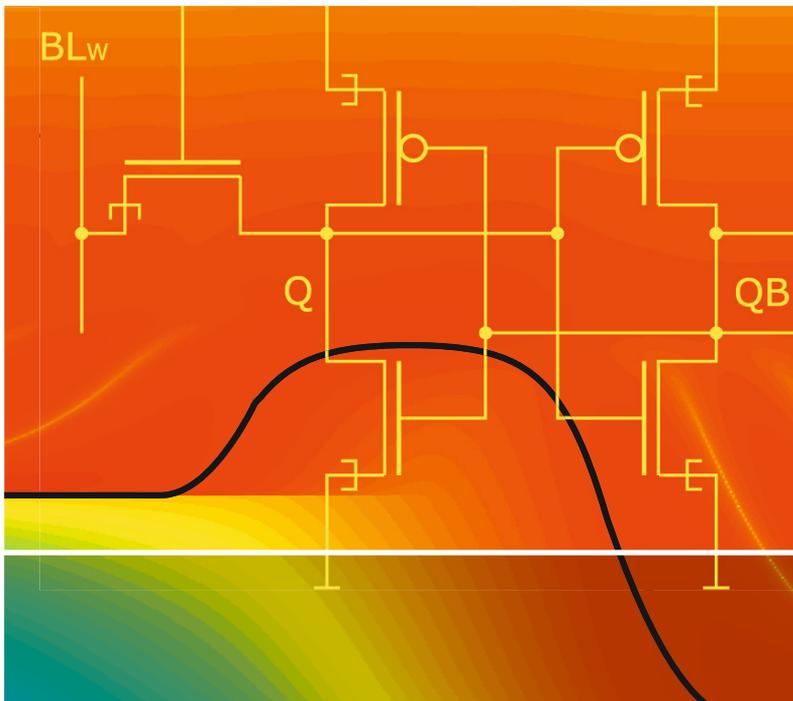


Alexander Klös

# Nanoelektronik

Bauelemente der Zukunft



HANSER



**Blieben Sie auf dem Laufenden!**

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

**[www.hanser-fachbuch.de/newsletter](http://www.hanser-fachbuch.de/newsletter)**



Alexander Klös

# Nanoelektronik

Bauelemente der Zukunft

Mit 151 Bildern, 5 Tabellen, 25 Aufgaben und Lösungen



**Fachbuchverlag Leipzig**  
im Carl Hanser Verlag

Prof. Dr.-Ing. Alexander Klös  
Technische Hochschule Mittelhessen



Alle in diesem Buch enthaltenen Programme, Verfahren und elektronischen Schaltungen wurden nach bestem Wissen erstellt und mit Sorgfalt getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund ist das im vorliegenden Buch enthaltene Programm-Material mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Art aus der Benutzung dieses Programm-Materials oder Teilen davon entsteht.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN: 978-3-446-45159-9

E-Book-ISBN: 978-3-446-45696-9

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 URG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2018 Carl Hanser Verlag München

Internet: <http://www.hanser-fachbuch.de>

Lektorat: Manuel Leppert, M.A.

Herstellung: Dipl.-Ing. (FH) Franziska Kaufmann

Coverconcept: Marc Müller-Bremer, [www.rebranding.de](http://www.rebranding.de), München

Coverrealisierung: Stephan Rönigk

Druck und Bindung: Pustet, Regensburg

Printed in Germany

# Vorwort

Die Anforderungen an das Fachgebiet der Mikroelektronik in der Lehre haben sich in den letzten Jahrzehnten stark verändert. Bis in das Jahr 2000 reichte für eine Vermittlung von Inhalten, welche nicht nur die Systemebene, sondern auch die Funktionsweise der integrierten Bauelemente betrachten, häufig eine semiklassische Beschreibung aus. Die stetige Verkleinerung der Strukturgrößen bis in den Bereich weniger Nanometer macht inzwischen eine tiefer gehende Betrachtung notwendig, welche Quanteneffekte wie beispielsweise den Tunneleffekt mit einbeziehen muss. Das Fachgebiet der *Nanoelektronik* ist entstanden. Die Lehre auf diesem Gebiet steht vor der Herausforderung, sowohl die physikalischen Grundlagen zum Verständnis dieser Effekte als auch das Klemmenverhalten von Bauelementen für eine Betrachtung im Schaltungsverbund zu vermitteln. Für Bachelor- und Masterstudierende der Elektrotechnik bleibt im Studium wenig Zeit, sich in die Grundlagen der Halbleiterphysik einzuarbeiten. Studierende der Physik decken diesen Teil zwar mit großer Tiefe ab, erreichen aber oft nicht eine Sichtweise in Bezug auf das Bauelement in einem Netzwerk.

Hier soll das vorliegende Buch einen Beitrag liefern. Es ist auf Grundlage von Vorlesungen entstanden, welche ich seit vielen Jahren auf den Gebieten der *Nanoelektronik* und *Festkörperelektronik* für Studierende der Elektrotechnik in Bachelor- und Masterstudiengängen an der Technischen Hochschule Mittelhessen halte. Bei der Konzeption des Buchs stand im Vordergrund, dass es als alleinige Grundlage für eine Vorlesung auf dem Gebiet mikroelektronischer oder nanoelektronischer Bauelemente geeignet ist.

Die Erläuterungen einer Vielzahl physikalischer Effekte in Halbleitern verlangen keine Vorkenntnisse, welche über die Grundlagen der Elektrotechnik hinausgehen. Das Buch enthält eine Einführung in die Grundlagen der Halbleiterphysik und -technologie bis zu einer Tiefe, wie sie zum Verständnis für den Einfluss von Quanteneffekten auf das Klemmenverhalten der Bauelemente notwendig ist. Dies erlaubt auch Bachelorstudierenden, einen Einblick in die besondere Funktionsweise von Schaltelementen der Nanoelektronik zu erhalten. Für Studierende von Masterstudiengängen sind detaillierte Ableitungen quantenmechanischer Grundlagen und der Kennliniengleichungen von Bauelementen enthalten.

Zur Unterstützung des Lernerfolgs schließen die meisten Kapitel mit Wiederholungsfragen, welche die erläuterten Zusammenhänge ohne notwendige Berechnungen abfragen. Übungsaufgaben mit Musterlösungen dienen der weiteren Vertiefung des Lernstoffs.

In Ergänzung zu den Rechenbeispielen wird in einigen Kapiteln auf die Simulationsplattform [nanohub.org](http://nanohub.org) der Purdue University (USA) verwiesen. Hier stehen (nach kostenloser Registrierung) eine Vielzahl von Online-Simulationstools für das Gebiet der Nanoelektronik zur Verfügung, welche das Verständnis der Inhalte zusätzlich unterstützen.

Das Buch umfasst mit den Kapiteln 2, 3, 4 und 5 eine für Elektrotechnikstudierende geeignete Einführung in die Grundlagen der Halbleiterphysik, welche die in Bauelementen der Nanoelektronik in Erscheinung tretenden besonderen Effekte enthält. Kapitel 6 gibt einen kurzen Überblick über die Grundlagen der Halbleitertechnologie, wie er zum Verständnis der im Buch vorgestellten Bauelementstrukturen notwendig ist. Studierende der Physik können von

der Beschreibung der Funktionsweise einer Vielzahl klassischer Bauelemente der Mikroelektronik in Kapitel 7, ausgehend von den zugrunde liegenden physikalischen Effekten bis hin zu ihrem Klemmenverhalten, profitieren. Kapitel 8 gibt eine Einführung die wichtige CMOS-Schaltungstechnik und Speichertechnologien.

Kapitel 9 führt nach Darstellung der technologischen Entwicklung der klassischen CMOS-Technologie in die heutige Großintegration ein und erläutert ihre Grenzen. Dabei steht das elektrische Verhalten des MOS-Transistors als immer noch wichtigstes Schaltelement im Vordergrund. Kapitel 10 stellt schließlich Bauelementstrukturen vor, welche als Ergänzung oder Ersatz des klassischen MOS-Transistors angedacht sind. Zum heutigen Zeitpunkt werden sie zwar bereits experimentell gefertigt, haben aber noch keinen Einzug in die Serienfertigung erhalten.

An dieser Stelle möchte ich den Doktoranden und Studierenden der Arbeitsgruppe *Nanoelektronik/Bauelementmodellierung* an der TH Mittelhessen danken, welche mit ihren wissenschaftlichen Arbeiten im Rahmen öffentlich geförderter Projekte auf dem Gebiet der Simulation und Modellbildung neuartiger Transistorkonzepte einen wichtigen Beitrag zu deren Verständnis und Beschreibung geleistet haben. Besonderer Dank gilt Dr.-Ing. Mike Schwarz für das Korrekturlesen der Inhalte dieses Buchs.

Schließlich einen besonderen Dank an meine Familie für die vielfältige Unterstützung meiner Arbeit in all den Jahren.

