Bahn identisch mit der Scheiteltgleichung der Parabel; um von den ursprünglichen Achsen X, Y zu den neuen W, U zu gelangen, hat man, jenen Substitutionen zufolge, die Achse der x um die Grösse n , die Achse der y aber um die Grösse m parallel zu sich selbst zu verschieben und ausserdem die negative Richtung der letztern zur positiven u -Achse zu wählen (s. Fig. 3). Die drei Constanten m, n, p haben sämmtlich eine für die Bahncurve wesentliche Bedeutung; m ist nemlich die halbe Wurfweite, n die Wurfhöhe und p der Parameter der Bahn, d. h. der vierfache Abstand des Scheitels vom Brennpunkt, oder von der Directrix. Die Grössen m, n bedeuten in Bezug auf das System der x, y Abscisse und Ordinate des Scheitels, in Bezug auf das System der u, w jedoch w - und u -Coordinate des Endpunktes der Bahn, in welchem sie zum zweitenmal die Horizontale trifft. Eben deshalb besteht die schon oben gefundene Beziehung $m^2 = p n$, wornach die halbe Wurfweite die mittlere Proportionale zwischen Wurfhöhe und Parameter ist.

Bei Ansicht der Ausdrücke für p, m, n gewahrt man ausserdem leicht, dass $p = \pm 2m = 4n$ wird, wenn $c_1 = \pm c_2$, d. i. $\alpha = 45^\circ$, oder $= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$; den Wurfwinkeln 45° und 135° entsprechen demnach parabolische Bahnen, deren Brennpunkte in der horizontalen x -Achse liegen; ausserdem wird die (absolute) Wurfweite

2 m in diesem Falle ein Maximum. Allgemeiner lässt sich der erste Theil dieses Satzes so aussprechen: die horizontale x -Achse ist der geometrische Ort der Brennpunkte aller Bahnen, die bei den Wurfswinkeln 45° und 135° und bei allen möglichen Anfangsgeschwindigkeiten zu Stande kommen. Dieser Umstand kann veranlassen, ganz allgemein die geometrischen Oerter der Brennpunkte und Scheitel zu ermitteln, sowohl wenn bei irgend einem constanten Werth von α die Geschwindigkeit c nach einander beliebig variirt, als auch wenn irgend mit einer constanten Geschwindigkeit c unter allen möglichen Winkeln α geworfen wird.

II.

Bezeichnen wir das Maximum der Wurfhöhe n , welches bei verticalem Wurfe ($\alpha = 90^\circ$) eintritt, mit a , so ergeben sich wegen der Beziehung $a = \frac{c^2}{2g}$ für die Coordinaten des Brennpunkts und des Scheitels die Ausdrücke:

$$x = m = a \sin 2\alpha; \quad y = n - \frac{p}{4} = -a \cos 2\alpha \text{ (Coordin. d. Brennp.)}$$

$x = m = a \sin 2\alpha; \quad y = n = a \sin 2\alpha$ (Coordin. des Scheitels). Ist nun zunächst α constant und c variabel, so werden wir die Gleichungen der geometrischen Oerter der Brennpunkte und Scheitel aller betreffenden Parabeln dadurch erhalten, dass wir durch Elimination des veränderlichen c , oder a , Relationen zwischen den Coordinaten jener Punkte aufstellen. Man findet sofort:

$$y = -\frac{1}{tg 2\alpha} x = tg\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot x \text{ (Gl. d. Orts d. Brennp.)}$$

$$y = \frac{1}{2} tg \alpha \cdot x \text{ (Gleichung d. Orts d. Scheitel.)}$$

Wirft man mithin im leeren Raum einen schweren Punkt unter dem nemlichen Winkel α mit allen möglichen Intensitäten, so kommen sowohl die Brennpunkte als die Scheitel sämtlicher Wurflinien in je eine durch den gemeinschaftlichen Ausgangspunkt (Coordinatenanfang) gehende Gerade zu liegen. Diese Geraden sind nur nach Einer Seite hin unbegrenzt (also halbbegrenzt); der Coordinatenanfang ist beider Anfangspunkt; orientiren wir uns nun über die geradere Lage derselben!

Die Brennpunktsgerade OB (s. Fig. 4 Taf. VII) steht offenbar im Coordinatenanfang normal zu der mit der positiven Richtung der x den positiven Winkel 2α einschliessenden Geraden; oder, was dasselbe ist, die Brennpunktsgerade macht mit der negativen y -Achse den, von dieser Achse aus gezählten Winkel 2α . Für $\alpha = 0$ fällt sie also mit der negativen y -Achse zusammen, während α von 0° bis 180° wächst, dreht sie sich in der Coordinatenebene um O in positivem Sinne (nach der oben getroffenen Bestimmung umgekehrt wie der Zeiger einer Uhr, linkssinnig) vollständig im Kreise herum; für $\alpha = 45^\circ$ coincidirt sie — eine Bestätigung des schon früher ausgesprochenen Satzes — mit der horizontalen, positiven x -Achse; bei fortgesetzter Zunahme des α dreht sich die bisher unterhalb des Horizonts gelegene Brennpunktsgerade über die Horizontale hinaus und fällt für $\alpha = 90^\circ$ mit der positiven y -Achse zusammen; für $\alpha = 135^\circ$ coincidirt sie mit der negativen x -Achse, begibt sich bei noch ferner wachsendem α wieder unter den Horizont und fällt, wenn $\alpha = 180^\circ$ geworden, ebenso wie für $\alpha = 0^\circ$, mit der negativen y -Achse zusammen.

Die Lage der Scheitelgeraden OS bestimmt sich durch die Bemerkung, dass diese Gerade die Ordinate $y = tg \alpha \cdot x$ jedes Punktes der Wurfrichtung OW halbt; der Scheitel liegt immer nur halb so hoch über der Horizontalen, als der vertical darüber gelegene Punkt der entsprechenden Wurfrichtung. Hieraus folgt, dass bei jedem beliebigen Wurfwinkel α die x -Achse, die Scheitelgerade, die Wurfrichtung und die y -Achse ein harmonisches Strahlenbündel bilden; OX , OW und OS , OY sind gegenseitig einander zugeordnete Strahlen (vgl. u. a. J. H. T. Müller, Lehrb. d. Geometrie, Halle 1844, S. 222, Nr. 11). Der Winkel der Scheitelgeraden mit der x -Achse liegt zwischen $\frac{\alpha}{2}$ und α ; man kann ihn

mit $\frac{\alpha}{2} + \alpha'$ bezeichnen, wenn $tg \alpha' = tg^3 \frac{\alpha}{2}$, weil bei dieser Be-

dingung die Gleichung $y = \frac{1}{2} tg \alpha \cdot x$ unter der Form $y = tg \left(\frac{\alpha}{2} + \alpha' \right) x$

darstellbar ist. Für $\alpha = 0^\circ$ (bei horizontalem Wurf) liegen sämtliche Scheitel im Ausgangspunkte, dem Coordinatenanfang; wächst α von 0° bis 180° , so lässt sich die positive x -Achse durch linkssinnige

Drehung in der Coordinatenebene um den Ursprung bis zum schliesslichen Zusammenfallen mit der negativen x -Achse in die successiven Lagen der Scheitelgeraden überführen. Für $\alpha = 90^\circ$ (verticaler Wurf) fällt die Scheitelgerade sammt der Brennpunktsgeraden selbstverständlich mit der positiven y -Achse zusammen; für $\alpha = 180^\circ$ liegen, wie für 0° , sämtliche Scheitel im Coordinatenanfang. Die Scheitelgerade liegt natürlich stets oberhalb der Horizontalen.

