Detlef Aigner | Gerhard Bollrich

Handbuch der Hydraulik

für Wasserbau und Wasserwirtschaft

2., überarbeitete Auflage

Beuth

Handbuch der Hydraulik

(Leerseite)

DIN

Detlef Aigner
Gerhard Bollrich

Handbuch der Hydraulik

für Wasserbau und Wasserwirtschaft

2., überarbeitete Auflage 2021

Herausgeber:
DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

Beuth Verlag GmbH · Berlin · Wien · Zürich

Herausgeber: DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

© 2021 Beuth Verlag GmbH
Berlin · Wien · Zürich
Am DIN-Platz
Burggrafenstraße 6
10787 Berlin

Telefon: +49 30 2601-0
Telefax: +49 30 2601-1260
Internet: www.beuth.de
E-Mail: kundenservice@beuth.de

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechts ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung in elektronische Systeme.

Die im Werk enthaltenen Inhalte wurden von Verfasser und Verlag sorgfältig erarbeitet und geprüft. Eine Gewährleistung für die Richtigkeit des Inhalts wird gleichwohl nicht übernommen. Der Verlag haftet nur für Schäden, die auf Vorsatz oder grobe Fahrlässigkeit seitens des Verlages zurückzuführen sind. Im Übrigen ist die Haftung ausgeschlossen.

© für DIN-Normen DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin

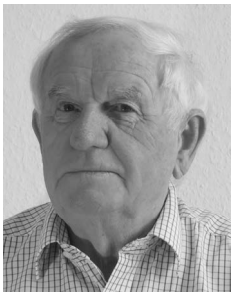
Titelbild: Panorama der Talsperre Klingenberg,
© Landestalsperrenverwaltung Sachsen / Michael Humbsch
Satz: B & B Fachübersetzergesellschaft mbH, Berlin
Druck: Drukarnia Skleniarz, Kraków
Gedruckt auf säurefreiem, alterungsbeständigem Papier nach DIN EN ISO 9706

ISBN 978-3-410-30748-8
ISBN (E-Book) 978-3-410-30749-5

Autorenporträts

Prof. Dr.-Ing. habil. **Detlef Aigner** war bis 2017 Hochschullehrer an der Technischen Universität Dresden, Fakultät Bauingenieurwesen. Er studierte Wasserbau und Wasserwirtschaft an der TU Dresden, arbeitete als Planungsingenieur und kehrte 1979 wieder an die Universität zurück, wo er promovierte und habilitierte. Er war bis zu seinem Ruhestand Laborleiter des Hubert-Engels-Labors. In den letzten Jahren standen die physikalische und numerische Modellierung im Wasserbau und in der Wasserwirtschaft im Mittelpunkt seiner fachlichen Arbeit.

Detlef Aigner ist Mitherausgeber und Mitautor des Bandes „Technische Hydromechanik 2“ sowie Autor und Mitautor zahlreicher Fachpublikationen.



Dr.-Ing. habil. **Gerhard Bollrich** vertrat bis 1992 das Lehrgebiet Technische Hydromechanik an der Technischen Universität Dresden. Danach leitete er bedeutende wasserbauliche und wasserwirtschaftliche Projekte im In- und Ausland. Nach 2002 wirkte er an mehreren Hochwasserschutzprojekten mit.

Gerhard Bollrich ist Begründer der Reihe „Technische Hydromechanik“ und Verfasser zahlreicher Fachpublikationen.

Vorwort

Das „Handbuch der Hydraulik“ mit dem Zusatz „für Wasserbau und Wasserwirtschaft“ ist als erweitertes Nachschlagewerk konzipiert und auf die Lösung von praktischen hydromechanischen Aufgabenstellungen des Wasserbaues und der Wasserwirtschaft ausgerichtet. Insbesondere die Hochwasserereignisse der letzten Jahre, aber auch die Wetterextreme wie Trockenheit oder Starkniederschläge als Folge des Klimawandels machen oft eine Neubemessung wasserwirtschaftlicher Anlagen erforderlich. Dieses Buch wird die Ingenieure des Wasserbaus und der Wasserwirtschaft dabei unterstützen.