Gießen, im Mai 2018

Alexander Klös

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einführung in die Nanoelektronik</b> .....	<b>14</b>
	1.1 Bedeutung der Mikroelektronik .....	14
	1.2 Chancen der Nanoelektronik .....	15
<b>2</b>	<b>Eigenschaften von Halbleitern</b> .....	<b>17</b>
	2.1 Struktur von Halbleitern .....	17
	2.1.1 Bandstruktur .....	17
	2.1.2 Atomarer Aufbau von Silizium .....	20
	2.1.3 Kristallgitter.....	21
	2.2 Eigenleitung .....	23
	2.3 Fremdleitung .....	24
	2.3.1 n-dotiertes Silizium.....	25
	2.3.2 p-dotiertes Silizium.....	25
	2.3.3 Ladungsbilanz .....	26
	2.4 pn-Übergang .....	27
	2.4.1 Sperrwirkung der pn-Diode .....	27
	2.4.2 Lösung der Poisson-Gleichung am pn-Übergang .....	30
	2.5 Wiederholungsfragen .....	33
	2.6 Übungen .....	34
	2.7 Lösungen .....	34
<b>3</b>	<b>Teilchen und Wellen</b> .....	<b>36</b>
	3.1 Dualismus von Welle und Teilchen .....	36
	3.2 Die Schrödinger-Gleichung .....	38
	3.2.1 Fourier-Transformation.....	39
	3.2.2 Materiewellen .....	40
	3.2.3 Eindimensionale, zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung .....	42
	3.3 Der Potenzialtopf .....	43
	3.4 Quantenstrukturen .....	50
	3.5 Orbitale des Wasserstoffatoms.....	51
	3.6 Transmission, Reflexion und Tunneleffekt .....	53

3.7	Wiederholungsfragen .....	56
3.8	Übungen .....	57
3.9	Lösungen .....	58
<b>4</b>	<b>Bandstruktur und Bändermodell .....</b>	<b>60</b>
4.1	Wellenfunktion und Bandstruktur im Kristall .....	60
4.2	Generation und Rekombination .....	63
4.2.1	Generationsprozesse .....	64
4.2.2	Rekombinationsprozesse .....	65
4.3	Bändermodell .....	66
4.3.1	Intrinsisches Silizium .....	67
4.3.2	Dotiertes Silizium .....	69
4.4	Metallurgische Übergänge .....	71
4.4.1	pn-Übergang .....	71
4.4.1.1	Thermisches Gleichgewicht .....	71
4.4.1.2	Flussrichtung .....	73
4.4.1.3	Sperrrichtung .....	76
4.4.2	Schottky-Übergang .....	76
4.4.2.1	Thermisches Gleichgewicht .....	77
4.4.2.2	Flussrichtung .....	80
4.4.2.3	Sperrrichtung .....	80
4.4.2.4	Effektive Barrierenhöhe .....	80
4.4.3	Heteroübergänge .....	82
4.4.4	Allgemeine Vorgehensweise zur Konstruktion eines Bändermodells ...	82
4.5	Fermi-Integral und Zustandsdichte .....	83
4.5.1	Dreidimensionales System .....	83
4.5.2	Zweidimensionales System .....	87
4.5.3	Eindimensionales System .....	87
4.6	Wiederholungsfragen .....	88
4.7	Übungen .....	88
4.8	Lösungen .....	89
<b>5</b>	<b>Ladungstransport in Halbleitern .....</b>	<b>92</b>
5.1	Driftstrom .....	92
5.2	Diffusionsstrom .....	98
5.3	Kontinuitätsgleichungen .....	99
5.4	Tunnelstrom .....	99
5.4.1	Single-Band-Tunneln .....	100

5.4.2	Band-zu-Band-Tunneln .....	100
5.5	Wiederholungsfragen .....	102
5.6	Übungen .....	103
5.7	Lösungen .....	103

## **6 Grundlagen der Halbleitertechnologie ..... 105**

6.1	Silizium-Planartechnologie .....	105
6.2	Herstellung einkristalliner Wafer .....	106
6.3	Chemische Depositionsverfahren .....	108
6.3.1	CVD-Prozesse .....	108
6.3.2	Epitaxie .....	110
6.4	Physikalische Depositionsverfahren .....	110
6.4.1	Aufdampfen .....	110
6.4.2	Sputtern .....	111
6.4.3	Materialien zur Metallisierung .....	112
6.4.3.1	Aluminium .....	112
6.4.3.2	Kupfer-Metallisierung .....	112
6.5	Lithografie .....	112
6.5.1	Fotolithografie .....	113
6.5.2	Elektronenstrahlolithografie .....	115
6.5.3	Röntgenlithografie .....	116
6.6	Ätzprozesse .....	116
6.6.1	Nasschemisches Ätzen .....	117
6.6.2	Trockenätzen .....	117
6.6.2.1	Plasmaätzen .....	117
6.6.2.2	Reaktives Ionenätzen .....	117
6.6.2.3	Sputter-Ätzen .....	118
6.7	Thermische Oxidation .....	118
6.8	Dotierung .....	120
6.8.1	Diffusion .....	121
6.8.2	Ionenimplantation .....	121
6.9	CMOS-Prozess .....	122
6.10	Wiederholungsfragen .....	125

## **7 Klassische Bauelemente der Mikroelektronik ..... 127**

7.1	Diodenstrukturen .....	127
7.1.1	pn-Diode .....	128
7.1.1.1	Schwache Injektion .....	128

---

7.1.1.2	Hohe Injektion .....	132
7.1.1.3	Sperrverhalten .....	133
7.1.1.4	Sperrschichtkapazität .....	134
7.1.1.5	Diffusionskapazität .....	135
7.1.1.6	Kleinsignalersatzschaltbild .....	136
7.1.2	Esaki-Tunnelodiode .....	137
7.1.3	Resonante Tunnelodiode .....	139
7.1.4	Schottky-Diode .....	141
7.1.4.1	Thermischer Emissionsstrom .....	141
7.1.4.2	Tunnelstrom .....	143
7.2	Bipolartransistor .....	145
7.2.1	Funktionsweise in eindimensionaler Näherung .....	147
7.2.2	Early-Effekt .....	149
7.2.3	Stromgleichungen und Kennlinien .....	150
7.2.4	Ebers-Moll-Modell .....	152
7.2.5	Kleinsignalersatzschaltbild .....	154
7.2.6	Strukturbezogenes Ersatzschaltbild im SBC-Prozess .....	155
7.3	MOS-Feldeffekttransistor .....	157
7.3.1	Prinzipielle Funktionsweise .....	158
7.3.2	Schwellspannung .....	161
7.3.2.1	Flachbandzustand .....	161
7.3.2.2	Starke Inversion .....	161
7.3.2.3	Schwellspannungsimplantation .....	164
7.3.2.4	Substrateffekt .....	164
7.3.2.5	Transistortypen .....	165
7.3.3	MOS-Kapazität .....	166
7.3.4	Vereinfachtes Strommodell .....	168
7.3.4.1	Gradual-Channel-Approximation .....	168
7.3.4.2	Kanallängenmodulation .....	170
7.3.4.3	Kennlinien .....	171
7.3.5	Kleinsignalverhalten .....	173
7.3.5.1	Kleinsignalleitwerte .....	173
7.3.5.2	Kapazitive Effekte .....	175
7.3.5.3	Meyer-Modell .....	177
7.3.5.4	Kleinsignalersatzschaltbild .....	180
7.3.6	Grenzen Bulk-MOSFET .....	181
7.4	Optoelektronische Bauelemente .....	181
7.4.1	Strahlungsbaulemente .....	181

7.4.1.1	Lumineszenzdiode .....	181
7.4.1.2	Halbleiterlaser .....	183
7.4.2	Absorptionsbauelemente .....	184
7.4.2.1	Fotodiode .....	185
7.4.2.2	Solarzelle .....	188
7.5	Wiederholungsfragen .....	189
7.6	Übungen .....	191
7.7	Lösungen .....	196

## **8** Digitale CMOS-Schaltungstechnik ..... **205**

8.1	Logikgatter .....	205
8.1.1	Inverter .....	206
8.1.2	NAND und NOR .....	212
8.2	Leistungsaufnahme .....	212
8.3	Speicherbausteine .....	213
8.3.1	DRAM .....	214
8.3.2	6T-SRAM-Zelle .....	215
8.3.3	Flash-Speicher .....	217
8.4	Wiederholungsfragen .....	222
8.5	Übungen .....	223
8.6	Lösungen .....	224

## **9** Nanostruktur-Feldeffekttransistoren ..... **225**

9.1	Skalierung der CMOS-Technologie .....	226
9.1.1	Moore'sches Gesetz .....	226
9.1.2	Selbstjustiertes Polysilizium-Gate .....	228
9.1.3	Kupferverdrahtung und Low-k-Dielektrikum .....	229
9.1.4	Verspanntes Silizium .....	229
9.1.5	High-k-Metal-Gate-Technologie .....	230
9.1.6	Multi-Gate-Transistoren .....	231
9.2	Kleingeometrie-Bulk-MOSFET .....	232
9.2.1	Bändermodell Source-Kanal-Drain .....	232
9.2.2	Ableitung verbesserter Stromgleichungen .....	234
9.2.2.1	Starke Inversion .....	234
9.2.2.2	Schwache Inversion .....	237
9.2.3	Kurzkanaleffekte .....	241
9.2.3.1	Schwellspannungsverschiebung .....	242
9.2.3.2	Leckstrom .....	243

9.2.3.3	Verschlechterung des Subthreshold-Swing .....	243
9.2.3.4	Bahnwiderstände .....	246
9.2.3.5	LDD-Strukturen .....	248
9.2.3.6	Ladungsträgerinjektion.....	248
9.2.3.7	Weitere Kurzkanaleffekte .....	249
9.2.4	Schmalkanaleffekte .....	250
9.2.4.1	Standard-LOCOS-Isolation .....	250
9.2.4.2	Trench-Isolation .....	252
9.3	UTB-Technologie .....	252
9.3.1	SOI-Substrat .....	252
9.3.2	UTB-MOSFETs .....	254
9.3.2.1	Partially Depleted SOI .....	256
9.3.2.2	Fully Depleted SOI .....	256
9.4	Multiple-Gate-MOSFET .....	257
9.4.1	Double-Gate-MOSFET .....	257
9.4.1.1	Bändermodell.....	257
9.4.1.2	Stromgleichung.....	261
9.4.1.3	Diskrete Dotierstoffverteilung .....	264
9.4.1.4	Ultra-Kurzkanal-FET.....	266
9.4.2	Dreidimensionale Effekte in Multiple-Gate-MOSFETs .....	271
9.4.2.1	Bauelementstrukturen.....	271
9.4.2.2	Strompfad .....	273
9.4.2.3	Skalierung im Schaltungsdesign .....	278
9.5	Wiederholungsfragen .....	279
9.6	Übungen .....	280
9.7	Lösungen .....	281

<b>10</b>	<b>Alternative Nanostruktur-MOSFETs.....</b>	<b>282</b>
10.1	Ziele für alternative Transistorstrukturen .....	282
10.2	High-Mobility-Channel-FET .....	285
10.3	Junctionless-MOSFET.....	286
10.3.1	Funktionsweise .....	286
10.3.2	Kennlinie .....	289
10.3.3	Vorteile .....	290
10.3.4	Nachteile .....	290
10.4	Schottky-Barrier-MOSFET.....	291
10.4.1	Funktionsweise .....	291
10.4.2	Kennlinie .....	294

---

10.4.3 Vorteile .....	295
10.4.4 Nachteile .....	296
10.5 Tunnel-FET .....	296
10.5.1 Funktionsweise .....	297
10.5.2 Optimierung der Kennlinie .....	299
10.5.2.1 Einschaltstrom .....	299
10.5.2.2 Ambipolarer Strom .....	302
10.5.2.3 Subthreshold-Swing .....	302
10.5.3 Vorteile .....	304
10.5.4 Nachteile .....	304
10.6 Weitere Steep-Slope-Switches .....	305
10.6.1 Impact-Ionization-FET .....	305
10.6.2 Negative-Capacitance-MOSFET .....	306
10.7 Wiederholungsfragen .....	307
<b>Konstanten und Materialparameter .....</b>	<b>308</b>
<b>Formelzeichen .....</b>	<b>309</b>
<b>Literatur .....</b>	<b>315</b>
<b>Index .....</b>	<b>317</b>

# 1

## Einführung in die Nanoelektronik

In diesem Kapitel wird zunächst die Bedeutung der Mikroelektronik für technologischen Fortschritt erläutert. Anschließend wird das Gebiet der *Nanoelektronik* davon abgegrenzt. Die hierbei wichtigen grundlegenden physikalischen Effekte der Mikrophysik werden benannt.

