

Horst-W. Grollius

Aufgaben der Thermodynamik für den Maschinenbau



HANSER

Grollius

Aufgaben der Thermodynamik für den Maschinenbau



Bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

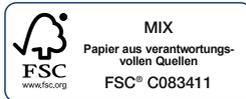
Horst-W. Grollius

Aufgaben der Thermodynamik für den Maschinenbau

HANSER

Der Autor:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Horst-W. Grollius
Bergische Universität Wuppertal



Alle in diesem Buch enthaltenen Informationen wurden nach bestem Wissen zusammengestellt und mit Sorgfalt geprüft und getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Buch enthaltenen Informationen mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor(en, Herausgeber) und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Weise aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht.

Ebenso wenig übernehmen Autor(en, Herausgeber) und Verlag die Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) – auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2022 Carl Hanser Verlag München

Internet: www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Dipl.-Ing. Natalia Silakova-Herzberg

Herstellung: Frauke Schafft

Covergestaltung: Max Kostopoulos

Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Titelbild: © gettyimages.de/Nicolas Balcazar / EyeEm

Satz: Eberl & Koesel Studio, Altusried-Krugzell

Druck und Bindung: CPI books GmbH, Leck

Printed in Germany

Print-ISBN 978-3-446-47030-9

E-Book-ISBN 978-3-446-47556-4

Vorwort

Studentinnen und Studenten des Maschinenbaus an Hoch- und Fachhochschulen kommen nicht umhin, in dem Grundlagenfach *Thermodynamik* eine Prüfung abzulegen.

Das vorliegende Buch bietet eine Vielzahl von Aufgaben zwecks Vertiefung des Stoffes an. Es soll helfen, die „Angst“ vor dem Fach Thermodynamik zu nehmen, um die Klausur zum Erfolg werden zu lassen. Zunächst wird die Aufgabe vorgestellt, danach wird erläutert, was gesucht ist.

Bei der darauf folgenden Lösung wird auf die Darstellung einer klaren und leicht nachvollziehbaren Abfolge der einzelnen Schritte Wert gelegt. Die bei der Vorstellung der Aufgabe nicht gegebenen, aber zur Lösung der Aufgabe unbedingt erforderlichen Größen, werden an geeigneter Stelle in Fettschrift hervorgehoben.

Grundsätzlich ist zu sagen, dass in den Ingenieurwissenschaften die phänomenologische Thermodynamik zur Anwendung gelangt, als deren Begründer S. CARNOT (1796 – 1832) gilt. Diese Art der Thermodynamik orientiert sich an den in der Natur auftretenden äußeren Erscheinungen (Phänomenen) und beschreibt die Sachverhalte von makroskopischen Zustands- und Prozessgrößen wie z. B. Temperatur, Druck, Volumen, Arbeit und Wärme. Die Stoffe werden als Kontinuum behandelt und nicht als Ansammlung von Atomen/Molekülen.

Im Gegensatz dazu geht die statistische Thermodynamik von den Atomen/Molekülen der Stoffe aus (mikroskopische Betrachtung) und wendet wegen der großen Anzahl von Teilchen statistische Methoden zu deren Beschreibung an.

Die hier vorgestellten Aufgaben hat der Verfasser aus den ihm zur Verfügung stehenden Unterlagen aufbereitet, die er während seines Studiums an der RWTH-Aachen zur Vorbereitung auf die Thermodynamik-Klausur benutzt hat. Die Lösungswege und begleitenden Abbildungen sind vom Autor entsprechend der didaktischen Anforderungen neu erstellt worden.

Der Verfasser dankt Frau *Natalia Silakova* vom Carl Hanser Verlag, München, für die vielen nützlichen Hinweise zu Gestaltung des Buches und die jederzeit gute Zusammenarbeit.

Weiterhin ist zu danken der Firma TECHNOBOX (Bochum), deren Software zur Erstellung der Bilder gedient hat.