Im Buch wird auf ausführliche Ableitungen und tiefgreifende Erläuterungen verzichtet. Hier wird auf die Grundlagenbücher und Lehrbücher der Technischen Hydromechanik, der Strömungslehre oder des Wasserbaus verwiesen, die in den letzten Jahren zahlreich auf dem Markt erschienen sind. In diesem Buch wird das Problem benannt, kurz beschrieben und seine Lösung mit dazu erforderlichen Gleichungen und Beiwerten aufgezeigt. Diese sind so aufbereitet, dass sie verständlich und sofort nutzbar sind. Die Lösung eines Problems ist einerseits mit Hilfe von Diagrammen oder Tabellen möglich, kann aber auch andererseits aus Gleichungen und Beiwerten selbst gefunden werden.

Neben den hydraulischen Lösungen enthält das Buch die für ein Handbuch typischen zusätzlichen Informationen wie z. B. mathematische, insbesondere geometrische oder physikalische Tafelwerte und Formeln.

Der Begriff „Hydraulik“, aus dem griechischen Wort „hydro“ (Wasser) abgeleitet, ist wissenschaftlich betrachtet, die Lehre der ruhenden und strömenden Flüssigkeiten. In der technischen Anwendung (technische Hydraulik) wird der Begriff oft nur auf die hydraulischen bzw. pneumatischen Maschinen beschränkt. In diesem Buch wird dieser Begriff als umfassende Definition dieses Fachgebietes verstanden.

Die Hydraulik des Wasserbaues und der Wasserwirtschaft ist als technische Anwendung eher unter dem Begriff „Technische Hydromechanik“ bekannt. Die entsprechende Fachbuchreihe „Technische Hydromechanik“ besteht aus Band 1 als Grundlagenfachbuch für die Ausbildung und das Studium, Band 2 und 4 enthalten spezielle hydraulische Probleme und Band 3, ebenfalls auf die Lehre ausgerichtet, enthält eine Sammlung von Übungsaufgaben und deren Lösungen. Das vorliegende Handbuch der Hydraulik versteht sich als Ergänzung zu diesen Bänden, konzentriert sich dabei auf den Anwender, der die Grundlagen dieses Fachgebietes beherrscht, aber die eine oder andere Formel und den einen oder anderen Beiwert vergessen hat, sucht oder auffrischen möchte. Selbstverständlich sind neuere Untersuchungen, Veröffentlichungen und Erkenntnisse in diesem Buch eingearbeitet, aber man findet auch Vergessenes, schon Bekanntes oder oft Genanntes.

Dresden, Mai 2021

Detlef Aigner
Gerhard Bollrich

Inhaltsverzeichnis

1 Allgemeines ... 1
1.1 Geschichtliche Entwicklung ... 1
1.2 Formelzeichen und Einheiten in der Hydraulik ... 2
1.2.1 Basisgrößen der SI-Einheiten ... 2
1.2.2 Symbolverzeichnis ... 3
1.3 Dezimale Vielfache von Einheiten ... 7
1.4 Griechisches und kyrillisches (russisches) Alphabet, römische Ziffern und Zahlen ... 7
1.5 Umrechnung von britischen und US-Einheiten in metrische Einheiten ... 9
1.6 Historische und nicht mehr gebräuchliche Einheiten ... 12
1.7 Umrechnungen wichtiger Einheiten ... 12

2 Mathematische Grundlagen in der Hydraulik, wichtige geometrische Werte ... 15
2.1 Wichtige Zahlenwerte ... 15
2.2 Trigonometrie ... 15
2.2.1 Allgemeines Dreieck ... 15
2.2.2 Rechtwinkliges Dreieck ... 15
2.2.3 Umrechnungen der Winkelfunktionen ... 16
2.3 Wichtige Funktionen ... 16
2.3.1 Quadratische Gleichung ... 16
2.3.2 Kubische Gleichung ... 16
2.3.3 Newtonsches Näherungsverfahren ... 17
2.3.4 Taylor-Reihe ... 17
2.3.5 Exponentialfunktion ... 18
2.4 Umrechnung von Gefälle und Böschungsneigung ... 18
2.5 Flächenberechnung (Auswahl) ... 19
2.6 Volumenberechnung (Auswahl) ... 22
2.7 Geometrie von Gerinne-Querschnitten mit offenem Wasserspiegel ... 23
2.7.1 Offene Gerinne ... 24
2.7.2 Genormte Kanalquerschnitte bei Vollfüllung nach DIN 4263:2011-06 ... 25
2.8 Schwerpunkt S, Flächenträgheitsmoment und Zentrifugalmoment ... 27
2.9 Hydraulisch günstige Fließquerschnitte ... 28