### Lernziele

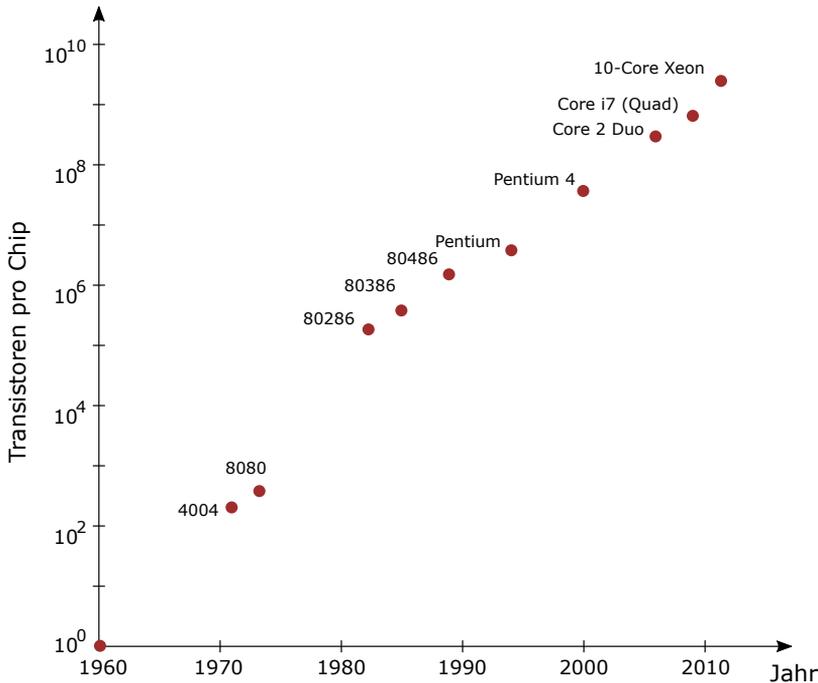
Der Lernende ...

- kennt die technologische Entwicklung der Mikroelektronik,
- kennt die Abgrenzung von Mikro- zur Nanoelektronik,
- kann die in der Nanoelektronik gegenüber der Mikroelektronik zusätzlich in Erscheinung tretenden physikalischen Effekte benennen.

## ■ 1.1 Bedeutung der Mikroelektronik

Die in den vergangenen Jahrzehnten erreichte enorme Steigerung der Leistungsfähigkeit elektronischer Systeme beruht in hohem Maße auf dem Fortschritt der Mikroelektronik. Maßgeblich hierbei ist die Silizium-Technologie, welche durch kontinuierliche Verkleinerung der hergestellten Strukturgrößen einen stetigen Anstieg der Komplexität integrierter Schaltkreise bei immer geringerer Leistungsaufnahme ermöglichte (vgl. Bild 1.1). Damit wurden moderne mobile Anwendungen mit langer Akkulaufzeit bei hoher Rechenleistung wie beispielsweise das Smartphone geschaffen. Aber auch die Steigerung der Leistungsfähigkeit in Multi-Core-Prozessorsystemen wäre ohne die Vergrößerung der Integrationsdichte nicht möglich.

Die Silizium-Planartechnologie basiert auf der schrittweisen Abscheidung dünner Schichten auf einem Silizium-Wafer (einkristalline dünne Siliziumscheibe) und deren laterale Strukturierung. Daraus werden ausschließlich auf der Oberfläche des Wafers die funktionalen Bauelemente geschaffen. Die Dicke der abgeschiedenen Schichten ist schon seit Jahrzehnten im Bereich weniger Nanometer bis Mikrometer. Die lateralen Strukturen sind ebenfalls schon seit den neunziger Jahren im Submikrometerbereich. Dennoch spricht man erst seit ca. 10 Jahren im Bereich höchstintegrierter Schaltkreise von „Nanoelektronik“.



**Bild 1.1** Historische Entwicklung der Anzahl integrierter Schaltelemente je Chip am Beispiel von Prozessorgenerationen

## ■ 1.2 Chancen der Nanoelektronik

Was unterscheidet *Nanoelektronik* von *Mikroelektronik*? In der Fachwelt spricht man von Nanoelektronik, wenn in Halbleiterbauelementen physikalische Effekte in Erscheinung treten, die in älteren Technologien überhaupt nicht erkennbar oder zumindest vernachlässigbar waren. Diese Effekte sind quantenmechanischer Natur und verlangen zu deren Beschreibung ein tiefgehendes Verständnis für die Betrachtung von Elektronen als Wellen oder Teilchen. Zwar basiert die gesamte Festkörperphysik im Kern auf dem Dualismus zwischen Welle und Teilchen, jedoch erlaubt die Einführung des sogenannten Bändermodells für kristalline Halbleiter in den meisten Fällen eine Beschreibung der elektrischen Effekte in mikroelektronischen Bauelementen auf Grundlage der klassischen Physik.

Für die Nanoelektronik ist diese Vereinfachung nicht mehr möglich; die Wellennatur des Elektrons hat einen wesentlichen Einfluss. Bei Abmessungen im Nanometerbereich hat man die Größenordnung der Wellenlänge von Elektronen im Bauelement erreicht. Dadurch wird insbesondere das *Tunneln* von Ladungsträgern durch Barrieren ermöglicht.

In Bauelementen der Nanoelektronik tritt der Tunneleffekt in zwei Arten in Erscheinung:

- Der Tunneleffekt kann als unerwünschter, parasitärer Effekt das elektrische Verhalten des Schaltkreises verschlechtern und verhindert damit auch die weitere Miniaturisierung der Bauelemente. Beispielsweise steigen Leckströme an, sodass ein energieeffizienter Betrieb bei Steigerung der Integrationsdichte nicht mehr erreicht werden kann.

- Der Tunneleffekt kann aber auch zur Steigerung der elektrischen Leistungsfähigkeit in neuartigen Bauelementen gezielt genutzt werden. Hierzu ist es notwendig, in einer Technologie Strukturabmessungen im Bereich weniger Nanometer kontrolliert herstellen zu können. Die heutige Technologie ist hierzu in der Lage.

Aber nicht nur das gezielte Nutzen quantenmechanischer Effekte macht neuartige Bauelemente der Nanoelektronik aus. Die Fähigkeit, in einer Technologie Strukturen von wenigen Nanometern Abmessung mit ausreichender Genauigkeit und Ausbeute herzustellen, erlaubt die Realisierung ganz neuartiger Transistorgeometrien. Als Beispiel sei die im Jahr 2011 eingeführte *FinFET-Technologie* genannt, welche einen grundlegenden Wandel der jahrzehntelang vergleichsweise ähnlich gebliebenen Herstellung des MOS-Transistors bedeutete. Führende Hersteller setzen mit dieser Technologie auf eine weitere Verkleinerung des einzelnen Schaltelements, um damit dem Verlangen der Industrie nach immer größerer Leistungsfähigkeit integrierter Schaltkreise zu entsprechen.

Auch unter Verwendung dieser neuartigen Transistorstrukturen ist das Ende der Miniaturisierung beinahe erreicht. Die Funktionsweise des MOS-Transistors verschlechtert sich bezüglich seines Schaltverhaltens so immens, dass intensiv nach alternativen Konzepten für einen elektronischen Schalter geforscht wird. Die in Nanostrukturen in den Vordergrund tretenden Effekte können hierfür als Grundlage für neuartige Transistorprinzipien genutzt werden.

# 2

## Eigenschaften von Halbleitern

Nanoelektronische Bauelemente bestehen zum größten Teil aus Halbleitermaterialien. Daher sind für das Verständnis ihrer Funktionsweise Kenntnisse über die elektrische Leitfähigkeit dieser Materialien und der darin auftretenden Ladungen essenziell.

### Lernziele

Der Lernende ...

- kann Metalle – Halbleiter – Isolatoren anhand ihrer Bandstruktur unterscheiden,
- kennt die Ursachen elektrischer Leitfähigkeit in Halbleitern,
- kennt die Ursache der Sperrwirkung einer Diode,
- versteht die Grundlagen der Elektrostatik an einem pn-Übergang.

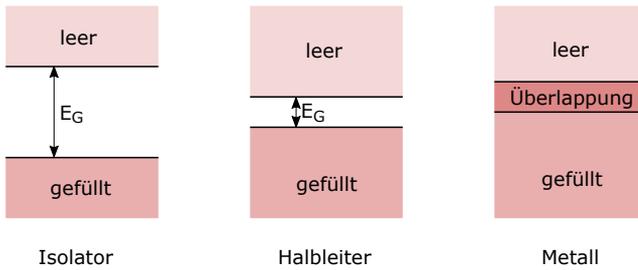
## ■ 2.1 Struktur von Halbleitern

Die Leitfähigkeit eines Festkörpers wird durch die Konzentration an freien, beweglichen Ladungsträgern bestimmt, welche für einen Stromfluss zur Verfügung stehen. Im nächsten Abschnitt wird zunächst der grundsätzliche Unterschied in der Bandstruktur verschiedener Festkörper erläutert. Aufgrund der Bedeutung von Silizium für die Mikroelektronik und auch die Nanoelektronik werden in den nachfolgenden Abschnitten elektrische Eigenschaften von Halbleitern am Beispiel dieses Elements erläutert. Darauf aufbauend wird dann in späteren Kapiteln auf die Besonderheiten anderer Halbleiter hingewiesen.