Wir können uns noch ein lebendiges Bild von den Lagen der erwähnten Geraden verschaffen. Nehmen wir an, die Wurfrichtung OW drehe sich umgekehrt wie der Uhrzeiger mit gleichförmiger Geschwindigkeit in der Coordinatenebene um den festen Punkt O , so entsteht die Frage, welche Bewegungen alsdann Brennpunktsgerade und Scheitelgerade vollführen. Die klarste Antwort hierauf sind die Differentialverhältnisse:

$$\frac{d(2\alpha)}{d\alpha} = 2; \quad \frac{d\left(\frac{\alpha}{2} + \alpha'\right)}{d\alpha} = \frac{d \arctg\left(\frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha\right)}{d\alpha} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{4} \sin^2 \alpha}$$

Aus dem ersten derselben erkennen wir, dass die gleichförmige Drehung der Wurfrichtung eine ebenfalls gleichförmige und gleichsinnige, aber doppelt so schnelle Drehung der Brennpunktsgeraden zur Folge hat. Weil nun beim horizontalen Wurf die Brennpunktsgerade einen Winkel von 90° mit dieser Wurfrichtung macht, so sieht man ein, dass wenn der Wurfinkel von 0° bis 45° gewachsen ist, die Brennpunktsgerade unterdessen einen Winkel von 90° beschrieben hat, also mit der Horizontalen zusammenfällt und sich der Wurfrichtung bis auf 45° Winkelabstand genähert hat; es versteht sich ferner, dass die Brennpunktsgerade die Wurfrichtung einholt, sobald $\alpha = 90^\circ$ wird, und dass bei noch grösseren Wurfinkeln die Brennpunktsgerade der Wurfrichtung vorausseilt, sich wieder unterhalb dieselbe begibt und stets weiter von ihr entfernt, bis bei $\alpha = 180^\circ$ der Winkelabstand wieder 90° geworden ist; zur Erkenntniss alles dessen wäre übrigens die Bildung des Differentialquotienten nicht erforderlich gewesen.

Mehr lehrt uns das zweite der oben aufgestellten Differentialverhältnisse. Es beweist zunächst, dass die Geschwindigkeit der Scheitelgeraden nicht in einem so einfachen, constanten Verhältniss zu derjenigen der Wurfrichtung steht; dieses Verhältniss ist von α abhängig,

aber in jedem gegebenen Falle leicht zu berechnen. Machen wir z. B. successive die Annahmen

$$\sin^2 \alpha = 0, = \frac{1}{2}, = \frac{2}{3}, = \frac{8}{9}, = 1,$$

so erhalten wir dem entsprechend

$$\frac{d\left(\frac{\alpha}{2} + \alpha'\right)}{d\alpha} = \frac{1}{2}, = \frac{4}{3}, = 1, = \frac{3}{2}, = 2.$$

Die gleichförmige Drehung der Wurfrichtung von $\alpha = 0^\circ$ bis $\alpha = 90^\circ$ bewirkt also eine gleichsinnige, ungleichförmig beschleunigte Drehung der Scheitelgeraden; darüber hinaus wird die Geschwindigkeit der Scheitelgeraden eine ungleichförmig verzögerte sein. Weil wir uns für $\alpha = 0^\circ$ die Scheitelgerade mit der horizontalen Wurfrichtung zusammenfallend denken können (in Wahrheit ist dann die Scheitelgerade auf den Punkt O reducirt), so wird zunächst in Folge eines unendlich kleinen Incrementes von $\alpha = 0^\circ$ die Scheitelgerade um halb so viel sich drehen, als die Wurfrichtung, also unterhalb dieser zurückbleiben; fährt α gleichförmig zu wachsen fort, so wächst zwar das Verhältniss der Drehung der Scheitelgeraden zur Drehung der Wurfrichtung und ist bereits von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{4}{3}$ gestiegen, wenn α von 0° bis 45° gewachsen ist; da aber bis jetzt das genannte Verhältniss immer kleiner als 1 blieb, so musste die Scheitelgerade stets mehr gegen die Wurfrichtung zurückbleiben; der Winkelabstand beider Geraden wird ein Maximum,

wenn $\sin^2 \alpha = \frac{2}{3}$ und $\frac{d\left(\frac{\alpha}{2} + \alpha'\right)}{d\alpha} = 1$ geworden ist. Von hier ab dreht

sich die Scheitelgerade schneller als die Wurfrichtung, für $\sin^2 \alpha = \frac{8}{9}$ z. B. schon $\frac{3}{2}$ mal so schnell, beide Gerade nähern sich daher beständig, bis sie für $\alpha = 90^\circ$ coincidiren. In diesem Augenblicke bewegt sich die Scheitelgerade doppelt so schnell; als die Wurfrichtung, also ebenso rasch, als die in diesem Momente gleichfalls mit ihr zusammenfallende Brennpunktsgerade. Der Gang für $\alpha > 90^\circ$ versteht sich hiernach von selbst.

Auf das Maximum des Winkels $\alpha - \left(\frac{\alpha}{2} + \alpha'\right) = \frac{\alpha}{2} - \alpha'$ zwischen Wurfrichtung und Scheitelgeraden führt auch die Gleichung:

$$\frac{d\left(\frac{\alpha}{2} - \alpha'\right)}{d\alpha} = -\frac{d\left(\frac{\alpha}{2} + \alpha'\right)}{d\alpha} + 1 = 0.$$

Man zieht hieraus die oben gefundene Bedingung $\sin^2 \alpha = \frac{2}{3}$, welche identisch mit $\operatorname{tg} \alpha = \pm \sqrt{2}$ ist. Mit Benutzung einer logarithmischen Tafel fand ich den hierdurch bestimmten spitzigen Winkel nahezu $\alpha = 54^\circ 44' 8'', 2$. Da nun $\operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} + \alpha' \right) = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, so

hat man sofort $\frac{\alpha}{2} + \alpha' = \frac{\pi}{2} - \alpha = 35^\circ 15' 51'', 8$ und kann jetzt aus diesen beiden Werthen auch die übrigen Winkel von Interesse ableiten; ich stelle dieselben hier zusammen:

$$\alpha = 54^\circ 44' 8'', 2; \frac{\alpha}{2} = 27^\circ 22' 4'', 1; \frac{\alpha}{2} + \alpha' = 35^\circ 15' 51'', 8,$$

$$\alpha' = 7^\circ 53' 47'', 7; 2\alpha = \frac{\pi}{2} + 19^\circ 28' 16'', 4; \frac{\alpha}{2} - \alpha' = 19^\circ 28' 16'', 4.$$

In Worte gefasst gibt diess folgenden Satz: Bei dem Wurfwinkel $\alpha = 54^\circ 44' 8'', 2$) macht die Scheitelgerade mit der Wurfrihtung den möglichst grossen Winkel $19^\circ 28' 16'', 4$; eben diesen nemlichen positiven Winkelabstand $19^\circ 28' 16'', 4$ besitzt gleichzeitig die Brennpunktsgerade von der Horizontalen, während die Scheitelgerade mit der Horizontalen und die Brennpunktsgerade mit der Wurfrihtung den Winkel $\frac{\pi}{2} - \alpha = 35^\circ 15' 51'', 8$ bildet. Aehnliches gilt natürlich, wenn wir den stumpfen Winkel $\pi - \alpha = 125^\circ 15' 51'', 8$ als Wurfwinkel wählen; ausserdem bemerkt man leicht, dass die α entsprechende Wurfrihtung in diesem Falle normal zu der $\pi - \alpha$ entsprechenden Scheitelgeraden steht, und ebenso die $\pi - \alpha$ entsprechende Wurfrihtung normal zu der α entsprechenden Scheitelgeraden.

Untersuchen wir jetzt, wenn der Winkel $\frac{\pi}{2} - 2\alpha$ der Brennpunktsgersten mit der x -Achse = dem Winkel $\frac{\alpha}{2} + \alpha'$ der Scheitelgerade mit der x -Achse wird. Da alsdann Brennpunktsg- und Scheitelgerade gleiche und entgegengesetzte Winkel mit der x -Achse machen, so haben wir $\frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$ zu setzen, woraus $\operatorname{tg} \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ folgt.

1) Derselbe differirt nicht viel vom Polarisationswinkel des Glases.