3 Physikalische Größen und Einheiten ... 33
3.1 Schwerebeschleunigung ... 33
3.2 Corioliskraft ... 34
3.3 Gezeiten ... 35
3.4 Eigenschaften des Wassers ... 37
3.4.1 Dichte ... 37
3.4.2 Dichteveränderungen durch Beimengungen ... 39
3.4.3 Relative Raumänderung des Wassers ... 41

3.4.4 Dampfdruck des Wassers ... 41
3.4.5 Viskosität von Wasser ... 42
3.4.6 Volumenelastizität ... 43
3.4.7 Druckwellengeschwindigkeit ... 43
3.4.8 Oberflächenspannung und Kapillarität ... 46
3.5 Materialwerte weiterer Flüssigkeiten und Gase ... 48
3.6 Materialwerte von Rohrleitungen und Baustoffen ... 49
3.7 Sink-, Fall- und Steiggeschwindigkeit ... 50
3.7.1 Allgemeiner Ansatz ... 50
3.7.2 Sink- bzw. Absetzgeschwindigkeit von Feststoffen in Wasser ... 54
3.7.3 Fallgeschwindigkeit von Wassertropfen in Luft ... 58
3.7.4 Steiggeschwindigkeit von Luftblasen im Wasser ... 59
3.8 Druck ... 61
3.8.1 Definition der Druck-Einheiten ... 61
3.8.2 Atmosphärendruck ... 62
3.8.3 Absolutdruck und Bezugsdruck ... 64
3.8.4 Dampfdruck, Haltedruck und Kavitation ... 65
3.8.5 Druckmessung ... 67

4 Hydrostatik ... 69
4.1 Definitionen ... 69
4.2 Hydrostatische Druckkraft auf ebene Flächen ... 71
4.2.1 Senkrechte Seitenflächen ... 71
4.2.2 Konstruktive Lastaufteilung ... 73
4.2.3 Geneigte Seitenflächen ... 75
4.2.4 Horizontale Bodenflächen, hydrostatisches Paradoxon ... 77
4.2.5 Ebene Flächen unterhalb des Wasserspiegels ... 78
4.3 Zerlegung der Druckkraft in horizontale und vertikale Anteile ... 81
4.3.1 Geneigte Seitenflächen ... 82
4.3.2 Polygonartige Stauwand ... 83
4.3.3 Einfach gekrümmte Stauwand ... 84
4.3.4 Kreiszylinderflächen ... 86
4.4 Innendruck von Behältern, Kesselformel ... 91
4.5 Flüssigkeitsmanometer ... 92
4.6 Niveauflächen ... 94
4.6.1 Kommunizierende Gefäße ... 95
4.6.2 Niveaufläche in gleichmäßig beschleunigten Gefäßen ... 95
4.6.3 Niveaufläche in rotierenden Behältern ... 96
4.6.4 Wasserspiegellage in Gerinnekrümmungen ... 98
4.7 Auftrieb ... 99
4.7.1 Im Wasser eingetauchte Körper ... 99
4.7.2 Hydrostatischer Auftrieb auf Bauwerke ... 100
4.7.3 Hydrodynamischer Auftrieb auf Bauwerke ... 101

4.8 Schwimmen und Schwimmstabilität ... 102
4.8.1 Nachweis der Schwimmfähigkeit ... 102
4.8.2 Nachweis der Schwimmstabilität ... 103
4.9 Hydraulische Presse ... 107

5 Hydrodynamische Grundgleichungen ... 109
5.1 Einführung ... 109
5.2 Begriffe und Definitionen ... 110
5.3 Kontinuität ... 113
5.4 Allgemeine Strömungsgleichungen ... 115
5.5 Bernoulli-Gleichung ... 118
5.6 Fließwechsel ... 119
5.7 Wellenausbreitung ... 121
5.8 Flachwassergleichungen ... 122
5.9 Saint-Venant-Gleichungen ... 123
5.10 Abflussformeln ... 124
5.11 Impuls- und Stützkräfte ... 125
5.12 Ausgleichsbeiwerte ... 127
5.13 Filtergesetz von Darcy ... 128