### 2.1.1 Bandstruktur

Die Unterschiede in der sogenannten *Bandstruktur* von Isolatoren, Halbleitern und Metallen verdeutlicht Bild 2.1. Aufgrund der Ausbildung und Interferenz von Wellenfunktionen der Elektronen im Festkörper befinden sich nur in den sogenannten Energiebändern erlaubte Energieniveaus der Elektronen. In den dazwischenliegenden Bandlücken findet sich kein erlaubtes Energieniveau.

Nur Ladungsträger mit einer Energie entsprechend dem *Leitungsband* können sich im Festkörper frei bewegen. Wirkt nun ein elektrisches Feld auf diese Ladungsträger ein, dann entsteht eine gerichtete Bewegung und es fließt ein Strom.



**Bild 2.1** Schematische Darstellung der Bandstruktur von Isolatoren, Halbleitern und Metallen

Ladungsträger im *Valenzband* eines Atoms (wie auch Elektronen in Bändern mit geringerer Energie) sind an dieses gebunden und können daher nicht zum Stromfluss beitragen. Gelangen Elektronen aus dem Valenzband jedoch durch Aufnahme von Energie in Höhe der Bandlücke  $E_G$  in das Leitungsband, dann können diese die Leitfähigkeit des Materials erhöhen. Ein Übergang vom Valenz- in das Leitungsband ist beispielsweise durch Aufnahme thermischer Energie oder Absorption von Photonen möglich.

Bei Isolatoren besteht zwischen Valenz- und Leitungsband eine Bandlücke von mehr als 5 eV. Das Valenzband ist von Elektronen besetzt, wogegen das Leitungsband unbesetzt ist. Daher kann im Isolator kein Stromfluss stattfinden.



Die Einheit eV (*Elektronenvolt*) steht für die Energie  $1.602 \cdot 10^{-19}$  VAs. Ein Elektronenvolt ist damit die Menge an potenzieller Energie, welche ein Elektron bei Bewegung in einem elektrostatischen Feld mit der Potenzialdifferenz von 1 V aufnimmt oder abgibt.

In Metallen befinden sich bereits ohne Zufuhr thermischer Energie, das heißt bei einer Temperatur von  $T = 0$  K, Elektronen im Leitungsband. Damit ist eine grundsätzliche Leitfähigkeit von Metallen gegeben.

Halbleiter liegen mit ihren Eigenschaften zwischen Isolatoren und Metallen. Wir betrachten hier zunächst den *intrinsischen*, das heißt reinen Halbleiter, ohne Verunreinigungen durch Fremdatome. Beim absoluten Nullpunkt der Temperatur befinden sich alle Elektronen im Valenzband und in darunterliegenden Bändern. Das Leitungsband ist unbesetzt. Der Halbleiter verhält sich also als Isolator. Wird die Temperatur erhöht, dann können Elektronen zusätzliche thermische Energie aufnehmen und den Übergang in das Leitungsband schaffen. Hierzu ist die Aufnahme von Energie in mindestens der Größe der Bandlücke  $E_G$  notwendig. Damit steigt die elektrische Leitfähigkeit der Halbleiter bei Erwärmung und sie verhalten sich zunehmend entsprechend den Metallen.

Der Unterschied zwischen Isolatoren und Halbleitern ist also im Wesentlichen in der Größe der Bandlücke  $E_G$  begründet. Bei Isolatoren ist diese so groß ( $E_G > 5$  eV), dass die Aufnahme thermischer Energie nicht genügt, eine für einen Stromfluss ausreichende Anzahl von Elektronen in das Leitungsband zu bringen. Dagegen gelingt dies bei Halbleitern aufgrund ihrer geringeren Bandlücke.

Gruppe \ Periode	II	III	IV	V	VI
2	Be	B	C	N	O
3	Mg	Al	Si <sub>14</sub>	P	S
4	Zn	Ga	Ge	As	Se
5	Cd	In	Sn	Sb	Te
6	Hg	Tl	Pb	Bi	Po

**Bild 2.2** Ausschnitt aus dem Periodensystem mit den wichtigsten Elementen der Halbleitertechnologie



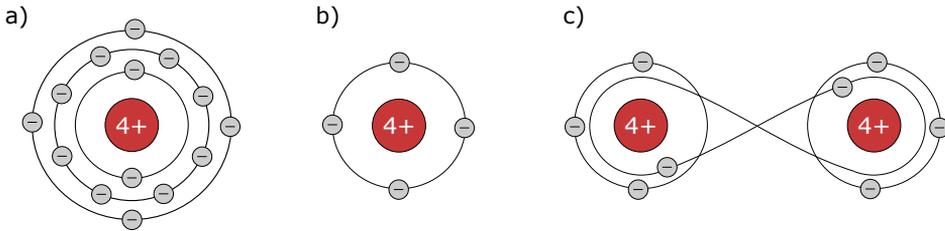
Aus der mit einer Erwärmung ansteigenden Anzahl von Elektronen, welche vom Valenz- in das Leitungsband gelangen, folgt für die elektrische Leitfähigkeit im intrinsischen Halbleiter direkt eine *exponentielle Abhängigkeit von der Temperatur*.

Wichtige chemische Elemente der Halbleitertechnologie sind in Bild 2.2 dargestellt. Man unterscheidet zwischen sogenannten *Elementhalbleitern* aus der IV. Hauptgruppe wie Silizium und Germanium und *Verbindungshalbleitern* wie beispielsweise Legierungen aus Elementen der III. und V. Hauptgruppe.

Der wichtigste Halbleiter ist hierbei Silizium aufgrund seiner Verwendung in der historisch langjährigen und ausgereiften Technologie. Silizium weist mit einer Bandlücke von  $E_G = 1.12 \text{ eV}$  bereits bei Raumtemperatur eine geringe elektrische Leitfähigkeit auf. Die exponentielle Zunahme von Ladungsträgern im Leitungsband verbietet allerdings einen Betrieb siliziumbasierter Schaltkreise bei Umgebungstemperaturen von mehr als  $150 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Bei Verbindungshalbleitern ist insbesondere Galliumarsenid (GaAs) mit weiteren Anteilen von Aluminium (Al), Indium (In), Phosphor (P), Stickstoff (N) oder Antimon (Sb) für optoelektronische Bauelemente von Bedeutung. Aber auch Legierungen von Elementen in der IV. Hauptgruppe werden in der Technologie für spezielle Anwendungen verwendet: Siliziumkarbid (SiC) beispielsweise weist je nach strukturellem Aufbau eine Bandlücke von  $2.4 \text{ eV} \dots 3.3 \text{ eV}$  auf und eignet sich daher insbesondere für die Realisierung von Hochtemperaturelektronik, welche Betriebstemperaturen von mehreren hundert Grad Celsius erlaubt.

Im Zuge der Nanoelektronik werden vermehrt Elementhalbleiter mit Verbindungshalbleitern in sogenannten *Heterostrukturen* kombiniert. Die Abscheidung extrem dünner Schichten wechselnder Materialien in einer Dicke von nur wenigen Nanometern erlaubt das kontrollierte Auftreten quantenmechanischer Effekte, die man sich zur Steigerung der Leistungsfähigkeit von Bauelementen zunutze macht.



**Bild 2.3** Atommodell nach Bohr für Silizium: a) vollständig mit allen Schalen, b) vereinfachte Darstellung, nur die äußere Schale der Valenzelektronen ist dargestellt, c) vereinfachte Darstellung der Elektronenpaarbindung zweier benachbarter Siliziumatome (Austausch eines Valenzelektrons)

## 2.1.2 Atomarer Aufbau von Silizium

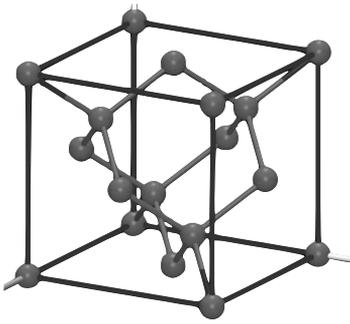
Bild 2.3 zeigt für Silizium das vollständige *Atommodell nach Bohr*<sup>1</sup> und eine vereinfachte Darstellung. Im Bohr'schen Atommodell werden die Elektronen auf unterschiedliche Energieniveaus, die sogenannten stationären Zustände oder Schalen gesetzt. Wenn man die Schalen durchnummeriert (1...7), erhält man die Hauptquantenzahl  $n$ . Die Schalen können immer nur mit einer bestimmten Anzahl Elektronen besetzt werden; die maximale Anzahl beträgt  $2 \cdot n^2$ . Eine innere Schale muss immer erst voll besetzt sein, bevor die nächsthöhere Schale besetzt werden kann.

Ein Elektron kann von einer Schale in eine andere springen. Dieser als Quantensprung bezeichnete Vorgang lässt sich mit der klassischen Mechanik und Elektrodynamik nicht erklären. Beim Quantensprung zwischen stationären Zuständen mit verschiedener Energie kann elektromagnetische Strahlung in Form eines Photons emittiert oder absorbiert werden. Die Energie des Photons entspricht der Energiedifferenz zwischen den beiden Zuständen. Alternativ kann auch eine Umwandlung in Wärmeenergie erfolgen.

