

Michael Krystek

Größen und Einheiten

Das internationale Größen- und
Einheitensystem



Michael Krystek

Größen und Einheiten

Das internationale Größen- und
Einheitensystem

1. Auflage 2022

Herausgeber:
DIN Deutsches Institut für Normung e.V.

Beuth Verlag GmbH · Berlin · Wien · Zürich

Herausgeber: DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

© 2022 Beuth Verlag GmbH

Berlin · Wien · Zürich

Am DIN-Platz

Burggrafenstraße 6

10787 Berlin

Telefon: +49 30 2601-0

Telefax: +49 30 2601-1260

Internet: www.beuth.de

E-Mail: kundenservice@beuth.de

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechts ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung in elektronische Systeme.

Die im Werk enthaltenen Inhalte wurden von Verfasser und Verlag sorgfältig erarbeitet und geprüft. Eine Gewährleistung für die Richtigkeit des Inhalts wird gleichwohl nicht übernommen. Der Verlag haftet nur für Schäden, die auf Vorsatz oder grobe Fahrlässigkeit seitens des Verlages zurückzuführen sind. Im Übrigen ist die Haftung ausgeschlossen.

© für DIN-Normen DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin.

Titelbild: © Iwan Reschetnikow, Nutzung unter Lizenz von adobestock.com

ISBN 978-3-410-31142-3

ISBN (E-Book) 978-3-410-31143-0

Geleitwort

Die Gemeinschaft der Metrologen beschloss auf der *Generalkonferenz der Meterkonvention* (CGPM) im November 2018 eine grundlegende Revision des Internationalen Systems der Einheiten (SI). Diese trat am 20. Mai 2019 in Kraft. Alle sieben Basiseinheiten, das Kilogramm, der Meter, die Sekunde, das Ampere und das Kelvin sind nun eindeutig bestimmt durch die Festlegung der Zahlenwerte von „definierenden Konstanten“. Unter ihnen finden sich fundamentale Naturkonstanten wie die Planck-Konstante und die Lichtgeschwindigkeit, sowie die Elektronenladung, die Avogadro-Konstante und die Boltzmann-Konstante.

Die mehr als hundert Mitglieds- und assoziierten Staaten der Meterkonvention stimmten einhellig für diese bisher weitreichendste Revision des Einheitensystems seit Bestehen der Meterkonvention 1875. Max Planck hatte bereits 1899 in seinem berühmten Artikel „*Über irreversible Strahlungsvorgänge*“, in dem er die Planck-Konstante postulierte und damit die Quantenmechanik begründete, eine solche Definition visionär angeregt: die so definierten Einheiten sind „*unabhängig von speciellen Körpern oder Substanzen*“, und werden „*ihre Bedeutung für alle Zeiten und für alle, auch ausserirdische und aussermenschliche Culturen notwendig behalten*“. Artefakte wie das Urkilogramm oder das Urmeter haben ausgedient. Das Einheitensystem beruht auf unserem modernen theoretischen Verständnis der Natur.

Selbst für die Metrologie, die *Wissenschaft des Messens und seiner Anwendungen*, bedeutete dieser Schritt einen grundlegenden Kulturwandel, auch wenn in der Vergangenheit schon der Meter oder die Sekunde nach diesem Prinzip definiert waren. Nicht überraschend führte so die Revision zu intensiven, grundlegenden und kontroversen Diskussionen der Mitglieder der Meterkonvention zu Grundbegriffen der Metrologie, wie „Größe“, „Größenwert“ oder „Einheit“. Dieser Diskurs wird bis zum heutigen Tag in einer Arbeitsgruppe des Konsultativkomitees für Einheiten (CCU), sowie in einer gemeinsamen Arbeitsgruppe mit anderen Institutionen der internationalen Qualitätsinfrastruktur geführt, der insbesondere auch die internationale

Organisation für Normung (ISO), angehört. In einer weiteren, neuen Arbeitsgruppe des CCU wird darüber hinaus eine umfassende Debatte weitergeführt, die sich solchen kohärenten SI-Einheiten widmet, die lediglich ein Alias, also ein Name oder eine Bezeichnung, für die Einheit Eins bzw. das Zeichen 1 sind. Dazu gehört z. B. die früher als „Hilfseinheit“ bezeichnete Einheit *Radian* für den ebenen Winkel.

Der Autor stellt mit dem vorliegenden Buch gerade zur rechten Zeit eine umfassende, in sich konsistente, auf dem revidierten SI basierte, moderne und klare Darstellung der Begrifflichkeiten zu physikalischen Größen, Größenwerten und Einheiten vor. Darüber hinaus werden ganz allgemein die Grundlagen von Einheitensystemen dargestellt, das Rechnen mit Einheiten erläutert, international anerkannte Schreibweisen und mathematische Symbole zusammengefasst sowie gängige Formelzeichen behandelt. Das revidierte SI basiert letztendlich auf der Quantentheorie, als Grundlage der modernen Physik, und so ist es schlüssig, dass die Abhandlung mit einem Exkurs zu Nukliden, Teilchen und zu Quantenzuständen schließt.