Juli 2022, *Horst-W. Grollius*

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Aufgabe 1	1
1. Hauptsatz für geschlossenes System, Temperatur eines Härtebades	
Aufgabe 2	3
1. Hauptsatz für offenes System, Massenstrom einer Wasserbremse	
Aufgabe 3	5
1. Hauptsatz für offenes System, Kondensator eines Kraftwerks, Wasser-Massenstrom	
Aufgabe 4	7
1. Hauptsatz für offenes System, Pumpspeicherwerk, Druck und Geschwindigkeit an unterschiedlichen Stellen der Anlage, Pumpen- und Turbinenleistung, Festlegung von Bilanzhüllen	
Aufgabe 5	15
Schaufelradprozess, Schmelzwärme, verrichtete Arbeit, unterschiedliche Bilanzhüllen	
Aufgabe 6	18
1. Hauptsatz für offenes System, geöffnete Tür eines Kühlschranks, Zeit für die Verdoppelung der inneren Energie	
Aufgabe 7	20
1. Hauptsatz für geschlossenes System, Volumenänderung beim Rührprozess, zugeführte Arbeit	
Aufgabe 8	22
1. Hauptsatz für geschlossenes System, Änderung der Energie des Zylinderinhaltes bei unterschiedlicher Lage der Bilanzhülle	

Aufgabe 9	25
1. Hauptsatz für offenes System, Kalorimeter, Änderung der Enthalpie des Gasgemisches	
Aufgabe 10	28
Metallblock, isobarer Ausdehnungskoeffizient, isothermer Kompressibilitätskoeffizient, Druck und Temperatur	
Aufgabe 11	30
Druckbehälter, Befüllung von Flaschen	
Aufgabe 12	32
Gasometer, Auslegungsdruck des Verdichters, Massenstromverhältnis, Gegenkraft bei vorgeschriebenem Innendruck	
Aufgabe 13	36
1. Hauptsatz für geschlossenes System, Kammertemperaturen eines Zylinders	
Aufgabe 14	39
1. Hauptsatz für stationären Fließprozess, Kaltluftanlage, zu- und abgeführte Wärmen, höchste und niedrigste Temperatur	
Aufgabe 15	42
1. Hauptsatz für geschlossenes System, Zylinder mit zwei Kammern, Temperatur in den Kammern	
Aufgabe 16	46
1. Hauptsatz für stationären Fließprozess, gekühlter Verdichter, Leistung des Verdichters	
Aufgabe 17	49
Experiment zur Ermittlung des Isentropenexponenten	
Aufgabe 18	52
Energiebilanz an einem Druckbehälter, Temperatur nach dem Auffüllen, Druck nach anschließender Abkühlung, Zeitdauer für den Auffüllvorgang	
Aufgabe 19	57
1. Hauptsatz für stationären Fließprozess, Drücke und Temperaturen an den Zustandspunkten, verrichtete spezifische Arbeit des Kreisprozesses	
Aufgabe 20	61
Philips-Kältemaschine, abgeführte Wärmen, zu- und geführte Arbeit, Leistungsziffer	

Aufgabe 21	66
1. Hauptsatz für stationären Fließprozess, geschlossene Gasturbinenanlage	
Aufgabe 22	70
1. Hauptsatz für stationären Fließprozess, geschlossene Gasturbinenanlage mit Mantel- und Zwischenkühlung	
Aufgabe 23	77
1. Hauptsatz für stationären Fließprozess, geschlossene Gasturbinenanlage mit Vorwärmung	
Aufgabe 24	81
Entropieänderung eines Kupferblocks	
Aufgabe 25	86
Joulescher-Versuch, Rührwerk	
Aufgabe 26	89
Entropieänderung bei Drosselung	
Aufgabe 27	92
Entropieerzeugung beim Ausgleichsprozess	
Aufgabe 28	96
Kreisprozess mit Isentropen, Isobaren und Isochoren	
Aufgabe 29	107
Entropieänderung und Entropieerzeugung bei einer Turbine, Turbinenleistung	
Aufgabe 30	110
Mit Luft betriebener Kreisprozess, Isentropen und Isothermen	
Aufgabe 31	117
Kälteanlage, isotherme Verdichtung, polytrope Expansion, isobare Wärmezufuhr	
Aufgabe 32	129
Von Nassdampf durchströmter Kessel, Dampfgehalt, Entropiezunahme, Entropieerzeugung	
Aufgabe 33	133
Geschlossener Behälter, Dampfgehalt, kritischer Zustand, abzuführende Wärmemenge	