Mit seiner Kernladungszahl 14 besitzt ein Siliziumatom 14 Elektronen auf den Schalen (vgl. Bild 2.3a). Entsprechend der IV. Hauptgruppe des Periodensystems befinden sich auf der äußersten besetzten Schale vier sogenannte *Valenzelektronen*. Nur diese können unter Zuführung geringer Energie das Atom verlassen. Für die elektrischen Eigenschaften des Halbleiters sind diese Valenzelektronen maßgeblich, daher verwenden wir nachfolgend eine vereinfachte Darstellung des Siliziumatoms. Es reicht die Betrachtung der vier Valenzelektronen zusammen mit einem vierfach positiv geladenen Kern, damit das gesamte Atom elektrisch neutral bleibt (Bild 2.3b).

Mit seinen vier Valenzelektronen kann das Siliziumatom mit vier benachbarten Atomen eine Elektronenpaarbindung eingehen (Bild 2.3c).

<sup>1</sup> Niels Bohr (1885–1962), dänischer Physiker, gelang 1922 durch Annahme eines Schalenmodells eine Erklärung für den Aufbau des Periodensystems der Elemente. Er erhielt 1922 für seine Forschungen über die Atomstruktur sowie die von den Atomen ausgehende Strahlung den Nobelpreis für Physik.



**Bild 2.4** Elementarzelle eines Silizium-Kristalls (Diamantgitter)

### 2.1.3 Kristallgitter

In Halbleitern wird die Energie zum Aufbau der Kristallgitter durch die Bindungsenergie der Valenzelektronen aufgebracht. Silizium kristallisiert aus der Schmelze im sogenannten *Diamantgitter*. Bild 2.4 verdeutlicht dies und zeigt schematisch eine Elementarzelle des Kristallgitters. Die Abmessungen einer Elementarzelle bezeichnen wir mit der *Gitterkonstanten*  $a_0$ . Für Silizium beträgt  $a_0 = 0.543$  nm, wobei eine Zelle acht Siliziumatome enthält. Das Kristallgitter besteht aus zwei kubisch-flächenzentrierten Gittern, wobei das zweite um  $1/4$  der Würfelkanten in der Diagonalrichtung gegenüber dem ersten Gitter verschoben ist.

Galliumarsenid kristallisiert im *Zinkblendegitter*. Es entspricht dem Diamantgitter, bei dem das erste kubisch-flächenzentrierte Gitter aus Galliumatomen, das zweite Gitter aus Arsenatomen besteht.

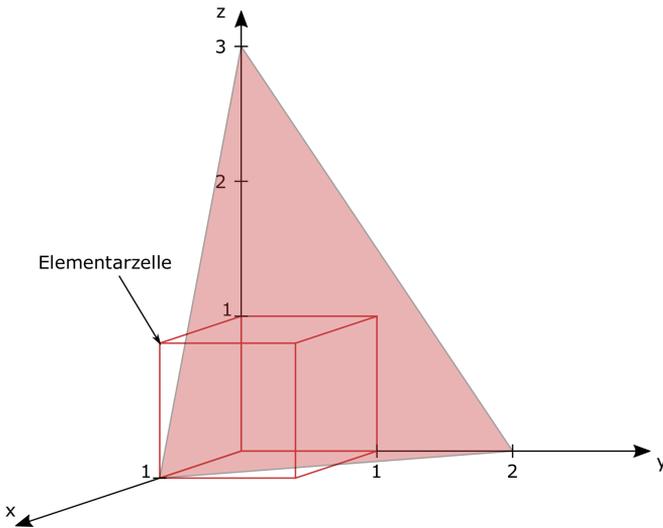
Die Eigenschaften eines Halbleiters hängen von der Kristallstruktur ab. Innerhalb eines Materials sind verschiedene Größen abhängig von der Richtung im Kristall. Zur Definition verschiedener Ebenen und Richtungen in Kristallgittern wurden die *Miller'schen Indizes* eingeführt. Sie können in folgenden Schritten bestimmt werden (vgl. Bild 2.5):

1. Man zeichnet die kubische Elementarzelle in ein kartesisches Koordinatensystem ein. Die drei Kanten des Würfels müssen auf den Achsen  $x$ ,  $y$ ,  $z$  liegen.
2. Die Schnittpunkte der Kristallebene mit den Achsen  $x$ ,  $y$ ,  $z$  werden in Einheiten der Gitterkonstanten ausgedrückt.
3. Anschließend wird der Kehrwert der erhaltenen Zahlen gebildet. Die Komponenten werden mit einem gemeinsamen Faktor multipliziert, sodass sich die drei kleinsten ganzen Zahlen  $h$ ,  $k$ ,  $l$  ergeben, welche im gleichen Verhältnis stehen wie die ursprünglichen Kehrwerte.
4. Das Ergebnis wird in runde Klammern gesetzt:  $(h k l)$ .
5. Negative Indizes werden durch Querbalken über dem Index dargestellt (z. B.  $(1 \bar{1} 0)$ ).

#### Beispiel 2.1 Bestimmung der Miller'schen Indizes

Zur Bestimmung der Miller'schen Indizes der in Bild 2.5 gezeigten Ebene gehen wir wie folgt vor:

- Die Achsenabschnitte der Ebene betragen:  
 $x$ -Achse: 1,  $y$ -Achse: 2,  $z$ -Achse: 3



**Bild 2.5** Beispiel einer Kristallebene mit Darstellung der Elementarzelle im Koordinatensystem

- Wir bilden den Kehrwert und erhalten:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{1} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{1} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

- Wir erweitern mit dem Faktor 6, damit alle Zahlen ganzzahlig werden. Die gesuchten Miller-Indizes der Kristallebene lauten daher:

$$(6 \ 3 \ 2)$$

■

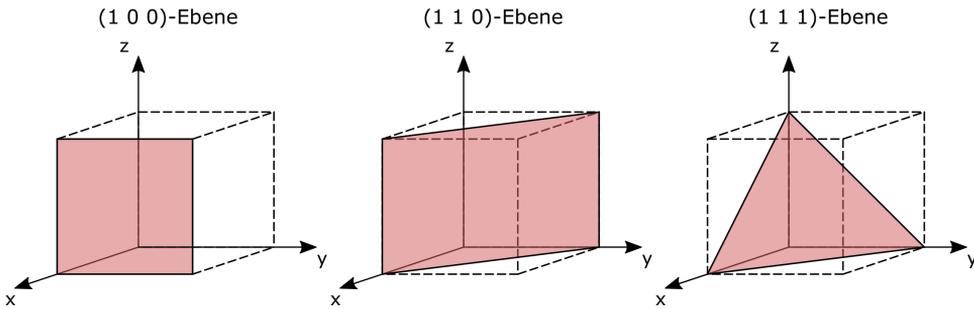
Beispiele für Kristallebenen, welche in der Halbleitertechnologie häufig verwendet werden, zeigt Bild 2.6.

Kristallrichtungen werden durch die Gruppe kleinster Zahlen ausgedrückt, welche dasselbe Verhältnis zueinander haben wie die Komponenten eines Vektors in der gewünschten Richtung. Zur Bezeichnung der Richtung werden diese Zahlen in eckige Klammern gesetzt.

In kubischen Kristallen ist die Gitterkonstante in den drei Richtungen gleich. Daher stehen hier die Richtungen  $[h \ k \ l]$  senkrecht auf der Ebene  $(h \ k \ l)$  mit den gleichen Indizes. Die Richtung entspricht also dem Normalenvektor der zugehörigen Kristallebene.

Sind anstatt einer spezifischen Netzebene alle symmetrisch äquivalenten Ebenen gemeint, so wird die Notation  $\{h \ k \ l\}$  verwendet. Beispielsweise bezeichnet man im kubischen Kristallsystem mit  $\{1 \ 0 \ 0\}$  die äquivalenten Ebenen  $(1 \ 0 \ 0)$ ,  $(\bar{1} \ 0 \ 0)$ ,  $(0 \ 1 \ 0)$ ,  $(0 \ \bar{1} \ 0)$ ,  $(0 \ 0 \ 1)$ ,  $(0 \ 0 \ \bar{1})$ , was den sechs Oberflächen eines Würfels entspricht. Die Notation  $\langle h \ k \ l \rangle$  bezeichnet alle zum Vektor  $[h \ k \ l]$  symmetrisch äquivalenten Richtungen. Die Angabe  $\langle 1 \ 1 \ 1 \rangle$  steht daher für alle Raumdiagonalen.

In der Siliziumtechnologie wird vorwiegend  $(1 \ 0 \ 0)$ -orientiertes Material verwendet. Das heißt, dass die Oberfläche des Wafers der  $(1 \ 0 \ 0)$ -Ebene entspricht.



**Bild 2.6** Darstellung verschiedener Kristallebenen



Verwenden Sie zur Darstellung der Kristallgitter unterschiedlicher Halbleiter das *Crystal Viewer Tool* auf [nanohub.org/tools/crystal\\_viewer](http://nanohub.org/tools/crystal_viewer).

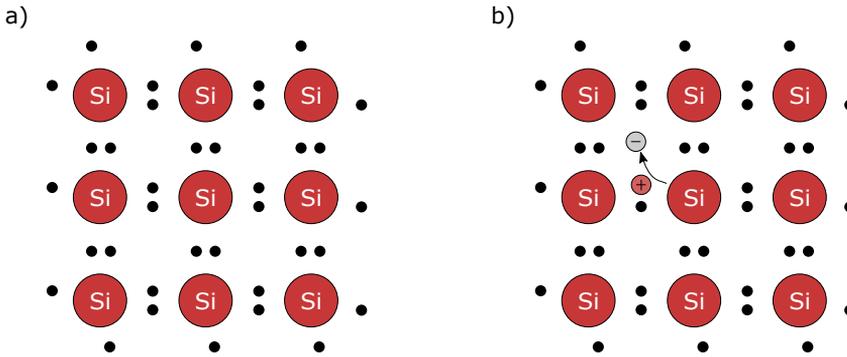
## ■ 2.2 Eigenleitung

Für die folgende Betrachtung reicht eine vereinfachte schematische Darstellung des Silizium-Kristallgitters in einer Ebene, wie in Bild 2.7a gezeigt, aus. Die Punkte symbolisieren Elektronenpaarbindungen, bestehen aus je einem Elektron der benachbarten Atome. Alle dargestellten Elektronen befinden sich im Valenzband, daher stehen keine freien Ladungsträger im Leitungsband für einen Stromfluss zur Verfügung. Diese Darstellung zeigt den Zustand bei einer Temperatur  $T = 0$  K. Der Halbleiter wirkt als Isolator.