Nennen wir den zu dem Zeichen $+$ gehörigen Winkel speciell α , so wird der zu dem Zeichen $-$ gehörigem $\pi - \alpha$ sein. Nach den Vorausgegangenen wissen wir nun sogleich, dass $\alpha = 35^\circ 15' 51'', 8$, und hieraus schliessen wir auf die andern, uns interessirenden Winkel; zusammengestellt sind dieselben:

$$\alpha = 35^\circ 15' 51'', 8; \pi - \alpha = 144^\circ 44' 8'', 2; \frac{\alpha}{2} = 17^\circ 37' 55'', 9$$

$$\frac{\pi}{2} - 2\alpha = \frac{\alpha}{2} + \alpha' = 19^\circ 28' 16'', 4; \alpha' = 1^\circ 50' 20'', 5.$$

Wirft man also unter dem Winkel $35^\circ 15' 51'', 8$, oder $144^\circ 44' 8'', 2$, so bilden die jedesmaligen Brennpunkts- und Scheitelgeraden gleiche und entgegengesetzte, spitziige Winkel von $19^\circ 28' 16'', 4$ mit der positiven, resp. negativen x -Achse; daher fällt die zu α gehörige Brennpunktsgerade im vorliegenden Falle in die Rückverlängerung der $\pi - \alpha$ entsprechenden Scheitelgeraden und ebenso die $\pi - \alpha$ entsprechende Brennpunktsgerade in die Rückverlängerung der zu α gehörigen Scheitelgeraden. Die jetzigen Wurfrichtungen coincidiren mit den vorher betrachteten Lagen der Scheitelgeraden, in welchen diese von den betreffenden Wurfrichtungen ($\alpha = 54^\circ 44' 8'', 2$ und $125^\circ 15' 51'', 8$) möglichst weit, und zwar um $19^\circ 28' 16'', 4$ abweichen, die jetzigen Scheitelgeraden aber mit den damaligen Brennpunktsgeralen; die jetzige, α entsprechende Brennpunktsgerade fällt in die Rückverlängerung der damaligen $\pi - \alpha$ entsprechenden Brennpunktsgeralen, und die jetzige $\pi - \alpha$ entsprechende Brennpunktsgerade in die Rückverlängerung der damaligen α entsprechenden Brennpunktgeraden; die jetzige Wurfrichtung von $35^\circ 15' 51'', 8$ steht normal zur damaligen von $125^\circ 15' 51'', 8$ und die jetzige Wurfrichtung von $144^\circ 44' 8'', 2$ normal zur damaligen von $54^\circ 44' 8'', 2$. Bei dem Wurfinkel $35^\circ 15' 51'', 8$ gegen die positive, oder negative x -Achse bilden die Brennpunktsgerade, die x -Achse, die Scheitelgerade und die y -Achse ein harmonisches Büschel; OB , OS und OX , OY sind einander zugeordnete Strahlen, gleichzeitig sind — wie für jedes α — OX , OW und OS , OY zugeordnete, harmonische Strahlen; daher

bilden bei dem Wurfinkel $\frac{\pi}{2} - 35^{\circ} 15' 51'', 8 = 54^{\circ} 44' 8'', 2$ die x -Achse, die Brennpunktsgerade, die Scheitelgerade und die y -Achse ebenfalls ein harmonisches Büschel mit den zugeordneten Strahlen OX , OS und OB , OY ; natürlich existirt auch in diesem Falle ein zweites harmonisches Büschel, bestehend aus OX , OW und OS , OY . Wir werden weiter unten noch eine andere Eigenthümlichkeit dieser Fälle nachweisen.

Gesetzt jetzt, es sei erwünscht, die Lage des Brennpunkts und Scheitels irgend einer der parabolischen Bahnen, die bei demselben α und verschiedenen c entstehen, schnell ermitteln zu können, so würde man sich vortheilhaft eine der Fig. 4 Taf. VII analoge, dem gegebenen α entsprechende Zeichnung der geometrischen Oerter OB und OS herstellen. Um dann den Brennpunkt zu finden, reicht es aus, seine Distanz vom Coordinatenanfang zu kennen; diese ist aber $= \sqrt{x^2 + y^2}$, wenn wir mit x , y die Coordinaten des Brennpunkts bezeichnen; unter Berücksichtigung der oben hierfür erhaltenen Werthe ergibt sich so für die fragliche Distanz der Werth $a = \frac{c^2}{2g}$, d. h. der Brennpunkt liegt immer so weit vom Ausgangspunkte der Bahn ab, als sich ein mit der jeweiligen Anfangsgeschwindigkeit c vertikal aufwärts geworfener Punkt erheben würde; (liesse man demnach, bei constantem c , den Winkel α beliebig variiren, so erhielte man als geometrischen Ort der Brennpunkte einen um O beschriebenen Kreis mit dem Halbmesser a , s. u. III). Der Scheitel liegt in OS vertikal über dem Brennpunkte; aus der Lage des Scheitels folgt schliesslich Wurfhöhe und Wurfweite.

III.

Richten wir jetzt unsere Aufmerksamkeit auf die Bahnen, die bei constanter Anfangsgeschwindigkeit c und verschiedenen Wurfinkeln α entstehen! Um in diesem Falle die Gleichungen der geometrischen Oerter der Brennpunkte und Scheitel zu erhalten, haben wir durch Elimination des veränderlichen α Relationen zwischen den Coordinaten jener Punkte aufzustellen. Es ergibt sich leicht:

$$x^2 + y^2 = a^2 \text{ (Gleichung d. Orts d. Brennpunkte),}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{\left(y - \frac{a}{2}\right)^2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = 1 \quad (\text{Gleichung d. Orts d. Scheitel}).$$

Hieraus schliessen wir, dass der Ort der Brennpunkte ein mit dem Radius a um den gemeinschaftlichen Ausgangspunkt der Bahnen (Coordinatenanfang) als Mittelpunkt beschriebener Kreis ist, der Ort der Scheitel hingegen eine oberhalb der Horizontalen gelegene Ellipse, deren Mittelpunkt in der Entfernung $\frac{a}{2}$ vom Coordinatenanfang auf der y -Achse liegt, deren kleine, in die y -Achse fallende Halbachse den Werth $\frac{a}{2}$, und deren grosse, der x -Achse parallele Halbachse den Werth a hat. Auf den Kreis waren wir bereits vorhin gekommen; der Ellipse ist u. a. schon in Duhamel's analytischer Mechanik, herausgegeben von Schlömilch, Erwähnung geschehen (vgl. das. Bd. 1 S. 347). Der Kreis trifft den grossen Durchmesser der Ellipse augenscheinlich in deren Brennpunkten.

Während α alle Werthe von 0° bis 180° durchläuft, beschreibt der Brennpunkt der mit α veränderlichen Bahn den Kreis $K_0 K_1 K_2 K_3 K_0$ (s. Fig. 5 Taf. VII), und der Scheitel zu gleicher Zeit die Ellipse $E_0 E_1 E_2 E_3 E_0$; die mit 0, 1, 2, 3, 0 signirten Punkte entsprechen den Wurf winkeln 0° , 45° , 90° , 135° , 180° (vgl. die Ausdrücke für die Coordinaten des Brennpunkts und Scheitels). Uebereinstimmend mit dem Frühern coincidirt K_2 mit E_2 und liegen die zu den Scheiteln E_1 , E_3 gehörigen Brennpunkte K_1 , K_3 in der horizontalen x -Achse, K_0 aber in der negativen y -Achse.

Um die in Folge einer Aenderung des α eintretenden Bewegungen des Brennpunktes und Scheitels schärfer zu erkennen, bilden wir die Differentialquotienten

$$\frac{dx}{d\alpha} = 2a \cos 2\alpha; \quad \frac{dy}{d\alpha} = 2a \sin 2\alpha \quad (\text{für den Brennpunkt})$$

$$\frac{dx}{d\alpha} = 2a \cos 2\alpha; \quad \frac{dy}{d\alpha} = a \sin 2\alpha \quad (\text{für den zugehörigen Scheitel}).$$