6 Druckrohrströmung ... 129
6.1 Einleitung ... 129
6.2 Energie- und Drucklinie (Durchflussberechnung) ... 129
6.3 Fließarten, Geschwindigkeitsprofile und Reibungsbeiwert ... 133
6.3.1 Laminare Rohrströmung ... 133
6.3.2 Turbulente Rohrströmung ... 134
6.3.3 Reibungsbeiwert im turbulenten Bereich ... 137
6.4 Absolute und relative hydraulische Rauheit ... 142
6.5 *Q-d-I*-Tafeln zur Durchflussermittlung ... 143
6.6 Druckrohrsortiment nach DIN (Auswahl) ... 146
6.7 Nicht kreisförmige Querschnitte ... 155
6.8 Verkrustung und Alterung von Rohren ... 158
6.9 Örtliche Verluste in Rohrleitungselementen und Armaturen ... 160
6.9.1 Verluste durch Querschnittsänderungen ... 161
6.9.2 Verluste durch Richtungsänderungen ... 169
6.9.3 Einlaufverluste ... 171
6.9.4 Auslaufverluste ... 176
6.9.5 Vereinigungsverluste ... 177
6.9.6 Verzweigungsverluste ... 183
6.9.7 Integraler Verlustbeiwert der Rohrverzweigung ... 185
6.9.8 Verluste an Armaturen ... 187
6.10 Lufteinschluss und Teilfüllung ... 198
6.11 Wasserabzug und Wasserverteilung ... 200
6.11.1 Stromvereinigung ... 200

6.11.2 Wasserabzug mit gelochten Rohren ... 201
6.11.3 Stromtrennung ... 202
6.11.4 Wasserverteilung ... 202
6.12 Pumpen- und Turbinenleitungen ... 203
6.12.1 Pumpenleitungen ... 203
6.12.2 Pumpensonderform: Druckluftheber ... 211
6.12.3 Turbinenleitungen ... 215
6.12.4 Hydraulik der Pumpspeicherung ... 218
6.13 Hydraulische Berechnung von Rohrnetzen ... 221
6.13.1 Wirtschaftliche Fließgeschwindigkeit und wirtschaftlicher Durchmesser ... 222
6.13.2 Netzaufbau ... 225
6.13.3 Hydraulische Kennlinien ... 226
6.13.4 Berechnungsregeln ... 230
6.13.5 Berechnungsverfahren ... 230
6.14 Druckstoß ... 232
6.14.1 Ursachen und Phänomene ... 232
6.14.2 Berechnungsansätze ... 234
6.14.3 Druckstoßverminderung ... 237

7 Freispiegelströmung ... 239
7.1 Allgemeines, Begriffe ... 239
7.2 Fließformeln ... 242
7.2.1 Fließformel nach Gauckler-Manning-Strickler (GMS-Formel) ... 243
7.2.2 Fließformel nach Darcy und Weisbach ... 249
7.2.3 Einfluss der Querschnittsformen auf die Abflussberechnung ... 252
7.2.4 Abflusskurven ... 254
7.3 Abfluss in teilgefüllten, geschlossenen Leitungen ... 256
7.3.1 Genormte Kanalquerschnitte ... 256
7.3.2 Zuschlagen geschlossener Leitungen bei Teilfüllung ... 262
7.3.3 Abfluss in Durchlässen unter Verkehrswegen ... 262
7.4 Schießen und Strömen ... 267
7.4.1 Der kritische Fließzustand ... 268
7.4.2 Die Bedeutung der Froude-Zahl ... 274
7.4.3 Hydraulische Effekte beim Fließwechsel Strömen-Schießen ... 275
7.4.4 Der Wechselsprung (Hydraulic Jump) ... 276
7.4.5 Ermittlung der Randbedingung υ_1 und h_1 am überströmten Wehr ... 277
7.4.6 Fließwechsel durch Verringerung des Fließquerschnittes ... 280
7.4.7 Fließwechsel durch erhöhte Rauheit und Störsteine ... 282
7.4.8 Fließwechsel an unterströmten Verschlüssen ... 283
7.5 Schubspannung und Sohlbewegung ... 283
7.5.1 Definition der Schubspannung ... 283
7.5.2 Kritische Schubspannung und kritische Geschwindigkeit ... 285
7.5.3 Geschiebetransport ... 288