Wird die Temperatur erhöht, dann gerät das Kristallgitter zunehmend in Schwingungen. Diese Gitterschwingungen führen dazu, dass vereinzelt Elektronenpaarbindungen aufgebrochen werden. Damit kann ein Elektron sein Wirtatom verlassen und sich frei im Kristall bewegen. Hierzu muss allerdings mindestens eine Energie in Höhe der Bandlücke zwischen Leitungs- und Valenzband dem Elektron zugeführt werden, damit es das Leitungsband erreichen kann.

Das Abwandern des freien Elektrons mit einer negativen Elementarladung  $-q$  hat ein Siliziumatom ionisiert; eine Elektronenpaarbindung ist unvollständig (vgl. Bild 2.7b). Es ist ein sogenanntes *Loch* (oder auch *Defektelektron*) entstanden. Das Loch kann auch wandern, indem es von einem Elektron einer benachbarten Doppelbindung „aufgefüllt“ wird. Eine Wanderung des Lochs in eine Richtung ist also immer verbunden mit der Wanderung eines Elektrons in der entgegengesetzten Richtung.

Aufgrund der nun lokal nicht mehr gegebenen Ladungsneutralität besitzt das Loch eine positive Ladung  $+q$ . Mithilfe der Quantenmechanik kann das Loch auch als Teilchen mit einer eigenen Masse (ungleich der Elektronenmasse) und einer Ladung  $+q$  aufgefasst werden, welches sich frei im Kristall bewegen kann. Seine Energie entspricht der des Valenzbandes. Diese Tatsache erlaubt in vielen Fällen eine Beschreibung seines Verhaltens mit den Grundsätzen der klassischen Physik und der Elektrostatik.



**Bild 2.7** a) Schematische Darstellung des Silizium-Kristallgitters in der Ebene bei  $T = 0$  K. b) Erzeugung eines Elektron-Loch-Paares bei Eigenleitung



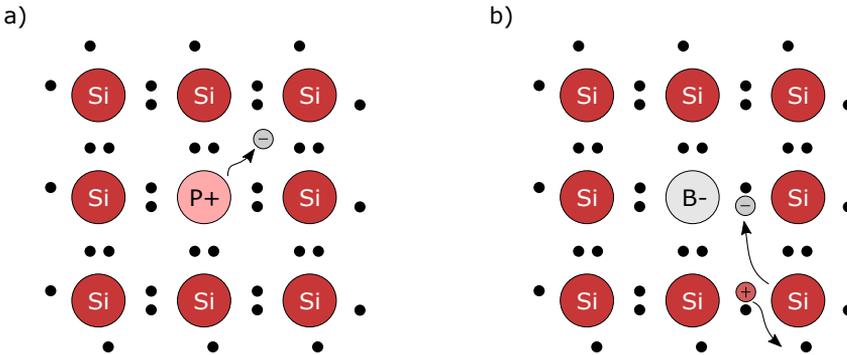
Mit der Erhöhung der Temperatur werden vermehrt Elektron-Loch-Paare im Halbleiter erzeugt. Die Konzentration  $n$  der Elektronen im Leitungsband und die Konzentration  $p$  der Löcher im Valenzband sind gleich der *intrinsischen Ladungsträgerdichte* oder *Eigenleitungsdichte*  $n_i$ . Diese Ladungsträger können sich frei im Kristall bewegen. Wirkt ein elektrisches Feld auf den Halbleiter ein, so bewegen sich Elektronen entgegen den Feldlinien, Löcher dagegen aufgrund ihrer positiven Ladung in Richtung der Feldlinien. Es fließt ein Strom, zu dem Elektronen und Löcher beitragen. Diese Eigenschaft wird *Eigenleitung* genannt.

In Silizium beträgt bei einer Temperatur von  $T = 300$  K die intrinsische Ladungsträgerkonzentration ca.  $n = p = n_i = 1.45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ . Sie steigt mit einer Zunahme der Temperatur  $T$  und Verkleinerung der Bandlücke  $E_G$  exponentiell an.

## ■ 2.3 Fremdleitung

In der Technologie wird die Leitfähigkeit eines Halbleiters gezielt erhöht. Hierzu werden Fremdatome in das Kristallgitter eingebaut. Dieses Verfahren nennt man *Dotieren* des Halbleiters. Das Ziel ist dabei nicht nur, eine gewünschte und im Betriebsbereich des Schaltkreises weitgehend konstante Leitfähigkeit einzustellen. Vielmehr entsteht durch das Zusammenspiel eines Stromtransports durch Löcher oder Elektronen erst die aktive Funktion des Bauelements.

Als Dotierstoffe kommen bei Silizium Elemente der III. (Bor) oder V. Hauptgruppe (Phosphor, Arsen) zur Anwendung (siehe Bild 2.2).



**Bild 2.8** Schematische Darstellung eines mit Fremdatomen dotierten Silizium-Kristallgitters in der Ebene. a) Erzeugung eines freien Elektrons durch Dotierung mit einem Phosphor-Atom, b) Erzeugung eines freien Lochs durch Dotierung mit einem Bor-Atom

### 2.3.1 n-dotiertes Silizium

Elemente der V. Hauptgruppe besitzen nur fünf Valenzelektronen. Wird beispielsweise ein Phosphor-Atom in das Kristallgitter eingebaut, so benötigt es nur vier seiner Valenzelektronen, um mit vier benachbarten Siliziumatomen eine vollständige Bindung einzugehen. Bild 2.8a illustriert dies in einer schematische Darstellung in der Ebene. Das fünfte Valenzelektron ist quasi „überflüssig“. Es ist nur gering an sein Wirtsatom gebunden und kann dieses schon bei Zuführung geringer thermischer Energie verlassen. Es erreicht dann das Leitungsband und kann sich frei im Kristall bewegen und zur Leitfähigkeit beitragen. Im Unterschied zur Eigenleitung ist hierbei kein zusätzliches Loch entstanden.



Dotierstoffatome der V. Hauptgruppe in der Konzentration  $N_D$  werden durch die Abgabe ihres fünften Valenzelektrons positiv ionisiert. Sie werden als *Donatoren* (aus dem Lateinischen: *donator* – Geber, Spender) bezeichnet. Sie sind fest in das Kristallgitter eingebaut und können daher beim Anlegen eines elektrischen Feldes nicht zum Stromfluss beitragen. Die ins Leitungsband abgegebenen freien Elektronen können sich dagegen frei bewegen und zum Stromfluss beitragen. Diese Eigenschaft nennen wir *Fremdleitung* in einem *n-dotierten Halbleiter*. Man nennt ihn *n-leitend*.

### 2.3.2 p-dotiertes Silizium

Ein Element der III. Hauptgruppe besitzt nur drei Valenzelektronen. Typischerweise wird bei Silizium Bor verwendet. Bild 2.8b zeigt schematisch den Einbau eines Bor-Atoms in einen Siliziumkristall. Für eine vollständige Bindung mit vier benachbarten Siliziumatomen werden vier Valenzelektronen benötigt, es stehen im Bor-Atom jedoch nur drei zur Verfügung. Schon bei Zuführung geringer thermischer Energie löst sich ein Elektron aus einer benachbarten Doppelbindung und vervollständigt die Einbindung des Dotierstoffatoms in den Kristall.

An der aufgelösten Doppelbindung fehlt jetzt ein Elektron; lokal ist hier eine positive Ladung, also ein Loch, entstanden. Dieses Loch kann jedoch wieder durch ein Elektron von einer benachbarten Doppelbindung *aufgefüllt* werden, sodass dieses Loch als quasi positiver Ladungsträger durch den Kristall wandern kann. Das Loch hat eine Energie entsprechend dem Valenzband.



Dotierstoffatome der III. Hauptgruppe in der Konzentration  $N_A$  werden durch die Aufnahme eines zusätzlichen Elektrons negativ ionisiert. Sie werden als *Akzeptor* (für *akzeptieren*, *aufnehmen*) bezeichnet, sind fest im Kristallgitter eingebaut und können daher nicht zu einem Stromfluss beitragen. Die entstandenen Löcher im Valenzband dagegen können sich frei bewegen und zum Stromfluss beitragen. Diese Eigenschaft nennen wir *Fremdleitung* in einem *p-dotierten Halbleiter*. Man nennt ihn *p-leitend*.

Wird ein Halbleiter sowohl mit Donatoren in der Konzentration  $N_D$  als auch mit Akzeptoren der Konzentration  $N_A$  dotiert, so werden beide ionisiert. Maßgeblich für den Leitfähigkeitstyp ist der Dotierstoff, welcher in höherer Konzentration eingebracht wurde. Wirksam ist dann die sogenannte *Nettodotierung*  $N = |N_A - N_D|$ .

### 2.3.3 Ladungsbilanz

In der Halbleiterelektronik ist es üblich, Dotierstoffkonzentrationen mit der Anzahl Fremdatome pro Kubikzentimeter anzugeben. Typische Konzentrationen bewegen sich im Bereich von  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$  bis zu  $10^{20} \text{ cm}^{-3}$ . Silizium besteht aus ca.  $5 \cdot 10^{22}$  Atomen pro  $1 \text{ cm}^3$ . Demnach kann maximal ungefähr jedes 500. Siliziumatom durch ein Dotierstoffatom ersetzt werden. Die Einbringung höherer Konzentrationen verbietet die maximale Löslichkeit der Elemente im Festkörper.

In einem Halbleiter entstehen durch Eigenleitung sowohl freie Elektronen als auch Löcher. Werden Dotierstoffatome in das Kristallgitter eingebaut, entstehen zusätzliche freie Elektronen im Leitungsband (Dotierung mit Donatoren) oder zusätzliche freie Löcher im Valenzband (Dotierung mit Akzeptoren). Die freien Ladungsträger, welche in der höheren Konzentration auftreten, werden als *Majoritäten*, diese in geringerer Konzentration als *Minoritäten* bezeichnet. Entsprechend stellen in einem n-dotierten Halbleiter Elektronen die Majoritäten dar, dagegen in einem p-dotierten Halbleiter die Löcher.