Man sieht hieraus zunächst, dass die horizontalen Componenten der Bewegung beider Punkte stets einander gleich sind, dass also diese Punkte für jedes α in Einer Vertikalen liegen müssen, wenn diess für

irgend ein α der Fall ist; das Maximum der horizontalen Geschwindigkeiten findet für $\alpha = 0^\circ$, $= 90^\circ$ und $= 180^\circ$ statt, das Minimum 0 für $\alpha = 45^\circ$, oder $= 135^\circ$ (hierbei ist stillschweigend die Voraussetzung gemacht, α sei der Zeit proportional). Man erkennt ferner, dass die vertikale Componente der Bewegung des Brennpunkts stets doppelt so gross, als diejenige des Scheitels ist; da nun für $\alpha = 0^\circ$ der Brennpunkt um a unterhalb des in O befindlichen Scheitels liegt, so wird der Brennpunkt in die Horizontale sich erhoben haben, wenn bei $\alpha = 45^\circ$ der Scheitel um $\frac{a}{2}$ darüber hinausgestiegen ist; hat der Scheitel aber bei $\alpha = 90^\circ$ die Vertikalsteigung a vollzogen, so wird der Brennpunkt eine solche vom Betrage $2a$ gemacht, d. h. den Scheitel eingeholt haben; an eine andere, hiermit zusammenhängende Thatsache werden wir weiter unten erinnern. Das Verhältniss der von Brennpunkt und Scheitel beschriebenen Bogenelemente zu der gleichzeitig stattgefundenen Aenderung des Wurfwinkels, resp. die Grenzen jener Verhältnisse geben uns die Differentialquotienten

$$\frac{ds}{d\alpha} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\alpha}\right)^2} = 2a \text{ (für den Brennpunkt),}$$

$$\frac{d\sigma}{d\alpha} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\alpha}\right)^2} = a \sqrt{1 + 3 \cos^2 2\alpha} \text{ (für den Scheitel);}$$

hieraus findet man das untereinander bestehende Verhältniss der genannten, durch zwei unendlich nahe Vertikale auf Kreis und Ellipse begrenzten Bogenelemente

$$\frac{ds}{d\sigma} = 2 : \sqrt{1 + 3 \cos^2 2\alpha}.$$

Wenn demnach α von den Werthen 0° , oder 90° an eine Zunahme $d\alpha$ erfährt, so fallen die von dem Brennpunkte auf dem Kreis, und von dem Scheitel auf der Ellipse beschriebenen, unendlich kleinen, horizontalen Wegelemente gleich lang aus; ändert sich aber α von 45° , oder 135° an, so ist das vom Brennpunkt beschriebene, vertikale Kreiselement doppelt so gross, als das gleichzeitig vom Scheitel beschriebene, vertikale Ellipsenelement; im Allgemeinen hat das Grenzenverhältniss $\frac{ds}{d\sigma}$ einen zwischen 1 und 2 liegenden Werth, was daher auch bezüglich des Verhältnisses des ganzen Kreisumfangs zum ganzen Ellipsenumfange gelten muss. Diese, bei dem Wachsthum des α von 0° bis 180° von Brennpunkt und Scheitel zurückgelegten, geschlossenen Bahnen ver-

halten sich natürlich auch wie Kreis- und Ellipsenquadrant; der arithmetische Ausdruck für dieses Verhältniss ist bekanntlich

$$s : \sigma = \frac{1}{2} \pi a : a E(x, \frac{1}{2} \pi),$$

worin $E(x, \frac{1}{2} \pi) = \int_0^{\frac{1}{2} \pi} \sqrt{1 - x^2 \sin^2 \varphi} d\varphi$ das vollständige, elliptische Integral zweiter Art bedeutet, mit dem Modulus (hier identisch mit der numerischen Excentricität) $x = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$, wenn a, b die Halbachsen der Ellipse sind, und mit der Amplitude (hier das Complement der excentrischen Anomalie) $\frac{1}{2} \pi$. Jenes Integral kann durch Zugrundelegung einer nach geraden Potenzen, entweder von x , oder von $x' = \sqrt{1 - x^2} = \frac{b}{a}$, fortschreitenden, unendlichen Reihe berechnet werden. Gegenwärtig ist $x = \sqrt{0,75} = 0,8660255$, $x' = 0,5$, also x' weit kleiner als x und daher die Reihe mit x' derjenigen mit x vorzuziehen. Uebrigens sind wir durch die in Schlömilch's logarithmischen Tafeln angegebenen Längen von Ellipsenquadranten der Mühe der Berechnung überhoben und erhalten sogleich

$$\frac{s}{\sigma} = \frac{\frac{1}{2} \pi}{1,21106} = \frac{1,5708}{1,21106} = \frac{1}{0,770983} = 1,2970456.$$

Schneller noch finden wir das Verhältniss der von Brennpunkt und Scheitel umschriebenen Flächen; dasselbe ist offenbar $= \frac{\pi a^2}{\pi a \cdot b} = \frac{a}{b} = 2$; der Flächengehalt des Kreises ist das Doppelte von dem der Ellipse.

Wollte man die für ein gegebenes c konstruirten Oerter, Kreis und Ellipse, benützen, um für jedes a schnell die Lage des resultirenden Brennpunkts und Scheitels zu ermitteln, so würde z. B. die Kenntniss der diesen Punkten gemeinsamen Abscisse völlig genügen. Je nachdem nun a dem ersten, oder zweiten Quadranten angehört, kann man setzen:

$$\sin 2\alpha = \sin 2\left(\frac{\pi}{4} \mp \alpha_1\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \mp 2\alpha_1\right) = \cos 2\alpha_1, \text{ oder}$$

$$\sin 2\alpha = \sin 2\left(\frac{3\pi}{4} \mp \alpha_1\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} \mp 2\alpha_1\right) = -\cos 2\alpha_1,$$

und diesen Fällen entsprechend wird also die fragliche Abscisse

$$x = a \sin 2\alpha = a \cos 2\alpha_1, \text{ oder } x = a \sin 2\alpha = -a \cos 2\alpha_1.$$

Hieran knüpft sich folgende Regel: Man ziehe, je nachdem α dem

ersten, oder zweiten Quadranten angehört, unter dem geeigneten, spitzigen Winkel $2\alpha_1$ gegen die positive, oder negative Richtung der x -Achse einen Kreisradius und durch den Endpunkt desselben eine Parallele mit der y -Achse; die Durchschnittspunkte dieser Parallelen mit dem Kreis und der Ellipse sind dann die gesuchten Punkte. In der Figur ist angenommen, dass α in dem Intervall 0° bis 90° liege; dem Winkel $\alpha = \frac{\pi}{4} - \alpha_1$ entsprechen dann die Punkte B, S und dem

Winkel $\alpha = \frac{\pi}{4} + \alpha_1$ die Punkte B', S' ; OM ist die in beiden Fällen gleiche halbe Wurfweite; SM , resp. $S'M$ ist die Wurfhöhe.

In Hinsicht auf die vorausgegangenen Betrachtungen können wir uns über die Lage des Brennpunkts und Scheitels einer bei der Anfangsgeschwindigkeit c und dem Wurfwinkel α entstehenden, parabolischen Bahn auch so aussprechen: Der Brennpunkt ist der Schnittpunkt eines um den Ausgangspunkt beschriebenen Kreises vom Halbmesser $a = \frac{c^2}{2g}$ mit einer vom Ausgangspunkt unter dem Winkel 2α gegen die negative y -Achse gezogenen Geraden, den Winkel in positivem Sinne von dieser Achse aus gezählt gedacht; oder kürzer: der Brennpunkt ist der Schnittpunkt des durch c bestimmten Brennpunktskreises mit der durch α bestimmten Brennpunktsgeraden. Analog ist der Scheitel der Schnittpunkt einer oberhalb der Horizontalen liegenden, diese im Ausgangspunkt der Bahn berührenden Ellipse vom grossen, horizontalen Halbmesser a und vom kleinen, vertikalen Halbmesser $\frac{a}{2}$ mit einer vom Ausgangspunkt unter dem positiven Winkel $\frac{\alpha}{2} + \alpha_1$ gegen die positive x -Achse gezogenen Geraden, den Winkel α' durch die Gleichung $tg \alpha' = tg^3 \frac{\alpha}{2}$ definiert gedacht; oder kürzer: der Scheitel ist der Schnittpunkt der durch c bestimmten Scheitelellipse mit der durch α bestimmten Scheitelgeraden.