In Analogie zur berühmten Abhandlung „Zählen und Messen, erkenntnistheoretisch betrachtet“ von Hermann von Helmholtz, erster Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, will auch dieses Buch Orientierung geben. In der Folge hat insbesondere auch das Deutsche Institut für Normung (DIN) immer wieder grundlegende Konzepte sowie die Begriffsbildung in der Metrologie erarbeitet und in die internationale Diskussion eingebracht. Die Metrologie, das Messen, nimmt in der modernen Welt immer weiteren Raum ein. Sie ist die Basis des globalen Handels, sie hinterlegt die Naturwissenschaften, die Medizin und in Zukunft vielleicht sogar einen Teil der Sozial- und Geisteswissenschaften.

Nicht zuletzt deswegen ist es entscheidend wichtig, dass grundlegende Begrifflichkeiten und Konzepte der Metrologie im internationalen Konsens, wissenschaftlich auf der Höhe der Zeit, definiert und festgelegt sind. Insofern wird das vorliegende Buch den zurzeit geführten, internationalen Diskurs wesentlich beflügeln.

Die Abhandlung kommt auch aus einem weiteren Grunde genau zur rechten Zeit: Die praktische, die angewandte, die gesetzliche Metrologie befindet sich wie viele andere Bereiche des Lebens in einer Phase des Umbruchs, vorangetrieben durch die Digitalisierung. Metrologie ist nicht nur eine Wissenschaft, sondern auch eine Dienerin. Sie dient ganz wesentlich den Menschen, der Wirtschaft, der Gesellschaft und der Wissenschaft im tagtäglichen Gebrauch. Überall schreitet die Digitalisierung voran. In der Metrologie werden in Zukunft Kalibrierscheine, Zertifikate, Zulassungen und vieles mehr vollständig digital erstellt werden. Kalibrierscheine und Zertifikate müssen langfristig nicht nur maschinenlesbar sein, sondern Maschinen müssen diese selbstständig interpretieren und auf dieser Basis, auch untereinander, ohne Menschen agieren können. Grundvoraussetzung hierfür ist, neben international vereinbarten Metadatenformaten für Messdaten, eine logisch konsistente Terminologie, Semantik und Ontologie.

Mit der Revision des Einheitensystems steht die Metrologie wissenschaftlich bis weit in die Zukunft hinein auf festem Fundament, sodass die Gemeinschaft der Metrologen nun, zusammen mit der internationalen Qualitätsinfrastruktur, diese neuerliche, große Herausforderung angehen kann. Bereits in der nächsten Generalkonferenz der Meterkonvention im November 2022 soll eine Resolution zur Einrichtung eines Forums „Metrologie und Digitalisierung“ eingereicht werden, welches sich genau dieser Aufgabe annehmen soll.

Aus all diesen Gründen wünsche ich dem Autor und der Abhandlung die wohlverdiente Beachtung in der internationalen Diskussion zum Wohle der Zukunft der Metrologie.

Braunschweig, im Januar 2022

Prof. Dr. Dr. h. c. Joachim H. Ullrich

Präsident der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB)

Vizepräsident des *Comité International des Poids et Mesures* (CIPM)

Präsident des *Comité consultatif des unités* (CCU) des CIPM

Vorwort

Im Jahre 1875 wurde die Meterkonvention von 17 Staaten in Paris unterschrieben, ein Vertrag, der erstmals in der mehr als 5000 Jahre alten Geschichte des Zählens und Messens zu einer internationalen Vereinheitlichung der physikalischen Einheiten führte. Aus der Meterkonvention, welche das nach der französischen Revolution von 1789 geschaffene metrische System von einem nationalen zu einem internationalen System machte, entstand im Jahre 1960 das Internationale Einheitensystem (SI), das heute weltweit verwendet wird.

Zunächst wurden im Jahre 1889 nur die Einheiten für die Masse und die Länge durch Maßverkörperungen aus einer Platin-Iridium-Legierung festgelegt, wie das zu dieser Zeit üblich war. In der seitdem vergangenen Zeit hat das ursprüngliche Einheitensystem erhebliche Veränderungen durchgemacht. Es wurde schrittweise erweitert und modernisiert, wobei es auch mehrfach zu Neudefinitionen kam, die – weitgehend unbeachtet von der Mehrzahl der Physiker – zu einer fortschreitenden Abstraktion des Begriffs „physikalische Einheit“ führte. Über diese Entwicklungen kann sich der Leser im ersten Kapitel informieren.