Aufgabe 34	137
Beheiztes Ventil, Zustandsänderungen, Entropieerzeugung, Exergieverlust	
Aufgabe 35	143
Reversibler rechtsläufiger CARNOT-Prozess, Isentrope und Isotherme	
Aufgabe 36	147
Behälter mit Wasser und Eis, Volumenänderungsarbeit, Exergieverlust	
Aufgabe 37	152
Adiabate Mischkammer, Partialdrücke, Entropieproduktion	
Aufgabe 38	161
Instationärer Prozess, Temperatur des Gemisches, Partialdrücke, Gesamtdruck, Exergieverlust	
Aufgabe 39	169
Wärmedichter Behälter, Temperatur und Molmasse des Gemisches, Entropieproduktion, Partialdrücke und Gesamtdruck	
Aufgabe 40	176
Mollier-Diagramm, Wassergehalte	
Aufgabe 41	180
Zylinder mit gesättigter Luft, Masse des Wassers und der trockenen Luft, aufzubringende Arbeit	
Aufgabe 42	186
Klimatisierte Halle, Wassergehalte, Mollier-Diagramm, relative Luftfeuchtigkeit	
Aufgabe 43	199
Adiabater Strömungskanal, relative Luftfeuchtigkeit, Enthalpien der feuchten Luft	
Aufgabe 44	204
Beheizung eines Winderhitzers eines Hüttenwerks mit Gichtgas, Molenströme, Abgaszusammensetzung	
Aufgabe 45	210
Vollkommene Verbrennung von Kohlenmonoxid, Verbrennungstemperatur	
Aufgabe 46	216
Verbrennung von Kohlenmonoxid mit Luftüberschuss, Oxidationsverhältnis, Abgaszusammensetzung, Exergieverlust	

Aufgabe 47	227
Dampfstrahlpumpe, Massenströme	
Aufgabe 48	234
Adiabater Verdichter einer Wärmepumpe, Reibleistung des Verdichters, Exergieverlust	
Aufgabe 49	238
Lavaldüse, erster Hauptsatz, Austrittsgeschwindigkeit, spezifischer Exergieverlust	
Aufgabe 50	242
Lavaldüse, erster Hauptsatz, Zustandsgrößen im Lavalquerschnitt, Schallgeschwindigkeit im Lavalquerschnitt	

Formelzeichen

Während der Durcharbeitung der Aufgaben werden die hier nicht aufgeführten Formelzeichen verständlich.

Lateinische Formelzeichen

A	Fläche
c	Geschwindigkeit
c_W	spezifische Wärmekapazität von Wasser
c_{WD}	spezifische Wärmekapazität von Wasserdampf
c_{Stahl}	spezifische Wärmekapazität von Stahl
c_p	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
c_v	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
c_{mp}	molare spez. Wärmekapazität bei konstantem Druck
c_{mv}	molare spez. Wärmekapazität bei konstantem Volumen
d	Durchmesser
E	Energie
e_v	spezifischer Exergieverlust
E_v	Exergieverlust
\dot{E}_v	Exergieverluststrom
F	Kraft
g	Erdbeschleunigung
h	spezifische Enthalpie
H	Enthalpie
\dot{H}	Enthalpiestrom
g	Erdbeschleunigung
j	spezifische Dissipation

J	Dissipation
\bar{k}	mittlerer Isentropenexponent
m	Masse
\dot{m}	Massenstrom
\dot{m}_W	Wasser-Massenstrom von Wasser
M	Molekulargewicht
n	Drehzahl
\dot{n}	Molenstrom
\bar{n}	mittlerer Polytropenexponent
N	Anzahl
p	Druck, Partialdruck
p_0	Normdruck (= p_N)
p_i	Partialdruck der Komponente
P	Leistung
P_{el}	elektrische Leistung
q	spezifische Wärmeenergie, spezifische Wärme,
Q	Wärmeenergie, Wärme
\dot{Q}	Wärmestrom
R	Gaskonstante
R_m	allgemeine Gaskonstante
r	Verdampfungswärme
r_S	Schmelzwärme
s	spezifische Entropie
S	Entropie
\dot{S}	Entropiestrom
t	Zeit, Temperatur
T	Temperatur
u	spezifische innere Energie
U	innere Energie, elektrische Spannung
v	spezifisches Volumen
v_E	spezifisches Volumen von Eis
v_W	spezifisches Volumen von Wasser
V	Volumen