Die Durchschnittspunkte P, P' des Kreises mit der Ellipse sind gleichzeitig Scheitel zu den unterhalb gelegenen Brennpunkten O, Q' und Brennpunkte zu den oberhalb befindlichen Scheiteln R, R' ; sie bieten aber noch ein weiteres Interesse. Zieht man nämlich durch dieselben die vertikalen

Sehnen PQ , $P'Q'$, so ist klar, dass diese, wie jede andere vertikale Kreissehne, von der horizontalen x -Achse halbart werden; durch OQ , OP und OQ' , OP' sind daher die bereits von uns besprochenen Brennpunkts- und Scheitelgeraden gegeben, welche gleiche und entgegengesetzte Winkel mit der positiven und negativen x -Achse machen; die Brennpunktsgerade OQ fällt in die Rückverlängerung der Scheitelgeraden OP' , und die Brennpunktsgerade OQ' in die Rückverlängerung der Scheitelgeraden OP . Die Coordinaten der Punkte P, P' sind bestimmt durch die beiden simultanen Gleichungen

$$x^2 + y^2 = a^2; \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{\left(y - \frac{a}{2}\right)^2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = 1,$$

woraus man drei Paare zusammengehöriger Coordinaten zieht nämlich:

$$x_1 = 0, y_1 = a; \quad x_2 = +\frac{2}{3}a\sqrt{2}, y_2 = \frac{1}{3}a; \quad x_3 = -\frac{2}{3}a\sqrt{2}, y_3 = \frac{1}{3}a.$$

Das erste Paar bestimmt den Punkt $K_2 E_2$, das zweite P , das dritte P' . Die Gleichung der Scheitelgeraden OP ist daher $y = \frac{y_2}{x_2} x$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}} x, \text{ was mit unserer früheren Gleichung } y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha \cdot x \text{ für } \operatorname{tg} \alpha \\ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ wie es sein muss, übereinstimmt.}$$

Den Werthen ihrer Ordinaten gemäss liegen die Punkte P, P' um $\frac{1}{3} a$ über, die Punkte Q, Q' um ebensoviel unter dem Horizont; die Strecken RD und $R'D'$, sowie die Ellipsensehnen RP und $R'P'$ sind daher ebenfalls $= \frac{1}{3} a$, so dass die Abstände a der Punkte D, D' von der Horizontalen durch die Ellipsenpunkte R, P und R', P' in drei gleiche Theile zerlegt werden. Die

$$\text{Tangente des Winkels } ROX \text{ ist } = \frac{\frac{2}{3}a}{\frac{2}{3}a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}; \text{ diess führt zu}$$

dem Satze: Wirft man einen schweren Punkt mit der Geschwindigkeit c unter dem Winkel $ROX = 35^\circ 15' 51''$, 8, so fällt der Scheitel der Bahn in den Punkt P und der Brennpunkt derselben nach Q dergestalt, dass die drei Punkte R, P, Q in Eine Vertikale zu liegen kommen (was ausser bei den Punkten $R'P'Q'$ nur noch beim horizontalen und

vertikalen Wurfeder Fallist)¹⁾ und dass Winkel $POX =$ Winkel $Q O X = 19^\circ 28' 16''$, 4 wird; zudem entspricht dem Wurfinkel $\frac{\pi}{2} - ROX = 54^\circ 44' 8''$, 2 eine Parabel, deren Scheitel in R und deren Brennpunkt in P liegt; auch bildet bei diesem Wurfinkel die Scheitelgerade die möglichst grossen Winkel $19^\circ 24' 16''$, 4 mit der Wurfrihtung. Dass sich diesem Satze ein ähnlicher an die Seite stellen lässt, wenn man von dem Wurfinkel $R' O X = \pi - ROX$ ausgeht, versteht sich von selbst.

Weil ferner die Scheitel R, R' von den zugehörigen Brennpunkten P, P' und von den Punkten D, D' gleichweit abstehen, so folgt, dass die Gerade DD' die Directrix der betreffenden beiden Bahnen ist; da jedoch bei constantem c und veränderlichem α die Brennpunkte sämtlicher Bahnen gleichweit von O abstehen, O aber allen Bahnen gemeinsam ist, so muss die jedenfalls horizontallaufende Directrix DD' für alle diese Bahnen dieselbe sein. Man schliesst

diess auch sehr leicht aus der Gleichung der Directrix $y = n + \frac{p}{4} = a$, oder aus dem schon erwähnten Umstande, dass der Differentialquotient

$$\frac{d\left(n - \frac{p}{4}\right)}{d\alpha} = 2 \frac{dn}{d\alpha}, \text{ d. h. dass die in Folge einer Aenderung des } \alpha \text{ eintretende, positive oder negative, Vertikalsteigung des Brennpunkts}$$

immer das Doppelte der in gleichem Sinne erfolgenden Steigung des Scheitels beträgt. Die Gemeinschaftlichkeit der Directrix für oben charakterisirte Bahnen ist u. a. schon in Duhamel's analytischer Mechanik hervorgehoben, auf welches Werk ich, bezüglich einiger andern hierher gehörigen Betrachtungen, nochmals verweise.

Bevor ich schliesse, sei es mir erlaubt, noch auf eine andere Thatsache aufmerksam zu machen. Da die durch den Brennpunkt einer Ellipse von den Halbachsen a, b normal zur grossen Achse $2a$ gezogene Sehne bekanntlich $= 2 \cdot \frac{b^2}{a}$ ist, so gibt diess für die abgehandelte

Scheitelellipse die Grösse $\frac{a}{2} =$ der kleinen Halbachse; diess geht übrigens auch aus dem unmittelbar einleuchtenden Satze hervor: Zieht man durch die Durchschnittspunkte des Brennpunktskreises

1) Beweis für die Richtigkeit obiger Behauptung bildet den Schluss dieses Aufsatzes!

mit der grossen Achse der Scheitelellipse, d. h. durch die Brennpunkte der letztern Kurve vertikale Gerade, so werden die von der x -Achse und der Directrix DD' begränzten Stücke a derselben durch die Ellipse und deren grosse Achse in vier gleiche Theile zerlegt. Die zu den Brennpunkten der Ellipse und den oberhalb liegenden Scheiteln gehörigen Wurflinien haben den Parameter a und entsprechen den Wurf winkeln 60° und $\pi - 60^\circ$; die zu den unterhalb liegenden Scheiteln und Brennpunkten gehörigen Bahnen haben den Parameter $3a$ und entstehen bei den Wurf winkeln 30° und $\pi - 30^\circ$. Der Parameter $2a$ kommt bei den Wurf winkeln 45° und $\pi - 45^\circ$ vor; der Parameter $4a$ beim horizontalen, der Parameter 0 beim vertikalen Wurfe. Der Parameter $4a$ besitzt auch die Umhüllende (Envelope) der zahllosen, diesem a und allen möglichen a entsprechenden Wurflinien; der Scheitel der umhüllenden, nach der Richtung der Schwere sich öffnenden, Parabel liegt, wie bekannt, auf der positiven y -Achse um die Strecke a von O entfernt, der Brennpunkt derselben also in O selbst. Denkt man sich jeden der beiden Aeste der Umhüllenden successive gebildet, indem von der vertikalen Wurflinie an zu beiden Seiten in continuirlicher Aufeinanderfolge die zahllosen andern Bahnen auftreten, so erscheinen die genannten Aeste als identisch mit den parabolischen Kurven, die durch zwei vom Scheitel $K_2 E_2$ der Envelope horizontal nach rechts und links mit der Geschwindigkeit c geworfenen, schweren Punkte beschrieben werden.