Die übrigen Kapitel dieses Buches haben mehr den Charakter eines Nachschlagewerks und sollen möglichst umfassend, aber nicht in die Tiefe gehend über das Internationale Größen- und Einheitensystem (SI) informieren, wie es sich nach der Revision im Jahre 2019 darstellt.

Das Buch wendet sich an alle Leserinnen und Leser, die mit physikalischen Größen und ihrer Messung zu tun haben, d. h. Naturwissenschaftlerinnen und Naturwissenschaftler, Ingenieurinnen und Ingenieure, Messtechnikerinnen und Messtechniker, aber auch Lehrerinnen und Lehrer, Hochschullehrerinnen und Hochschullehrer, Studentinnen und Studenten dieser wissenschaftlichen Disziplinen.

Auch Mathematikerinnen und Mathematikern, die sich eher mit den theoretischen Aspekten der Metrologie auseinandersetzen wollen oder müssen, bieten die ersten drei Kapitel des Buches ausreichend Information, um sich mit der Terminologie der Metrologie vertraut zu machen und so den Erfahrungsaustausch mit anderen Wissenschaftsdisziplinen zu erleichtern.

An dieser Stelle möchte ich auch Herrn Dr. Franz Josef Drexler für die vielen fruchtbaren Diskussionen und für die jahrelange freundschaftliche Zusammenarbeit danken. Die Bezeichnung $|Q|$ für den Größenwert einer Größe Q ist seine Idee, die ich gern übernommen habe.

Berlin, im Januar 2022

Michael Krystek

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Physikalische Größen	11
2.1	Größe, Einheit, Größenwert	11
2.2	Größensysteme	12
2.3	Formelzeichen für physikalische Größen	14
2.4	Rechnen mit Größenwerten	15
2.5	Benennungsgrundsätze für Größen	16
3	Einheiten	21
3.1	Einheitensysteme	21
3.2	Das internationale Einheitensystem (SI)	22
3.3	Definition der Basiseinheiten	23
3.4	Abgeleitete Einheiten	28
3.5	Vorsatznamen und Vorsatzzeichen	31
3.6	Einheiten im SI, die keine SI-Einheiten sind	32
3.7	Einheiten logarithmischer Größen	34
3.8	Rechnen mit Einheiten	38
3.9	Exakte physikalische Konstanten	39
4	Schreibweise von Zahlen	43
5	Mathematische Symbole	45
5.1	Allgemeine Symbole	45
5.2	Buchstabensymbole	46
5.3	Kreisfunktionen, Hyperbelfunktionen	47
5.4	Komplexe Größen	48
5.5	Periodisch zeitabhängige Größen	48

5.6	Vektor- und Tensorrechnung	49
5.7	Matrizenrechnung	50
5.8	Mengenlehre	51
5.9	Mathematische Logik	52
6	Formelzeichen für Größen	53
6.1	Raum und Zeit	54
6.2	Mechanik	55
6.3	Statistische Physik	57
6.4	Thermodynamik	58
6.5	Elektrizität und Magnetismus	59
6.6	Strahlung, Licht	61
6.7	Akustik	62
6.8	Quantenmechanik	63
6.9	Atom- und Kernphysik	64
6.10	Festkörperphysik	66
6.11	Molekülspektroskopie	69
6.12	Chemische Physik	71
6.13	Plasmaphysik	72
6.14	Kenngrößen der Dimension Zahl	75
7	Elemente, Nuklide und Teilchen	79
8	Quantenzustände	85
8.1	Allgemeine Regeln	85
8.2	Atomspektroskopie	85
8.3	Molekülspektroskopie	86
8.4	Kernspektroskopie	87
8.5	Spektroskopische Übergänge	87
8.6	Nomenklatur in der Kernphysik	88
	Literatur	91

1 Einleitung

ἀριθμῷ δέ τε πάντ' ἐπέουκεν

καὶ πάντα γὰρ μὰν τὰ γινωσκόμενα ἀριθμὸν ἔχοντι : οὐ
γὰρ ὅτιῶν τε οὐδὲν οὔτε νοηθῆμεν οὔτε γνωσθῆμεν ἄνευ
τούτω

Alles entspricht der Zahl.

*Und es hat wahrhaft alles, was man erkennen kann,
Zahl, denn es ist nicht möglich, irgendetwas zu verstehen
oder zu erkennen ohne diese.*

PHILOLAOS VON KROTON

1. Die Metrologie beschäftigt sich mit *Zählen* und *Messen*. Es gibt nur wenige Dinge, welche die Menschheit so unmittelbar und universell betreffen. In ähnlicher Weise wie die Benutzung der Sprache eines Volkes erfolgt die alltägliche Verwendung ihrer Zahlen und Maße intuitiv und ohne aktives Nachdenken.