\dot{V}	Volumenstrom
\dot{V}_W	Volumenstrom von Wasser
W_t	spezifische technische Arbeit
w_V	spezifische Volumenänderungsarbeit
W	Arbeit
W_a	äußere Arbeit (Bewegung und Lage)
W_t	technische Arbeit
W_V	Volumenänderungsarbeit
x	Dampfgehalt
X	Wassergehalt der feuchten Luft
X_S	Wassergehalt der feuchten Luft bei Sättigung
z	geodätische Höhe

Griechische Formelzeichen

α	isobarer Ausdehnungskoeffizient
γ	isothermer Kompressibilitätskoeffizient
ε	Leistungsziffer-Kälteprozess
η	Wirkungsgrad
$\bar{\kappa}$	Isentropenexponent
λ	Oxidationsverhältnis
ρ	Dichte
τ	Zeit
φ	relative Luftfeuchtigkeit
Ψ_i	Molanteil
χ	Verbrennungsgasverhältnis
ξ	Massenanteil
ξ_m	molarer Massenanteil
ω	Winkelgeschwindigkeit
ν	Polytropenverhältnis

Aufgabe 1

1. Hauptsatz für geschlossenes System, Temperatur eines Härtebades

Vorstellung:

In einem Härtebad, das adiabatisch zu betrachten ist, werden 200 kg Stahl mit einer Temperatur von 1173 K in 1000 kg Wasser mit einer Temperatur von 288 K abgeschreckt (Bild 1.1).

Gesucht:

Temperatur T_m des Härtebades, wenn dieses das thermische Gleichgewicht (Zustand 2) erreicht hat.

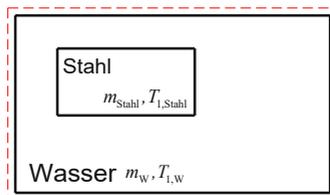
Lösung:

1. Hauptsatz für geschlossenes System (Bild 1.1):

$$Q_{12} + W_{12} = U_2 - U_1 \quad Q_{12} = 0 \quad W_{12} = 0$$

$$U_2 = U_1$$

Zustand 1



$$\begin{aligned} m_{\text{Stahl}} &= 200 \text{ kg} \\ m_w &= 1000 \text{ kg} \\ T_{1,\text{Stahl}} &= 1173 \text{ K} \\ T_{1,w} &= 288 \text{ K} \end{aligned}$$

Zustand 2

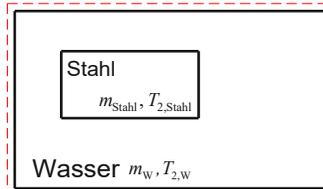


Bild 1.1 System mit Bilanzhülle – Zustände 1 und 2

Die innere Energie des gesamten Systems im Zustand 1 ergibt sich additiv aus der inneren Energie der Stahls und der des Wassers bei den Temperaturen $T_{1,\text{Stahl}}$ und $T_{1,\text{W}}$:

$$U_1 = U_{1,\text{Stahl}} + U_{1,\text{W}} = m_{1,\text{Stahl}} \cdot u_{1,\text{Stahl}} + m_{1,\text{W}} \cdot u_{1,\text{W}}$$

$$U_1 = m_{\text{Stahl}} \cdot c_{\text{Stahl}} \cdot T_{1,\text{Stahl}} + m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}} \cdot T_{1,\text{W}}$$