Die umhüllende Parabel trennt bekanntlich die bei der Anfangsgeschwindigkeit c unerreichbaren Punkte von den durch je zwei Bahnen erreichbaren; die Punkte der Umhüllenden selbst können nur durch je Eine, sie tangirende, Bahn getroffen werden. Wenn man bedenkt, dass die dem Wurfinkel 45° entsprechende Bahn mit dem rechts liegenden Aste der Umhüllenden in demselben Punkte die Horizontale trifft, also den erwähnten Ast in der Horizontalen berührt, so sieht man ein, dass die Berührungspunkte der bei kleinen Wurf winkeln entstehenden Bahnen von geringerer Wurfhöhe und Wurfweite unterhalb des Horizonts liegen müssen; an der Bildung des oberhalb der Horizontalen befindlichen Stückes des rechtsliegenden Enveloppenastes können nur die zu den Wurf winkeln 90° bis 45° gehörigen Bahnen Antheil haben. Am deutlichsten geht diess aus den Werthen für die Coordinaten des Berührungspunktes hervor; wir finden diesel-

ben aus zwei gleichzeitigen Relationen zwischen x, y , wovon die eine die Umhüllende, die andere irgend eine der erzeugenden Parabeln (Charakteristiken) repräsentirt. Wir haben nur:

$$x^2 = 4a(a - y) \text{ (Envelope); } y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{x^2}{4a \cos^2 \alpha} \text{ (Charakteristik);}$$

setzt man die aus beiden Gleichungen genommenen Werthe von y einander gleich, so wird $\operatorname{tg} \alpha \cdot x^2 - 4ax + 4a^2 \cot \alpha = 0$ und mithin:

$$x = \frac{2a \pm \sqrt{4a^2 - 4a^2}}{\operatorname{tg} \alpha} = 2a : \operatorname{tg} \alpha; y = a - \frac{x^2}{4a} = a(1 - \cot^2 \alpha).$$

Diese Ausdrücke für die Coordinaten des Berührungspunktes bestätigen, bei verschiedenen Annahmen für α , das oben Gesagte vollkommen; dass die bei horizontalem Wurf entstehende Bahn die Umhüllende nicht im Unendlichen berührt, hätten wir auch daraus schliessen können, dass jener Wurflinie derselbe Parameter, wie der Envelope, zukommt.

Es bleibt mir noch übrig, eine vorausgegangene Behauptung zu rechtfertigen. Ich sagte, dass der Scheitelpunkt der Wurfrichtung mit der Scheitellellipse, ausser beim horizontalen und vertikalen Wurf, nur dann mit Scheitel und Brennpunkt der resultirenden Bahn in Eine

Vertikale fiele, wenn $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\pm \sqrt{2}}$ also $\alpha = 35^\circ 15' 51''$, 8, oder $= 144^\circ$

$44' 8''$, 2 wäre. Um diess zu beweisen, erinnern wir uns an die Gleichung $x = a \sin 2\alpha$ der durch Scheitel und Brennpunkt gehenden Vertikalen und schliessen daraus, dass die Abscisse des Scheitelpunktes der Wurfrichtung mit der Ellipse denselben Werth $a \sin 2\alpha$ haben muss, falls er in jener Vertikalen liegen soll. Die Coordinaten des genannten Schnittpunktes sind durch die zwei Gleichungen

$$y = x \operatorname{tg} \alpha \text{ (Wurfrichtung); } \frac{x^2}{a^2} + \frac{\left(y - \frac{a}{2}\right)^2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = 1 \text{ (Ellipse)}$$

völlig bestimmt. Substituirt man den aus der ersten Gleichung genommenen Werth von y in die zweite, so wird diese zu

$$\{(1 + 4 \operatorname{tg}^2 \alpha) x - 4a \operatorname{tg} \alpha\} x = 0.$$

Hieraus folgen für die gewünschte Abscisse die zwei Werthe

$$x_1 = 0; x_2 = 4a \operatorname{tg} \alpha : (1 + 4 \operatorname{tg}^2 \alpha) = 2a \sin 2\alpha : (1 + 3 \sin^2 \alpha);$$

der erste derselben bezieht sich auf den unabänderlichen Ausgangspunkt O , der andere auf den zweiten, von α abhängigen, Schnittpunkt. Damit nun

zunächst $o = a \sin 2\alpha$ sei, muss $\alpha = 0^\circ$, $= 180^\circ$, oder $= 90^\circ$ genommen werden; die Bedeutung dieser Bedingungen ist klar: bei horizontalem Wurfe stellt offenbar der Punkt O die zwei zusammengerückten Schnittpunkte vor, welche mit Scheitel und Brennpunkt in die nemliche Vertikale, die negative y -Achse, fallen, und zwar coincidirt der Scheitel mit den beiden Schnittpunkten in O ; bei vertikalem Wurfe wird $x_1 = x_2 = 0$, es fallen jetzt beide getrennte Schnittpunkte in die durch Scheitel und Brennpunkt gezogene Verticale, und zwar befindet sich der zweite (von O verschiedene) Schnittpunkt sammt Brennpunkt und Scheitel in einem und demselben Punkte $K_2 E_2$. Damit aber $2 a \sin 2\alpha : (1 + 3 \sin^2 \alpha) = a \sin 2\alpha$ werde, muss $\sin^2 \alpha = \frac{1}{3}$, oder $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\pm \sqrt{2}}$ sein; weitere Möglichkeiten sind nicht vorhanden.

Karlsruhe, 1. Januar 1868.

Beschreibung des mit der Patent-Mikrometer-Vorrichtung versehenen Theodoliten.

Von

C. Schreiber.

(Hierzu Tafel II, III, IV.)

Das in Folgendem näher beschriebene System von Theodoliten hat sich sehr bewährt, und es sind daher diese Instrumente zu allen geodätischen und markscheiderischen Messungen besonders zu empfehlen. Im allgemeinen ist der Zweck der Patent-Mikrometer-Vorrichtung zum Ablesen der Minuten und Sekunden am Horizontalkreise, die Bewegung der Alhidade absolut genau zu vervielfältigen. Hierdurch ist auf indirectem Wege erreicht, die Nonienangaben für einen Limbus von 4 Zoll 9 Linien (bei vorliegendem Instrumente) auf einen solchen von ca. 20 Zoll Durchmesser zu übertragen. Eine Folge von diesem ist, dass sich mit der Patent-Mikrometer-Vorrichtung die Winkel sehr fein und äusserst genau messen lassen; einen besonderen Vortheil gewähren diese Instrumente in der Beziehung, dass eine jegliche Repetition der Winkel bei einem gut berichtigten Theodoliten und genauer Kreistheilung wegfällt. Ausserdem sind alle nach diesem System gebaute Theodoliten bei ihrer einfachen Construction sehr transportabel, und billiger herzustellen als Winkelmesser älterer Construction von gleichen Winkelangaben.

Die rühmlichst bekannte Firma F. W. Breithaupt & Sohn in Cassel, der ich die Anfertigung dieser Instrumente übertragen habe, construirt solche von vorzüglicher Güte, und hat bereits hierin Ausgezeichnetes geleistet. In Folgendem sind die Preise der mit einer Patent-Mikrometer-Vorrichtung versehenen Theodoliten angegeben, zu welchen solche von obiger Firma zu beziehen sind.

1. Ein einfacher Theodolit mit Patent-Mikrometer-Vorrichtung.
Der Horizontalkreis ist in $\frac{1}{4}^{\circ}$ getheilt und mit 1 Index versehen;
der Mikrometerkreis gibt mittelst Index $\frac{1}{4}$ Minuten an durch

Abschätzen. Die Limbi sind versilbert. Der Aufsatz hat ein Fernrohr von 8 Zoll Länge (ohne Höhenkreis und ohne Getriebe) Preis mit Schränkchen und Stativ . . . 87 Rthlr.

2. Derselbe mit silbernem Limbus des Mikrometerkreischens, in $\frac{1}{2}^{\circ}$ getheilt, $\frac{1}{4}$ Minuten angehend, mit Lupe über dem Index 93 „
3. Derselbe mit Nivellir-Einrichtung und Höhenkreis 110 „
4. Derselbe mit Getriebe am Ocular 113 „

Auf Verlangen wird der Horizontalkreis der Instrumente von 1—4 in $\frac{1}{2}^{\circ}$ getheilt; die Messung eines Winkels lässt sich dann etwas schneller ausführen.