In einem elektrisch neutralen Kristall muss die Konzentration der ortsfesten und beweglichen positiven Ladungsträger (Donatoren und Löcher) gleich der Konzentration der ortsfesten und beweglichen negativen Ladungsträger (Akzeptoren und Elektronen) sein:

$$N_D^+ + p = N_A^- + n \quad (2.1)$$

Dieser Zusammenhang ist für das nachfolgende Verständnis einer Kombination aus p- und n-leitenden Zonen in einem Halbleiter von großer Wichtigkeit.

Steigt aufgrund einer Dotierung mit Donatoren die Konzentration an freien Elektronen an, so bleibt die Löcherkonzentration nicht konstant auf ihrem Wert  $n_i$  eines intrinsischen Halbleiters.

ters. Die Vielzahl an Elektronen reduziert die Anzahl Löcher. Umgekehrt reduziert die Vielzahl an Löchern in einem p-Halbleiter die Anzahl der freien Elektronen.



Befindet sich der Halbleiter im thermischen Gleichgewicht, dann gilt das *Massenwirkungsgesetz*:

$$n \cdot p = n_i^2 \quad (2.2)$$

Das Produkt aus Elektronen- und Löcherkonzentration ist bei gegebener Temperatur konstant.

### Beispiel 2.2 Ladungsträgerkonzentration im dotierten Halbleiter

Ein Siliziumkristall sei mit Phosphor (Donator) in der Konzentration  $N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  dotiert. Bei einer Temperatur von  $T = 300 \text{ K}$  betrage die intrinsische Ladungsträgerdichte  $n_i \approx 1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ . Gesucht sind die Elektronen- und Löcherkonzentration.

Bei  $T = 300 \text{ K}$  sind alle Dotierstoffatome ionisiert. Jedes Phosphor-Atom hat somit ein freies Elektron in das Leitungsband abgegeben. Die Konzentration der Dotierstoffatome ist um einige Größenordnungen größer als die intrinsische Ladungsträgerkonzentration. Für die Elektronenkonzentration gilt also:

$$n \approx N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \quad (2.3)$$

Die Löcherkonzentration folgt aus dem Massenwirkungsgesetz (2.2):

$$p = \frac{n_i^2}{n} \approx \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{(1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3})^2}{10^{18} \text{ cm}^{-3}} = 225 \text{ cm}^{-3} \quad (2.4)$$

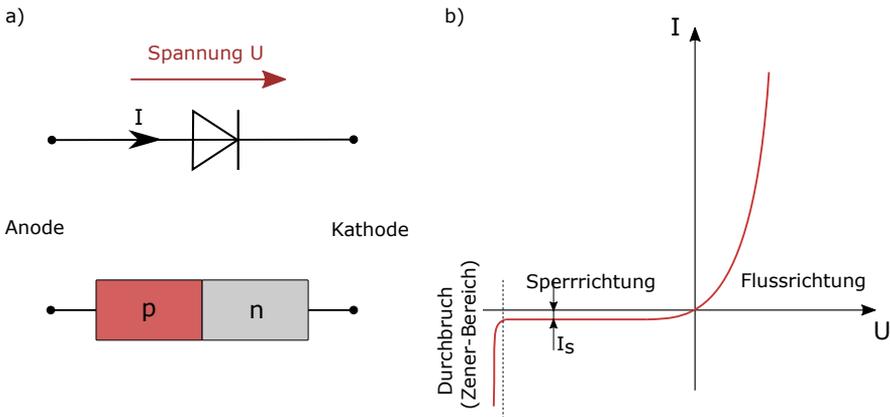
In einem Kubikzentimeter befinden sich also  $10^{18}$  freie Elektronen im Leitungsband, aber nur 225 freie Löcher im Valenzband. ■

## ■ 2.4 pn-Übergang

Der pn-Übergang stellt die einfachste Form eines elektronischen Bauteils dar, an welchem die Ladungsbilanz und Potenzialverteilung in einem Halbleitermaterial grundlegend betrachtet werden kann.

### 2.4.1 Sperrwirkung der pn-Diode

Treten ein p- und ein n-dotierter Halbleiter in Kontakt, so ergibt sich an der Grenzfläche eine Sperrwirkung, welche einen Stromfluss nur noch in eine Richtung zulässt. Den Aufbau und die Kennlinie dieser Halbleiterdiode zeigt Bild 2.9. Wird eine positive Spannung  $U$  in Flussrichtung (von p zu n) angelegt, so steigt der Strom durch die Diode exponentiell mit der Spannung an.



**Bild 2.9** a) Schaltbild und schematischer Aufbau einer pn-Halbleiterdiode. b) Verlauf der Strom-Spannungs-Kennlinie

Wird dagegen eine negative Spannung in Sperrrichtung angelegt, so blockiert die Diode nahezu den Stromfluss; es fließt lediglich der relativ kleine Sperrstrom  $I_S$ . Das Verhalten lässt sich durch die *Shockley'sche<sup>2</sup> Diodengleichung* beschreiben:

$$I = I_S \left( e^{\frac{U}{u_{th}}} - 1 \right) \quad (2.5)$$

Hierbei ist  $u_{th}$  die sogenannte *Temperaturspannung*. Sie lässt sich aus der *Boltzmann-Konstanten<sup>3</sup>*  $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} = 8.617 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$ , Temperatur  $T$  und der Elementarladung  $q$  bestimmen:

$$u_{th} = \frac{k_B T}{q} \quad (2.6)$$

Bei  $T = 300 \text{ K}$  gilt  $u_{th} \approx 26 \text{ mV}$ .

Überschreitet die Spannung in Sperrrichtung eine gewisse Grenze, so kommt es zum Durchbruch der Sperrschicht (*Lawinendurchbruch* oder *Zener<sup>4</sup>-Bereich*), der allerdings in (2.5) nicht beschrieben ist.

Bild 2.10a zeigt schematisch den Aufbau einer pn-Halbleiterdiode im Querschnitt. Sie besteht aus einem p-dotierten Halbleiter, welcher negativ geladene ortsfeste Akzeptoren im Kristallgitter aufweist. Jeder Akzeptor trägt mit einem freien Loch zu den Majoritäten bei. Entsprechend (2.2) existieren im p-dotierten Halbleiter auch einige wenige freie Elektronen, welche die Minoritäten darstellen. In gleicher Weise tragen die im n-dotierten Halbleiter ortsfesten und positiv ionisierten Donatoren zu den freien Elektronen als Majoritäten bei, wogegen hier Löcher die Minoritäten darstellen. Jeder Bereich verhält sich nach außen elektrisch neutral.

<sup>2</sup> William Shockley (1910–1989), britisch-amerikanischer Physiker, entdeckte zusammen mit John Bardeen und Walter Brattain 1947 während der Tätigkeit bei den Bell Telephone Laboratories den Transistoreffekt. Zusammen erhielten sie 1956 den Nobelpreis für Physik.

<sup>3</sup> Benannt nach Ludwig Boltzmann (1844–1906), österreichischer Physiker und Philosoph, lieferte bedeutende Beiträge zur Thermodynamik und statistischen Mechanik.

<sup>4</sup> Benannt nach Clarence Zener (1905–1993), amerikanischer Physiker.

Aufgrund der unterschiedlichen Konzentration an Elektronen und Löchern kommt es im Bereich der Grenzfläche zu einem Fluss von Ladungsträgern. Dieser Effekt aufgrund eines Gradienten der Konzentration wird als *Diffusion* bezeichnet. Löcher aus dem p-dotierten Gebiet diffundieren in das n-Gebiet. Genauso findet umgekehrt eine Diffusion von Elektronen aus dem n- in das p-Gebiet statt. Im Bereich der Grenzfläche rekombinieren diese Ladungsträger miteinander, sodass eine von freien Ladungsträgern geräumte Zone entsteht. In diesem Bereich verbleiben im p-Halbleiter nur noch die negativ geladenen Akzeptoren, im n-Halbleiter die positiv geladenen Donatoren. Diese beiden Bereiche sind nicht mehr elektrisch neutral und werden daher als *Raumladungszone* (auch: *Verarmungszone*, engl. *depletion region*) bezeichnet.

Innerhalb der Raumladungszone ist ein elektrisches Feld entstanden. Freie Ladungsträger, ob Elektronen oder Löcher, werden im elektrischen Feld entgegen ihrer Diffusionsrichtung beschleunigt. Daher kommt es bei Ausbildung einer bestimmten Dicke der Raumladungszone und der damit verbundenen Feldstärke zu einem Stoppen des Ladungsausgleichs. Bild 2.10b zeigt den Verlauf der Feldstärke und des elektrostatischen Potentials entlang einer Schnittlinie von p- zu n-Zone. Die entstandene Potentialdifferenz wird als *Diffusionspotential*  $U_D$  bezeichnet und verursacht die Sperrwirkung der Diode.

Wird die Diode mit  $U > 0$  in Flussrichtung gepolt (positive Spannung von p- zu n-Zone), dann verringert sich die Potentialdifferenz über der Raumladungszone; sie beträgt dann  $U_D - U$ . Als Folge kann wieder ein Diffusionsstrom von Ladungsträgern fließen. In Sperrrichtung ( $U < 0$ ) dagegen wird die Potentialbarriere noch vergrößert und die Diode sperrt den Stromfluss.



Das elektrische Feld in der Raumladungszone ist in jedem Betriebszustand (thermisches Gleichgewicht, Fluss- oder Sperrrichtung) grundsätzlich immer von der p-dotierten zur n-dotierten Zone gerichtet. Es wird von den Akzeptoren und Donatoren in der an freien Ladungsträgern verarmten Zone hervorgerufen (engl. *depletion region*).