Die innere Energie des gesamten Systems im Zustand 2 ergibt sich additiv aus der inneren Energie der Stahls und der des Wassers bei der Temperatur $T_{\text{m}} = T_{2,\text{Stahl}} = T_{2,\text{W}}$:

$$U_2 = U_{2,\text{Stahl}} + U_{2,\text{W}} = m_{\text{Stahl}} \cdot u_{2,\text{Stahl}} + m_{\text{W}} \cdot u_{2,\text{W}}$$

$$U_2 = m_{\text{Stahl}} \cdot c_{\text{Stahl}} \cdot T_{2,\text{Stahl}} + m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}} \cdot T_{2,\text{W}}$$

$$U_2 = U_1 \quad T_{\text{m}} = T_{2,\text{Stahl}} = T_{2,\text{W}}$$

$$m_{\text{Stahl}} \cdot c_{\text{Stahl}} \cdot T_{\text{m}} + m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}} \cdot T_{\text{m}} = m_{\text{Stahl}} \cdot c_{\text{Stahl}} \cdot T_{1,\text{Stahl}} + m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}} \cdot T_{1,\text{W}}$$

$$T_{\text{m}} (m_{\text{Stahl}} \cdot c_{\text{Stahl}} + m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}}) = m_{\text{Stahl}} \cdot c_{\text{Stahl}} \cdot T_{1,\text{Stahl}} + m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}} \cdot T_{1,\text{W}}$$

$$T_{\text{m}} = \frac{m_{\text{Stahl}} \cdot c_{\text{Stahl}} \cdot T_{1,\text{Stahl}} + m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}} \cdot T_{1,\text{W}}}{m_{\text{Stahl}} \cdot c_{\text{Stahl}} + m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}}}$$

$$c_{\text{W}} = 4,18 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$c_{\text{Stahl}} = 0,46 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$T_{\text{m}} = \frac{200 \text{ kg} \cdot 0,46 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 1173 \text{ K} + 1000 \text{ kg} \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 288 \text{ K}}{200 \text{ kg} \cdot 0,46 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 1000 \text{ kg} \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = \frac{1311756}{4,272} \text{ K}$$

$$T_{\text{m}} = 307 \text{ K}$$

Aufgabe 2

1. Hauptsatz für offenes System, Massenstrom einer Wasserbremse

Vorstellung:

Ein Verbrennungsmotor wird mit einer Wasserbremse (adiabat) in einem stationären Betriebszustand gehalten, bei dem er eine Leistung von $3500 \cdot 10^3 \text{ kJ/h}$ hat. Die vom Motor abgegebene Leistung erhöht in der Bremse durch Reibleistung die innere Energie des Wassers (Bild 2.1).

Die äußeren Energien sind zu vernachlässigen.

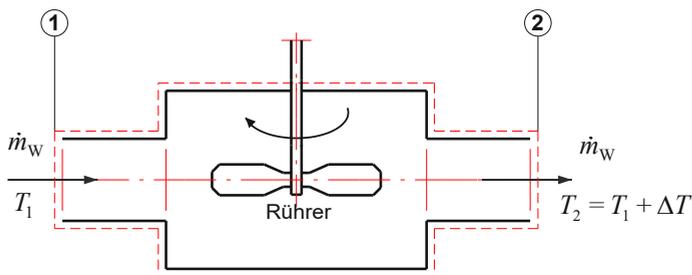


Bild 2.1 Wasserbremse mit Bilanzhülle

Gesucht:

Wassermassenstrom \dot{m}_W , wenn am Austritt aus der Bremse die Temperaturänderung $\Delta T = 35 \text{ K}$ beträgt.

Lösung:

1. Hauptsatz für offenes System:

$$\dot{Q}_{12} + P_{12} = \dot{m}_W \left[h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] \quad \dot{Q}_{12} = 0$$

$$P_{12} = \dot{m}_W (h_2 - h_1) \quad c_1 = c_2 \quad z_1 = z_2$$

$$P_{12} = \dot{m}_W (u_2 + p_2 \cdot v_2 - u_1 - p_1 \cdot v_1) \quad p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2 \quad \rho_W = \text{konst.}$$

$$P_{12} = \dot{m}_W (u_2 - u_1) = \dot{m}_W \int_1^2 c_W(T) dT$$

$$\int_1^2 c_W(T) dT = c_{W,m} (T_2 - T_1)$$

Da die spezifische Wärme von Wasser nur geringfügig von der Temperatur abhängt, kann mit dem Mittelwert $c_{W,m}$ gerechnet werden.