7.6 Lokale Verluste ... 290
7.6.1 Einlaufverluste ... 290
7.6.2 Gerinneübergänge ... 291
7.6.3 Krümmungen ... 293
7.6.4 Einbauten (Pfeilerstau) ... 295
7.7 Stau- und Senkungslinien ... 296
7.8 Instationäre Freispiegelströmungen – Schwall- und Sunkwellen ... 303
7.8.1 Allgemeines ... 303
7.8.2 Berechnungsansatz Schwallwelle ... 305
7.8.3 Sunkwelle, Berechnungsansatz ... 306
7.8.4 Schwall und Sunk im Rechteckquerschnitt ... 306
7.8.5 Näherungsberechnungen ... 307
7.8.6 Schwall in beliebig geformten Gerinnequerschnitten ... 308
7.8.7 Iterative Berechnung der Sunkwellen ... 309
7.8.8 Verformung von Schwallwellen ... 310
7.8.9 Berechnungsbeispiel ... 312
7.8.10 Maßnahmen zum Schwallabschlag ... 316
7.9 Ausfluss aus Öffnungen und unter Schützen ... 317
7.9.1 Bodenöffnungen ... 318
7.9.2 Seitenöffnung ... 319
7.9.3 Ausfluss unter Schützen ... 321
7.9.4 Rückgestauter Ausfluss ... 325
7.9.5 Rückgestauter Ausfluss aus Seitenöffnungen und Schlitzen ... 328

8 Überfälle und Hochwasserentlastungsanlagen ... 329
8.1 Einleitung Überfälle ... 329
8.2 Überfallformel ... 331
8.3 Überfallbeiwert ... 332
8.3.1 Basiswert μ_0 ... 332
8.3.2 Beiwert μ_1 der Zulaufgeschwindigkeit ... 335
8.3.3 Beiwert μ_2 der Verluste durch Strahleinschnürung und Ablösung ... 338
8.3.4 Einfluss des Strahldruckes – Beiwert μ_3 ... 339
8.3.5 Der unvollkommene Überfall – Beiwert μ_4 ... 339
8.3.6 Einfluss der schrägen Anströmung – Beiwert μ_5 ... 340
8.3.7 Einfluss von Pfeilern und Seiteneinschnürung – Beiwert μ_6 ... 342
8.4 Rechtecküberfall ... 344
8.4.1 Breitkroniger Überfall ... 345
8.4.2 Scharfkantiger Überfall ... 347
8.4.3 Beweglicher Überfall ... 349
8.4.4 Zylinderwehr ... 352
8.4.5 Schmalkroniger Überfall ... 354
8.4.6 Standardüberfall ... 356
8.4.7 Dachwehr ... 359

8.4.8 Schlauchwehr ... 359
8.5 Dreiecküberfall ... 360
8.6 Parabelüberfall ... 362
8.7 Kreisüberfall ... 362
8.8 Proportionalüberfall ... 364
8.9 Exponentialüberfall ... 365
8.10 Zusammengesetzte Messwehre ... 366
8.11 Streichwehr ... 367
8.12 Piano-Wehr ... 369
8.13 Tiroler Wehr ... 370
8.14 Heberüberfall ... 370
8.14.1 Vergleich Heberüberfall – normaler Überfall ... 370
8.14.2 Grenzbedingung Unterdruck im Heberscheitel ... 371
8.14.3 Arbeitszyklus eines und mehrerer Heber ... 372
8.14.4 Abflusssteuerung durch gestaffelte Heber ... 373
8.14.5 Abflusssteuerung durch Belüftung des Hebers ... 374
8.15 Ringförmige Überfälle ... 377
8.15.1 Schachtüberfall ... 378
8.15.2 Versturzleitung ... 390
8.15.3 Wirbelfallschacht ... 391
8.16 Sammelrinne ... 394
8.17 Übergangsrinnen und Schussrinnen ... 400
8.17.1 Wasserspiegellagenberechnung ... 400
8.17.2 Luftaufnahme in Schussrinnen ... 401
8.17.3 Stoßwellen ... 405
8.17.4 Krümmungseinfluss ... 408
8.17.5 Kavitation in Schussrinnen ... 408
8.17.6 Schussrinnenbelüfter ... 409
8.17.7 Beispiel Schussrinne ... 410
8.18 Treppen und Kaskaden ... 412
8.19 Wurfstrahl und Kolkbildung ... 417
8.20 Tosbecken ... 421
8.20.1 Formen des Wechselsprunges ... 421
8.20.2 Die konjugierten Wassertiefen ... 422
8.20.3 Der Energieverlust des einfachen Wechselsprunges ... 423
8.20.4 Tosbecken ... 423
8.20.5 Tosbeckenformen ... 424
8.20.6 Beispiel Tosbeckenberechnung ... 427
8.21 Grundablass und Entnahmeeinrichtung ... 428