5. Theodolit, Fernrohr 12'' lang, 14''' Oeffnung, die 2 Nonien des Mikrometerkreischens $\frac{1}{4}$ Minuten angehend, nebst 2 Lupen zu den beiden Indexen und 1 Lupe zum Mikrometerkreischen 120 Rthlr.
6. Derselbe mit silbernem Horizontal- und Höhenkreis 128 „
7. Derselbe mit Nivellir-Einrichtung 139 „
8. Derselbe mit Glasverdeckung des Mikrometerkreischens 142 „
9. Derselbe, Fernrohr 14'' lang, 14''' Oeffnung, 10 Secunden angehend, mit 4 Nonien 160 „
10. Derselbe, Fernrohr 9'' lang, achromatisch Ocular, der Horizontalkreis mit 2 Theilungen und 2 Lupen über dessen Indexen 170 „
11. Theodolit, Fernrohr 16'' lang, 16''' Oeffnung und 30maliger Vergrößerung. Die Drehaxe ist an beiden Enden mit stählernen cylinderischen Zapfen versehen, mittelst deren das Fernrohr in Pfannen auf den beiden Trägern ruht. Der an einem Ende dieser Axe befestigte Höhenkreis von 5'' Durchmesser hat einen silbernen Limbus und Nonius, welcher einzelne Minuten angibt. Zum Horizontalstellen des ganzen Instrumentes dient eine ausgeschliffene Cylinderlibelle mit Scala, die zum Aufsetzen auf die stählernen Endzapfen der Fernrohr-Axe eingerichtet, und bei 1 Pariser Linie Ausschlag 10 Sekunden angibt. Das Ganze ruht auf einem messingenen Dreifusse; es besitzen alle Theile die nöthigen Justirschrauben und jede Bewegung ist

mit einer stählernen Mikrometerschraube versehen.

Die 4 Nonien des Mikrometerkreises geben 5 Sekunden an, übrigens wie ad 10 245 Rthlr.

12. Theodolit, Fernrohr mit einem achromatischen Objectiv von 18" Brennweite und 18''' Oeffnung.

Hierbei eine Libelle zum Aufsetzen auf die Horizontal-Axe. Die 4 Nonien des Mikrometerkreises

geben einzelne Sekunden an; übrigens wie ad. 11 450 „

Wenn eine Lupe achromatisch gewünscht wird, erhöht sich der Preis um 2 Rthlr. per Stück.

Beschreibung des mit der Patent-Mikrometer-Vorrichtung versehenen Theodoliten im Allgemeinen.

Alle auf den Tafel II, III, IV befindlichen, verschiedenen Ansichten des Instrumentes, beziehen sich auf die natürliche Grösse, mit Ausnahme der Fig. 6, die einen Theil des Mikrometerkreises in doppeltem Massstabe darstellt. Aus diesen Constructionen ist ersichtlich, dass sich hierin gegen die bis jetzt gebräuchlichen Theodoliten nichts geändert hat, mit Ausnahme der Abänderung des Horizontalkreises und der beiden Mikrometerwerke zur feinen Bewegung desselben; Veränderungen, die durch die Patent-Mikrometer-Vorrichtung verursacht wurden. Es bezeichnet auf der Tafel II Fig. 1 einen Vertikalschnitt des Instrumentes durch die Mitte nach der Richtung der Patent-Mikrometer-Vorrichtung, Fig. 2 Taf. III Vorderansicht desselben, Fig. 3 Taf. IV Oberansicht des Rähmchens für den Mikrometerkreis, Fig. 4 Taf. IV Oberansicht der beiden Mikrometerwerke zur feinen Bewegung des Horizontalkreises etc., Fig. 5 eine vergrösserte Abbildung des Mikrometerkreises, Fig. 6 einen Kreis mit 2 Theilungen und Fig. 7 die Justirschrauben für die Berichtigung der Fernrohr-Vertikalen von unten gesehen. Es bezeichnet ferner in Fig. 1 *A* das Fernrohr von 9" Länge und einer 28maligen Vergrösserung, da die Ocularlinsen achromatisch sind; im anderen Falle muss solches für diese Vergrösserung bedeutend länger sein; ausserdem erhält man bei ersterer Einrichtung mehr Licht und ein grosses Sehfeld; *B* die Cylinderlibelle, geschliffen, um den Theodolit als Nivellir-Instrument gebrauchen zu können; *C* den Höhenkreis, mit Nonius zur Angabe von $\frac{1}{10}$ Minuten; *D* das Mikrometerwerk zum Feinstellen der Cylinderlibelle *B*; *E* kleines Stirnrad zur Bewegung der Ocular-Röhre; *F* die Fernrohrsäule, dieselbe gestattet ein

Durchschlagen des Fernrohrs; *G* die Dosenlibelle mit 3 Justirschrauben; *H* die Vorrichtung zur Aufnahme des in halbe Grade getheilten Limbus, sowie des Glasplanums *H*, *H*₁; *K* den Centralzapfen des Instrumentes; *L* eine innen konische Büchse zur Aufnahme des oberen und unteren Mikrometerwerkes, sowie der beiden Indexe; *P* Klemmring für das untere Mikrometerwerk; *O* die Büchse, welche zur Aufnahme des Centralzapfens, des Armes *M* für die Patent-Mikrometer-Vorrichtung, und zur Verbindung der Dreifussarme dient; zuletzt bezeichnet *N* die Patent-Mikrometer-Vorrichtung zum Ablesen der Minuten und Sekunden.

In Fig. 2 bezeichnen die eingeschriebenen Buchstaben dieselben Theile wie in Fig. 1. *L*, *L*₁ geben den Vertikalschnitt und Seitenansicht, sowie Fig. 8 die Vorderansicht der beiden Indexe an. Ferner bezeichnet in Fig. 4 *L*, *L*₁ die beiden Indexe, *L*₂ das obere und *L*₃ das untere Mikrometerwerk. In Fig. 7 bezeichnet *K* den Centralzapfen und *K*₁, *K*₂, *K*₃, *K*₄, *K*₅, *K*₆ Schraubchen zur Berichtigung der Vertikalen des Fernrohrs; *K*₁, *K*₂, *K*₃ und *K*₆ sind Druckschraubchen, während *K*₄ und *K*₅ Zugschrauben sind.

Beschreibung der Mikrometer-Vorrichtung zum Ablesen der Minuten und Sekunden, sowie des Horizontalkreises.

Dieselbe besteht aus dem Arme *M*, der die eigentliche Mikrometer-Vorrichtung *N* Fig. 1, 2 mit der Centralzapfenbüchse *O* fest verbindet; und dem Fusse *a* zur Aufnahme des Rähmchens *b* für den Mikrometerkreis *c* Fig. 3. Die Gestalt des Armes *M* ist aus dessen Längenschnitt Fig. 1 und der vorderen Ansicht Fig. 2 zu ersehen. Das eine Ende desselben endigt in einen Ring *aa*, der den Umfang der Büchse *O* so umschliesst, dass die Fläche *bb* eine genaue rechtwinklige Lage gegen die vertikale Instrumenten-Achse erhält. Ausserdem ist der Ring *aa* durch Schrauben so fest mit der Büchse *OO* verbunden, dass eine Drehung desselben nicht stattfinden kann. Dem oberen Ende des Ringes *aa* ist durch eine Schraubenverbindung der Klemmring *PP* für das untere Mikrometerwerk aufgesetzt. Der Fuss *a* endigt nach oben in zwei gabelförmigen Enden, die zur Aufnahme der Schraubchen *cc* Fig. 2 dienen. Beide Schraubchen sind an ihren Enden mit konischen Spitzen versehen. Das untere Ende des Fusses *a* endigt in den Schlitten *d* Fig. 1, 2. Mit Hülfe der durchgehenden Schraube *e* lässt sich derselbe vor- und rückwärts schieben. Der ringförmige Ansatz *f* Fig. 1 der Schraube *e*, so wie die denselben genau umschliessende