$$P_{12} = \dot{m}_W \cdot c_{W,m} (T_2 - T_1) = \dot{m}_W \cdot c_{W,m} \cdot \Delta T$$

$$c_{W,m} = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\dot{m}_W = \frac{P_{12}}{c_{W,m} \cdot \Delta T} = \frac{3500 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}}{4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} 35 \text{K}} = \frac{3500 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{3,6 \cdot 10^3 \text{s}}}{4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} 35 \text{K}}$$

$$\dot{m}_W = 6,645 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Aufgabe 3

1. Hauptsatz für offenes System, Kondensator eines Kraftwerks, Wasser-Massenstrom

Vorstellung:

Im Kondensator eines Kraftwerkes muss dem zu kondensierenden Dampf ein Wärmestrom von $273 \cdot 10^6$ kJ/h entzogen werden. Als Kühlstrom steht das Wasser eines Flusses zur Verfügung (Bild 3.1).

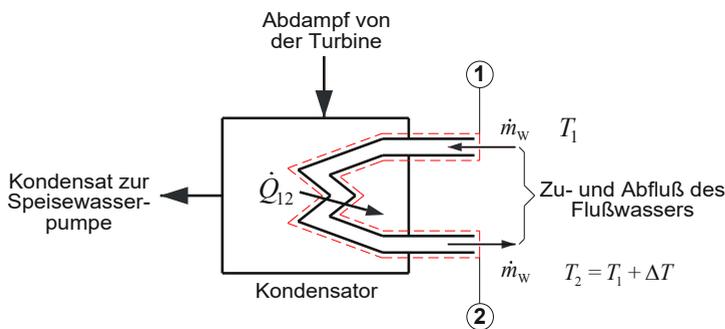


Bild 3.1 System mit Bilanzhülle

Gesucht:

Wie groß ist der Wasser-Massenstrom \dot{m}_w , der dem Fluss entnommen werden muss, wenn eine Temperaturerhöhung von $\Delta T = 20\text{K}$ zugelassen wird.

Lösung:

1. Hauptsatz für offenes System:

$$\dot{Q}_{12} + P_{12} = \dot{m}_w \left[h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] \quad P_{12} = 0$$

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_w \left[h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] \quad c_1 = c_2 \quad z_1 = z_2$$

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_w (h_2 - h_1)$$

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_W (u_2 + p_2 \cdot v_2 - u_1 - p_1 \cdot v_1) \quad p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2$$

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_W (u_2 - u_1) = \dot{m}_{W,\text{Kond.}} \int_1^2 c_W(T) dT$$

$$\int_1^2 c_W(T) dT = c_{W,m} (T_2 - T_1)$$

Da die spezifische Wärme von Wasser nur geringfügig von der Temperatur abhängt, kann mit dem Mittelwert $c_{W,m}$ gerechnet werden.

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_W \cdot c_{W,m} (T_2 - T_1)$$

$$c_{W,m} = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\dot{m}_W = \frac{\dot{Q}_{12}}{c_{W,m} (T_2 - T_1)} = \frac{\dot{Q}_{12}}{c_{W,m} \cdot \Delta T} = \frac{273 \cdot 10^6 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}}{4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} 20 \text{K}} = \frac{273 \cdot 10^6 \frac{\text{kJ}}{3,6 \cdot 10^3 \text{s}}}{4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} 20 \text{K}}$$

$$\dot{m}_W = 907,1 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 907,1 \frac{10^{-3} \text{t}}{\frac{1}{3,6 \cdot 10^3} \text{h}} = 907,1 \frac{10^{-3} \text{t} \cdot 3,6 \cdot 10^3}{\text{h}}$$

$$\dot{m}_W = 907,1 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 907,1 \frac{10^{-3} \text{t}}{\frac{1}{3,6 \cdot 10^3} \text{h}} = 907,1 \frac{10^{-3} \text{t} \cdot 3,6 \cdot 10^3}{\text{h}}$$

$$\dot{m}_W = 3265,6 \frac{\text{t}}{\text{h}}$$

Aufgabe 4

1. Hauptsatz für offenes System, Pumpspeicherwerk, Druck und Geschwindigkeit an unterschiedlichen Stellen der Anlage, Pumpen- und Turbinenleistung, Festlegung von Bilanzhüllen