9 Wasserstrahlen ... 435
9.1 Wasserstrahlen in der Luft ... 435
9.1.1 Senkrechter Wasserstrahl in der Luft ... 436

9.1.2 Schräger Wasserstrahl in der Luft – Wurfstrahl ... 441
9.1.3 Wurfstrahl bei Hochwasserentlastungsanlagen ... 445
9.2 Wasserstrahlen im Wasser ... 445
9.2.1 Freistrahl in unbegrenztem Raum ... 446
9.2.2 Umgelenkter Freistrahl ... 447
9.2.3 Freistrahl in begrenztem Raum mit freiem Wasserspiegel ... 450
9.3 Strahlausbreitung in einer Querströmung ... 451

10 Sicker- und Grundwasserströmungen ... 453
10.1 Begriffe und Definitionen ... 453
10.1.1 Porosität ... 453
10.1.2 Suffosion, Erosion und Kolmation ... 455
10.1.3 Durchlässigkeitsbeiwert ... 456
10.1.4 Filter und Filteraufbau ... 461
10.1.5 Kapillare Steighöhe ... 463
10.2 Grundwasser-Strömungsgleichungen ... 464
10.3 Brunnenentnahme ... 466
10.3.1 Ungespanntes Grundwasser ... 467
10.3.2 Gespanntes Grundwasser ... 468
10.3.3 Beispiel Brunnen ... 469
10.4 Strom- und Potentialliniennetz ... 470
10.5 Sohlwasserdruck ... 472
10.6 Durchströmung eines Erddammes ... 477
10.7 Hydraulischer Grundbruch ... 481
10.8 Geotextile Filter ... 483
10.9 Stofftransport im Grundwasser ... 485

Literaturverzeichnis ... 487

Stichwortverzeichnis ... 505

(Leerseite)