Hülse g lässt nur eine Drehung der Schraube e zu, und bewirkt also die Entfernung der Vorrichtung N von der vertikalen Axe des Instrumentes zu vergrössern oder zu verkleinern. Eine seitliche Verschiebung des Schlittens dd Fig. 2 wird durch die fest anliegenden Stäbchen hh verhindert; ein jedes derselben ist durch 2 Schraubchen mit der Fläche bb unverrückt verbunden. Auf der Mitte der vorderen Fläche des Fusses a ist der Lupenträger i Fig. 1, 2 und die Schraube k befestigt. Die Gestalt des Lupenträgers i ist aus dessen Vertikalschnitt Fig. 1 und vorderen Ansicht Fig. 2 zu ersehen; die beiden Schrauben ll halten denselben in einer festen Verbindung mit a . Das obere Ende des Lupenträgers i ist bei m mit einer Bohrung zur Aufnahme eines Schraubchens versehen. Wie aus Fig. 1 erhellet, wird die Lupe n durch das Schraubchen m festgehalten, und lässt sich über die mit I, II, III und IV Fig. 2 bezeichneten Nonien des Mikrometerkreises führen; ferner bezeichnet n_1 an der Lupe die Vorrichtung zur Aufnahme der Blendung. Die Gestalt des Rähmchens b Fig. 1 ist aus dessen vorderen und oberen Ansicht Fig. 2, 3 zu ersehen; nach vorne verlängert sich solches in den Hebel b_1 , Fig. 1, 2, 3. Das Rähmchen b , welches um die genau und fest anschliessenden Spitzen der Schrauben cc Fig. 2 eine vertikale Bewegung besitzt, dient zur Aufnahme der Axe b_2 Fig. 1, 2, 3 mit dem Röllchen b_3 und dem Mikrometerkreis c_4 , so wie des Ringes b_4 der innen den Nonienhalter b_5 trägt. Wie aus der Fig. 2, 3 zu ersehen, hat der Hebel b_1 an seinem unteren Ende eine Oeffnung zum Durchgang der Schraube k ; mit Hülfe des Knöpfchens b_6 lässt sich das Rähmchen b auf und nieder bewegen, und somit auch das Röllchen b_3 beliebig in Berührung mit dem Glasplanum H_1 bringen. Zur Vermehrung der Frikation zwischen Glasplanum und Röllchen dient die vom unteren Hebelende verdeckte Spiralfeder b_7 , Fig. 1. Aus Fig. 1, 2 ist die Form und Construction des Röllchens b_3 , der Axe b_2 , so wie die des Mikrometerkreises zu ersehen. Das Röllchen b_3 ist dem einen Axenende fest aufgeschoben; sein vollkommen runder Umfang muss mit der Axe denselben Mittelpunkt haben. Ferner muss die Stellung und der Durchmesser vom Röllchen b_3 der Art sein, dass dessen Umfang 10 mal in der auf dem Glasplanum durch Berührung abgeschnittenen Kreislinie b_8 Fig. 1 enthalten ist. Die Axe b_2 Fig. 1, 3 besitzt um die anschliessenden Spitzen der Schraubchen b_9 b_9 eine sehr leichte Bewegung; beide Bohrungen c_1 c_1 müssen genau mit der Mitte der

Axe b_2 zusammenfallen. Dem anderen Axenende (b_2) ist eine kleine Messingscheibe c_2 Fig. 1 fest aufgeschoben; diese Scheibe dient zur Aufnahme des speichenförmig ausgeschnittenen Mikrometerkreises c ; durch 6 Schrauben c_3 ... Fig. 2 ist c mit c_2 fest verbunden. Der silberne oder versilberte Limbus des Mikrometerkreises ist in 36 gleiche Theile getheilt; ein jeder dieser 36 Theile entspricht einem Grade des Limbus H_1 Fig. 1. Dicht an den Limbusrand von c , ohne jedoch denselben zu berühren, legt sich der Noniusring b_5 Fig. 1, 2 an; mit Hülfe der 4 Druckschrauben c_4 Fig. 2 lässt sich die richtige Stellung des Nonienringes b_5 bewirken. Die Rückseite des Mikrometerkreises ist durch die Scheibe C_5 Fig. 1 verdeckt; hierdurch wird das Einfallen von Lichtstrahlen am Umfange des Mikrometerkreises verhindert; im anderen Falle wird das Ablesen der Nonien sehr erschwert. Wie aus Fig. 1, 2 zu ersehen, befindet sich die Theilung des Horizontalkreises auf einer geneigten Ebene H_2 Fig. 1. Der silberne oder versilberte Limbus ist bei allen Instrumenten durchweg in $\frac{1}{2}$ oder ganze Grade zerlegt; die Theilung desselben ist von gleicher Stärke, und nur in dem Falle ist dieselbe unterbrochen, wenn der Limbus mit einer zweiten Theilung versehen ist, vide Fig. 6. In der Mitte bildet der Limbus eine ringförmige Vertiefung zur Aufnahme der Glasscheibe H_1 Fig. 1, welche aus hartem Glase gefertigt und auf der oberen Fläche plan und höchst feinkornig mattgeschliffen ist. Ausserdem muss die obere Fläche H_1 eine genaue rechtwinklige Lage gegen die vertikale Axe des Instrumentes haben. Durch den festschliessenden Ring c_6 Fig. 1 wird die Glasscheibe in einer unverrückten Lage gehalten. Wird nun durch Aufdrehen des Knöpfchens b_6 Fig. 1 das Röllchen b_3 mit der Glasscheibe in Berührung gebracht, und hierauf die Alhidade in eine Bewegung mit Hülfe des oberen oder unteren Mikrometerwerkes versetzt, so ist die Bewegung des Röllchens 10fach grösser als die der Alhidade; jedoch ist hierbei vorausgesetzt, dass die Stellung des Röllchens durch die Schraube e vorher genau berichtigt worden ist. Da nun ferner der Limbus des Mikrometerkreises in vorliegendem Falle einen Durchmesser von 2 Zoll hat, so entspricht $\frac{1}{36}$ der Theilung, einer Bogenlänge von 0,174 Zoll gleich $\frac{1}{4}$ Grad eines Limbus H_2 von nahe an 20 Zoll Durchmesser, während der von H_2 nur 4'' 9''' beträgt. In Bezug auf die feinere Theilung des Mikrometerkreises sei bemerkt, dass je $\frac{1}{36}$ in 20 gleiche Theile gleich 3 Minuten des Limbus H_2 Fig. 1 und 5 zerlegt ist. Von den 4 Nonien

umspannt jeder einen Bogen von 51 Minuten; deren Theilungen geben also die Winkel bis auf 10 Sekunden an.

Beschreibung der Indexe L_1 , L_2 , sowie der beiden Mikrometerwerke L_2 und L_3 . Fig. 4.

Wie aus Fig. 4 zu ersehen, sind die beiden Mikrometerwerke L_2 und L_3 gerade so, wie bei sonstigen Theodoliten eingerichtet; L_2 dient zur Bewegung der Alhidade, während sich mit Hülfe von L_3 , nach vorhergegangener Lösung der Klemmschraube von L_2 die beiden Indexe L_1 , L_2 feinstellen lassen. In Fig. 1 bezeichnet d_1 den Klemmring für das obere Mikrometerwerk L_2 . Die drei Arme d_2 , d_3 und d_4 sind durch die innen konisch ausgeschliffene Büchse L mit einander verbunden. Von oben wird L Fig. 1 durch den Ring d_5 festgehalten. Die Construction der Arme d_2 und d_3 ist aus Fig. 2 zu ersehen; an ihren Enden tragen solche die beiden prismatischen Indexstückchen L_1 , L_2 , Fig. 4, 2, 8; die oberen Flächen derselben sind entweder versilbert oder mit Silber belegt. Wie aus Fig. 2, 4, 8 zu ersehen, können beide Indexe durch die Schraubchen d_6 , d_7 etwas seitlich verschoben werden, deren Spitzen auch solche tragen. Eine vertikale Bewegung von L_1 , L_2 wird durch d_8 bewirkt, indem die Spiralfeder d_9 einen Gegendruck ausübt. Auf der oberen Fläche der Indexstückchen sind radial zur Theilung von H_1 , H_2 drei Striche eingerissen, die genau einen Bogen von einem Grade des Horizontalkreises umspannen. Es sei ferner bemerkt, dass die untere Mikrometerschraube ziemlich fest geklemmt sein muss, während die obere eine leichte Bewegung haben kann.

Beschreibung des Kreises mit 2 Theilungen. Fig. 6.

Ausser der Theilung zu halben Graden, wird auch nebenbei eine Theilung von 10 zu 10 Graden angewandt. Wie aus *a* Fig. 6 zu ersehen, sind die Unterabtheilungen des Horizontalkreises z. B. zwischen 10° und 20° gleich stark ausgezogen, jedoch nur so fein, dass dieselben mit einer Lupe gut beobachtet werden können. Diese Theilung wird bei Winkelmessungen angewandt, wo es sich nicht um die allgeräuesten Angaben handelt. Sollen indessen die Winkel mit grösster Zuverlässigkeit bestimmt werden, so bedient man sich des Index b und der Theilung von 10 zu 10 Graden. Die Theilung des Index b , sowie die des Limbus ist in ihrer Stärke bis auf den Kreisring $c c c c \dots$ unterbrochen, welcher