Vorstellung:

In einem Pumpspeicherwerk besteht ein Maschinensatz aus einer Pumpe, einer Turbine und einer elektrischen Maschine. Während der Nacht arbeitet die elektrische Maschine als Motor und treibt die Pumpe an, die Wasser aus einem Fluss in ein Speicherbecken pumpt, dessen Wasserspiegel 280 m über dem Fluss liegt.

Tagsüber wird mit dem Wasser des Speicherbeckens die Turbine angetrieben. Diese treibt die elektrische Maschine an, die nun als Generator arbeitet und elektrische Energie in das Netz einspeist (Bild 4.1).

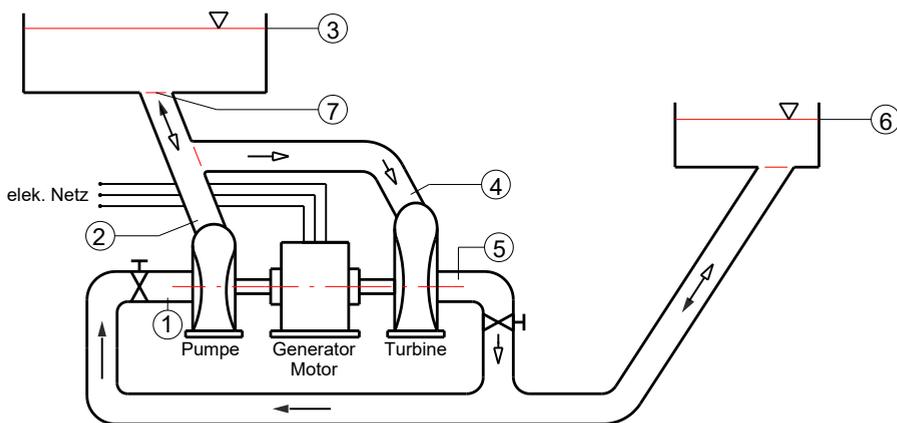


Bild 4.1 Pumpspeicherwerk mit Maschinensatz

Die Strömung durch Pumpe und Turbine sowie alle Wasserleitungen sollen als reibungsfrei betrachtet werden. Das Wasser kann als inkompressible Flüssigkeit behandelt werden. Die elektrische Maschine soll elektrische Energie vollständig in mechanische Energie umwandeln.

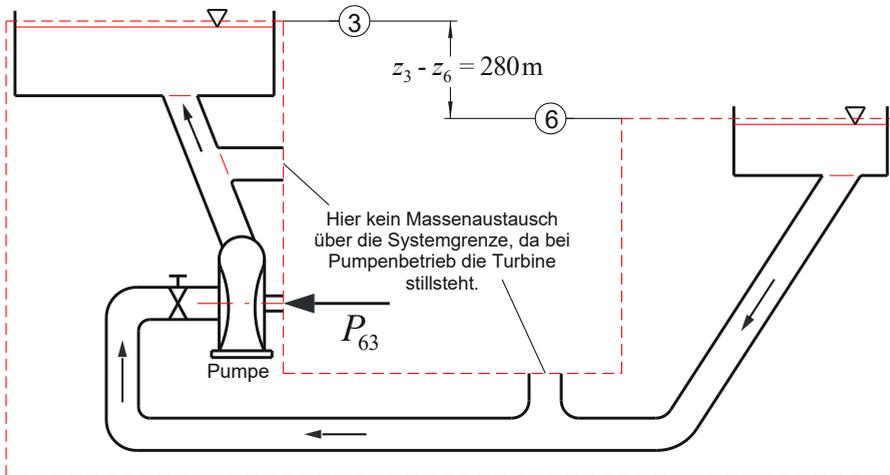
Der Umgebungsdruck beträgt $p_u = 1$ bar.