Über den Ursprung der Zahlen und Maße können nur Mutmaßungen angestellt werden, da es an ausreichenden historischen Quellen mangelt. Wir können aber davon ausgehen, dass die Idee des Zählens und Messens auf elementare mentale Prozesse und Bedürfnisse der Menschen zurückgeführt werden kann.

Die Zahlen sind wohl schon sehr früh in der Menschheitsgeschichte durch eine Abstraktion des Zählens entstanden. Mit Kerben versehene Knochen aus der Steinzeit können als Anfänge des Abstraktionsprozesses gedeutet werden, der letztlich zur Entstehung des Zahlbegriffs geführt hat. Der Zusammenhang der ursprünglichen Begriffe „Zahl“ und „Zählen“ ist auch in der Sprache noch erkennbar.

Die Zahlen wurden ursprünglich als aus Einheiten zusammengesetzt angesehen. Diese Auffassung findet sich noch in den ersten beiden Definitionen im VII. Buch der *Elemente* des Euklid. Zahlen waren zur Zeit Euklids ausschließlich die heutigen *natürlichen Zahlen*. Ihre Einheit, die Zahl Eins, wurde wegen ihrer speziellen Eigenschaften zunächst nicht als Zahl angesehen.

Das Zählen beruht auf der Vorstellung, dass die als unteilbare Einheiten aufzufassenden Objekte der Umwelt (Tiere, Bäume, Steine, usw.) entweder tatsächlich oder zumindest in Gedanken gruppiert und angeordnet werden können. Auf die Frage „Wie viele?“ antworten wir mit einer Zahl, die wir durch Zählen erhalten haben. Diese Zahl, die *Anzahl*, ist immer eine Zahl von etwas.

Die Idee des Messens ist vermutlich auch sehr früh entstanden. Sie beruht auf der Wahrnehmung, dass nicht alle Dinge der Umwelt aus getrennten Einheiten zusammengesetzt sind. Den Menschen der Frühzeit wird nicht entgangen sein, dass sich z. B. eine bestimmte Menge des für sie lebensnotwendigen Wassers nicht durch Zählen bestimmen lässt, weil sie beliebig teilbar ist und daher jede Teilmenge als Einheit dienen kann. Um sich anderen Menschen mitteilen zu können, musste also auch die zugrunde gelegte Teilmenge (z. B. „eine Hand voll“) genannt werden, die als Einheit diente. Auf die Frage „Wie viel?“ antworten wir mit einer Zahl, die wir durch Messen erhalten haben. Diese Zahl ergibt aber nur in Verbindung mit einer Einheit einen Sinn. Diese Einheit kann beliebig gewählt werden.

2. Wie die Entwicklung der Zahlen und Maße von der Frühzeit der Menschheit bis zum Auftauchen der ersten Hochkulturen vor etwa 5000 Jahren verlief, liegt im Dunkel der Geschichte. Sie scheint aber überall ähnlich verlaufen zu sein.

In Ägypten und Mesopotamien gab es schon vor Jahrtausenden ein vollständig entwickeltes Einheitensystem mit allgemein verbindlich festgelegten Längen- und Gewichtseinheiten, die durch Maßverkörperungen dargestellt wurden. Da auch schon mit Brüchen gerechnet werden konnte und für die Darstellung von Zahlen ein Stellensystem existierte, war es möglich, mit Teilen und Vielfachen dieser Einheiten umzugehen. Die Messung von Strecken und Gewichten konnte durch einen direkten Vergleich mit den jeweiligen Maßverkörperungen durchgeführt werden.

Die Zeitmessung musste auf eine andere Weise erfolgen. Um Kalenderdaten und Uhrzeiten zu bestimmen, bediente man sich der Beobachtung der Himmelskörper, insbesondere der Sonne und des Mondes. Hierbei diente die Dauer einer Erdrotation als Grundlage der *Zeiteinheit Tag*, die zunächst in zwölf Doppelstunden geteilt war. Diese Einteilung hatte ihren Ursprung in der Sternmythologie der Mesopotamier. Im 6. Jahrhundert v. Chr. führten dann babylonischen Astronomen die Teilung des Tages in 24 Stunden ein. Diese heute noch verwendete Einteilung des Tages und die *Zeiteinheit Sekunde* ist mehr als 2500 Jahre alt.

3. Die für damalige Verhältnisse bereits erstaunlich gut entwickelte Messtechnik, die Rechenmethoden, sowie die astronomischen Kenntnisse der alten Hochkulturen wurden im 5. Jahrhundert v. Chr. vom antiken Griechenland aus Mesopotamien und Ägypten nahezu unverändert übernommen. Die griechischen Astronomen nutzten, abweichend von dem sonst im antiken Griechenland verwendeten Dezimalsystem, sogar das bei den Babyloniern übliche sexagesimale Stellensystem.