1 Allgemeines

1.1 Geschichtliche Entwicklung

Die alten Philosophen zählten das Wasser neben dem Feuer, der Luft und der Erde zu den Urstoffen unseres Lebens. Es verkörperte die Kraft, die Reinheit, den Geist und die Schöpferkraft. Heraklit (etwa 500 v. Chr.) betonte die Dynamik des Wassers durch seine überlieferte Aussage, dass man nicht zweimal in denselben Fluss steigen kann. Als eines der natürlichen Elemente unserer Erde ist das Wasser für Mensch, Tier und Pflanze lebensnotwendig und es bestimmt, angetrieben durch die Sonne, den Lebenszyklus der Erde. Es wird gefördert, gespeichert und transportiert. Die ersten Erkenntnisse des Menschen über das Wasser beruhten auf Beobachtungen und das Sammeln praktischer Erfahrungen. Bauwerke am und im Wasser hielten den Belastungen nicht stand und wurden mit diesen neuen Erkenntnissen wieder aufgebaut. Nachweislich wurden bereits vor über 6.000 Jahren in den alten Kulturzentren Dämme errichtet. Überliefert sind die wissenschaftlichen Erkenntnisse von *Archimedes* (287–212 v. Chr.) z. B. zum Auftrieb. Die archimedische Schraube wird ihm zugeschrieben. Das Phänomen Wasser hielt *Leonardo da Vinci* (1452–1519) in vielen seiner Skizzen und Zeichnungen fest und er beschäftigte sich nicht nur als Maler, sondern auch als Wissenschaftler mit dem Wasser. Seine künstlerischen und zeichnerischen Analysen gingen später in die empirische Phase über, in der durch den Naturversuch Erkenntnisse über das Verhalten des Wassers gesammelt wurden. Im 17. bis 19. Jahrhundert entwickelte sich die Mathematik als Grundlagenwissenschaft und Mathematiker wie *Isaak Newton* (1643–1727), *Daniel Bernoulli* (1700–1782) oder *Louis Navier* (1785–1836) und *George Gabriel Stokes* (1819–1903) entwickelten wichtige Grundlagengleichungen der Hydromechanik, die noch heute ihre Namen tragen. Mit der industriellen Revolution im 19. Jahrhundert und der Entwicklung der Messtechnik entstanden erste empirische Gleichungen zur Bewegung des Wassers. *Henry Darcy* (1803–1858), *Julius Weisbach* (1806–1871), *William Froude* (1810–1879) und *Robert Manning* (1816–1897) waren Vorreiter bei der Aufstellung empirischer Fließformeln für Sickerströmungen und Freispiegelströmungen. *Osborne Reynolds* (1842–1942), *Ludwig Prandtl* (1875–1953) oder *Johann Nikuradse* (1884–1979) lieferten wichtige Erkenntnisse zur Turbulenz, zur Grenzschicht und zur Wandrauheit u. a. als Grundlage zur Berechnung von Druckrohrströmungen. Es entstanden erste Labore zur Analyse von Strömungen. Das erste flussbauliche Laboratorium wurde 1898 von *Hubert Engels* (1854–1945) an der damaligen Königlich Sächsischen Hochschule in Dresden gegründet. Hier wurden erste Untersuchungen zur Auskolkung und Sedimentation in einer Modellrinne durchgeführt. Heute existieren an allen größeren Universitäten Laboreinrichtungen zur Untersuchung von Strömungen. Viele der historischen Erkenntnisse und Gleichungen wurden durch neuere Messverfahren und Auswertetechniken verbessert und weiterentwickelt. Einen umfassenden Überblick über die Geschichte der Hydraulik und ihre herausragenden Persönlichkeiten haben *Hunter Rouse* und *Simon Ince* (1980) sowie *Willi Hager* (2003) gegeben. Die von den Mathematikern aufgestellten Theorien wurden durch den Vergleich mit empirisch gewonnenen Daten verifiziert und anwendbar gestaltet. Dieser Prozess der Verifizierung analytischer Lösungen wurde weiter fortgesetzt und auch von der numerischen Modellierung übernommen.

Insbesondere die zeitlich gemittelten Strömungsgleichungen, die Reynolds-Gleichungen, sind auf Ergebnisse empirischer Messungen angewiesen. Auch die rasante Entwicklung der Computertechnik und die damit ermöglichten fein aufgelösten Berechnungen von Strömungen haben es bisher nicht geschafft, die empirischen Verfahren zu verdrängen, im Gegenteil, sie nutzen diese zur Überprüfung und Verifizierung. Das mit diesem kurzen geschichtlichen Abriss eingeleitete Buch soll diesem Anliegen gerecht werden und stellt analytische Lösungen und empirische Daten in komprimierter Form, quasi als Handbuch, vor. Es kann als Nachschlagewerk, als Wissensspeicher oder als Sammlung von Formeln und Beiwerten verstanden werden.

1.2 Formelzeichen und Einheiten in der Hydraulik

1.2.1 Basisgrößen der SI-Einheiten

Das Internationale Einheitensystem, SI-Einheiten (**S**ystème **I**nternational d'unités), basiert auf dem internationalen Größensystem (ISQ). Dieses metrische Einheitensystem wurde 1960 eingeführt und ist heute das weltweit am weitesten verbreitete Einheitensystem für physikalische Größen. Das SI ist ein metrisches, dezimales und kohärentes Einheitensystem mit in Tabelle 1.1 aufgeführten Basisgrößen.