Gesucht:

1. Pumpenleistung P_{63}
2. Geschwindigkeit am Eintritt der Pumpe c_1
3. Druck am Austritt der Pumpe p_2
4. Geschwindigkeit c_7 und Druck p_7 an der Mündung des Druckstollens in das Speicherbecken
5. Massenstrom durch die Turbine \dot{m}_T
6. Turbinenleistung P_{45}

Lösung:

1. Pumpenleistung P_{63}

**Bild 4.2** Bilanzhülle zur Berechnung der Pumpenleistung

1. Hauptsatz für offenes System (Bild 4.2):

$$\dot{Q}_{63} + P_{63} = \dot{m}_p \left[h_3 - h_6 + \frac{1}{2} (c_3^2 - c_6^2) + g(z_3 - z_6) \right] \quad \dot{Q}_{63} = 0$$

$$P_{63} = \dot{V}_p \cdot \rho_w \left[h_3 - h_6 + \frac{1}{2} (c_3^2 - c_6^2) + g(z_3 - z_6) \right]$$

$$P_{63} = \dot{V}_p \cdot \rho_w \left[u_3 + p_3 \cdot v_3 - u_6 - p_6 \cdot v_6 + \frac{1}{2} (c_3^2 - c_6^2) + g(z_3 - z_6) \right]$$

$$u_3 = u_6 \quad T_3 = T_6, \text{ reibungsfrei}$$

$$p_3 = p_6 = p_u \quad v_3 = v_6, \text{ inkompressibel} \quad c_3 = 0 \quad c_6 = 0$$

$$P_{63} = \dot{V}_p \cdot \rho_w \cdot g (z_3 - z_6) \quad z_3 - z_6 = 280 \text{ m}$$

$$\dot{V}_p = 21,1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\rho_w = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_{63} = 21,1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 280 \text{ m} = 21,1 \cdot 1000 \cdot 9,81 \cdot 280 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}$$

$$P_{63} = 58000 \cdot 10^3 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 58000 \text{ kW} = 58 \text{ MW}$$

2. Geschwindigkeit am Eintritt der Pumpe c_1

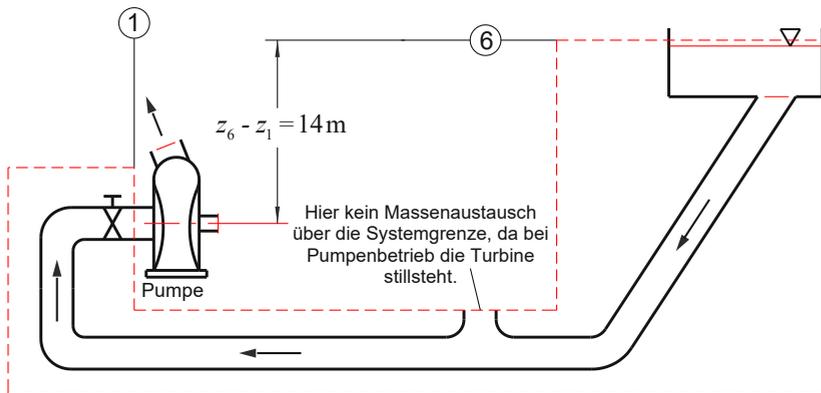


Bild 4.3 Bilanzhülle zur Berechnung der Geschwindigkeit am Eintritt der Pumpe

1. Hauptsatz für offenes System (Bild 4.3):

$$\dot{Q}_{61} + P_{61} = \dot{m}_p \left[h_1 - h_6 + \frac{1}{2} (c_1^2 - c_6^2) + g (z_1 - z_6) \right] \quad \dot{Q}_{61} + P_{61} = 0$$

$$0 = h_1 - h_6 + \frac{1}{2} (c_1^2 - c_6^2) + g (z_1 - z_6)$$

$$0 = \left[u_1 + p_1 \cdot v_1 - u_6 - p_6 \cdot v_6 + \frac{1}{2} (c_1^2 - c_6^2) + g (z_1 - z_6) \right]$$