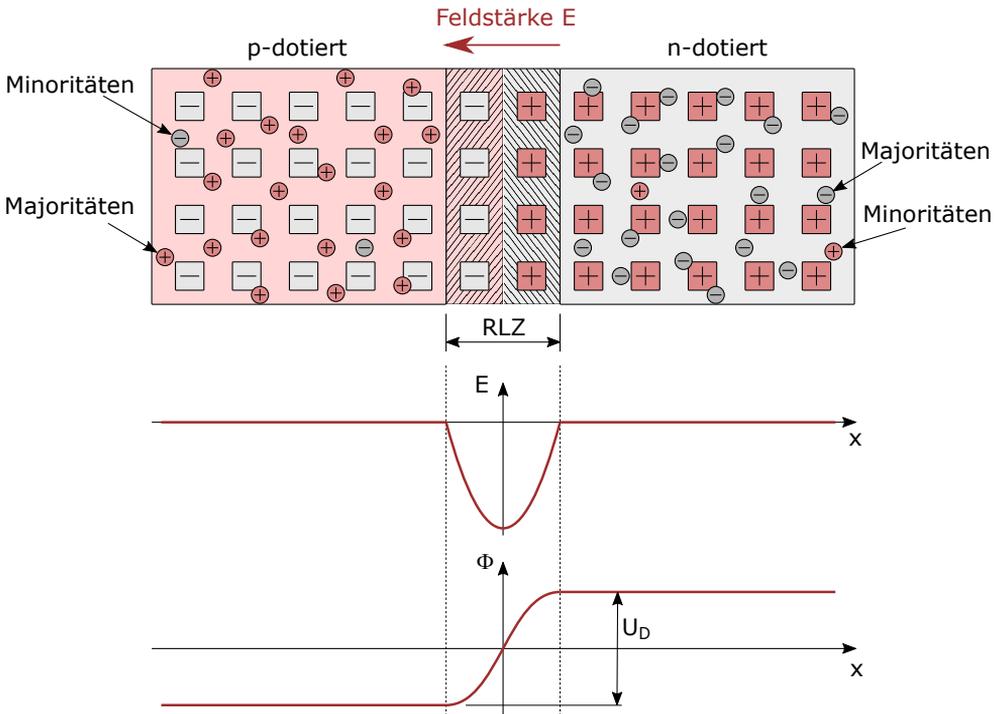
Die Dicke der Raumladungszone  $d_{RLZ}$  hängt von den jeweiligen Dotierungskonzentrationen ab und liegt in der Größenordnung weniger Mikrometer. Die verbleibenden Zonen des Halbleiters (exklusive der Raumladungszone) sind elektrisch neutral und tragen zur eigentlichen Funktion der Diode nicht bei. Diese sogenannten *Bahnzonen* sind lediglich zur Kontaktierung des pn-Übergangs notwendig und stellen in einer realen Diode einen Serienwiderstand dar.

Sind die n- und p-leitenden Zonen jeweils homogen dotiert, dann ist die Gesamtdicke der Raumladungszone gegeben durch

$$d_{RLZ} = \sqrt{\frac{2 \varepsilon (N_A + N_D)}{q N_A N_D} (U_D - U)} \quad (2.7)$$

Hierbei ist  $\varepsilon$  die Dielektrizitätskonstante des Halbleitermaterials (für Silizium:  $\varepsilon_{Si} = 11.7 \varepsilon_0$ ).

Je geringer die Dotierungskonzentrationen sind, desto dicker ist die ausgebildete Raumladungszone. Die gesamte Raumladungszone verhält sich nach außen elektrisch neutral, daher müssen innerhalb dieser Zone gleich viele positive und negative Ladungen sich gegenüberstehen. Ist beispielsweise die p-Zone geringer dotiert als die n-Zone, so muss daher in der p-Zone ein größeres Volumen als im n-Gebiet umschlossen werden, damit die Gesamtzahl an Akzeptoren in der Raumladungszone gleich der Anzahl Donatoren ist.



**Bild 2.10** Struktureller Aufbau einer pn-Halbleiterdiode mit Darstellung der Ladungen und Ausbildung der Raumladungszone (RLZ) als Sperrschicht. Darunter ist der Verlauf der elektrischen Feldstärke und des Potentials gezeigt.



Für die Ausdehnung  $d_{RLZ,p}$  in das p-leitende Gebiet mit der Dotierungskonzentration  $N_A$  bzw. die Ausdehnung  $d_{RLZ,n}$  in das n-leitende Gebiet der Dotierung  $N_D$  gilt der Zusammenhang:

$$d_{RLZ,n} \cdot N_D = d_{RLZ,p} \cdot N_A \quad (2.8)$$

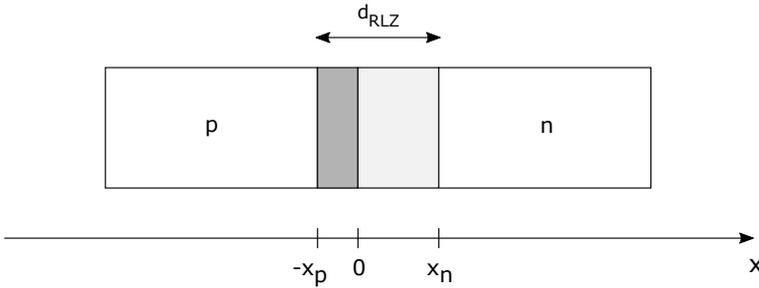
Die Raumladungszone an einem pn-Übergang dehnt sich zum größten Teil in das niedriger dotierte Gebiet aus.

Sind die Dotierungskonzentrationen unterschiedlich und gilt beispielsweise  $N_A \ll N_D$ , so lässt sich vereinfachen:

$$d_{RLZ} \approx \sqrt{\frac{2 \epsilon}{q N_A} (U_D - U)} \quad \text{mit: } d_{RLZ,p} \approx d_{RLZ} \quad \text{und} \quad d_{RLZ,n} \approx 0 \quad (2.9)$$

## 2.4.2 Lösung der Poisson-Gleichung am pn-Übergang

Zur Herleitung von Gleichung (2.7) zeigt Bild 2.11 eine schematische Darstellung eines pn-Übergangs entlang einer Koordinate  $x$  als eindimensionale Betrachtungsweise. Beide Zonen



**Bild 2.11** Schematische Darstellung der Raumladungszonenausdehnung am pn-Übergang

seien jeweils homogen dotiert. Im p-Gebiet betrage die Dotierungskonzentration  $N_A$ , im n-Gebiet  $N_D$ . Der metallurgische Übergang liege an der Stelle  $x = 0$ .

Zur Berechnung der Ausdehnung der Raumladungszone  $d_{RLZ}$  und der dabei entstehenden Diffusionsspannung  $U_D$  ist die *Poisson-Gleichung* des elektrostatischen Potentials  $\varphi$  zu lösen:

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (2.10)$$

Für das elektrische Feld in  $x$ -Richtung gilt:

$$E(x) = -\frac{d\varphi}{dx} \quad (2.11)$$

Die Raumladung  $\rho$  ist mit der jeweiligen Konzentration an ionisierten Dotierstoffen gegeben. Außerhalb der Raumladungszone sind die Halbleiterzonen elektrisch neutral, sodass die folgenden Randbedingungen gelten:

$$E(x < -x_p) = E(x > x_n) = 0$$

Das elektrisch neutrale p-Gebiet liege auf Potential  $V_p$ , das neutrale n-Gebiet auf  $V_n$ :

$$\varphi(x < -x_p) = V_p \quad \varphi(x > x_n) = V_n$$

Die Lösung der Differenzialgleichung innerhalb der Raumladungszone erfolgt zunächst getrennt für n- und p-Gebiet.

**p-Gebiet:**  $-x_p \leq x \leq 0$

Für die Raumladungsdichte gilt (negativ geladene Akzeptoren):

$$\rho_n = -qN_A$$

Die Poisson-Gleichung lautet:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{dE}{dx} = -\frac{\rho_p}{\varepsilon} = \frac{qN_A}{\varepsilon}$$

Nach Trennung der Veränderlichen lässt sich in den Grenzen  $x = -x_p$  bis  $x = 0$  integrieren:

$$\begin{aligned} -\int_0^{E(x)} dE &= \frac{qN_A}{\varepsilon} \int_{-x_p}^x dx \\ \Rightarrow E(x) &= -\frac{qN_A}{\varepsilon} (x + x_p) \end{aligned}$$

**n-Gebiet:**  $0 < x \leq x_n$

Mit  $\rho_p = +qN_D$  (positiv geladene Donatoren) folgt in gleicher Weise:

$$E(x) = -\frac{qN_D}{\epsilon}(x_n - x)$$

### Stetigkeit des elektrischen Feldes

Das elektrische Feld an der Stelle  $x = 0$  muss stetig sein. Daher ergibt sich durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke für  $E(x = 0)$  unmittelbar die in Gleichung (2.8) formulierte Regel:

$$\frac{qN_A}{\epsilon}x_p = \frac{qN_D}{\epsilon}x_n$$

Die Ausdehnung in die p-leitende Zone lässt sich also ausdrücken durch

$$x_p = \frac{N_D}{N_A}x_n$$

Nun erfolgt durch weitere Integration die Berechnung der Potenziallösung in den jeweiligen Gebieten.

**p-Gebiet:**  $-x_p \leq x \leq 0$

$$E(x) = -\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{qN_A}{\epsilon}(x + x_p)$$

$$\int_{V_p}^{V(0)} d\varphi = \frac{qN_A}{\epsilon} \int_{-x_p}^0 (x + x_p) dx$$

$$V(0) - V_p = \frac{qN_A}{\epsilon} \left( \frac{1}{2}x^2 + x_p \cdot x \right) \Big|_{-x_p}^0$$

$$\Rightarrow V(0) = V_p + \frac{qN_A}{2\epsilon}x_p^2$$

**n-Gebiet:**  $0 < x \leq x_n$

$$E(x) = -\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{qN_D}{\epsilon}(x_n - x)$$

Integration in den Grenzen  $x = 0$  bis  $x = x_n$  liefert:

$$\Rightarrow V(0) = V_n - \frac{qN_D}{2\epsilon}x_n^2$$

### Stetigkeit des Potentials

An der Stelle  $x = 0$  muss auch das Potenzial  $\varphi$  stetig sein:

$$V(0) = V_n - \frac{qN_D}{2\epsilon}x_n^2 = V_p + \frac{qN_A}{2\epsilon}x_p^2$$