Tabelle 1.1 Basisgrößen der SI-Einheiten

Name der Basisgröße	Symbol	Dimension	Einheit	Definition
Länge	l	L	m	Das **Meter** ist die Länge der Strecke, die das Licht im Vakuum in der Zeit von $1/c_0$ [Sekunden] zurücklegt. Lichtgeschwindigkeit $c_0 = 299.792.458$ m/s.
Masse	m	M	kg	Das **Kilogramm** ist die Masse des internationalen Kilogrammprototyps (Urkilogramm).
Zeit	t	T	s	Die **Sekunde** ist das 9.192.632.770fache der Periodendauer des atomaren Überganges des Caesium-Isotops ^{133}Cs.
Stromstärke	I	I	A	Das **Ampere** ist die Stärke eines konstanten elektrischen Stromes, der im Vakuum zwischen zwei definierten Leitern im Abstand von 1 m fließt. Pro Sekunde entspricht das $6{,}24150948 \cdot 10^{18}$ Ladungsträgern.

Fortsetzung Tabelle 1.1

Name der Basisgröße	Symbol	Dimension	Einheit	Definition
Temperatur	T	Θ	K	Das **Kelvin** ist 1/273,16 der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunkts von destilliertem Reinst-Wasser (Standard Mean Ocean Water).
Stoffmenge	n	N	mol	Das **Mol** entspricht der Stoffmenge der Atome in 12 Gramm des Kohlenstoff-Isotops ^{12}C in ungebundenem Zustand.
Lichtstärke	I_V	J	cd	Die **Candela** entspricht der Lichtstärke von monochromatischem Licht der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hz und der Strahlungsstärke von 1/683 Watt pro Steradiant.

1.2.2 Symbolverzeichnis

Die folgenden Formelzeichen werden im gesamten Buch einheitlich verwendet, wobei die ehemalige DIN 1080-7:1979-03 und DIN 4044:1980-07 die Grundlage bilden. Hier nicht aufgeführte Formelzeichen sind im Text erläutert.

Zeichen	Benennung, Bedeutung, Bemerkung	Einheit
A	Fläche, Fließquerschnitt	m^2
a	Beschleunigung	m/s^2
B	Breite, Wasserspiegelbreite	m
b	Breite	m
Bou	Boussinesq-Zahl	1
C	Chezy-Beiwert	$m^{1/2}/s$
C	Überfallbeiwert	$m^{1/2}/s$
c	absolute Wellenschnelligkeit bei Schwall und Sunk	m/s
c	Druckwellengeschwindigkeit im Wasser	m/s
c	Konzentration	1
c_R	Druckwellengeschwindigkeit im Rohr	m/s
c_W	Wellenausbreitungsgeschwindigkeit	m/s
c_W	Widerstandsbeiwert bei Umströmung	1
DN	Nennweite, Nenndurchmesser, (diameter normale)	m
D	Diffusionsbeiwert	m^2/s
d	Durchmesser	m
d_{hy}	hydraulischer Durchmesser, $d_{hy} = 4 \cdot A/l_U$	m
E	Elastizitätsmodul	$Pa = N/m^2$

Zeichen	Benennung, Bedeutung, Bemerkung	Einheit
e	Beiwert	1
e	Eulersche Zahl, Exponentialfunktion, e = 2,71828...	1
F	Kraft	$N = kg \cdot m/s^2$
f	Frequenz	Hz = l/s
f	Beiwert	1
Fr	Froude-Zahl	1
F_G	Gewichtskraft	N
G	Gezeitenkonstante	m^2/s^2
g	Schwerebeschleunigung	m/s^2
H	Gesamthöhe, Förderhöhe, Energiehöhe	m
h	Höhe, Wasserstand, Überfallhöhe	m
I	Flächenträgheitsmoment	m^4
I	Gefälle	1, %
k	absolute Rauheit, äquivalente Sandrauheit	mm
k_{St}	Strickler-Rauheitsbeiwert	$m^{1/3}/s$
k_f	Durchlässigkeitsbeiwert, Darcy-Beiwert	m/s
k_V	Durchflusskennwert	m^3/h
L, l	Länge	m
$l_ä$	äquivalenter Durchmesser	m
l_U	benetzter Umfang	m
M_L	Maßstabszahl, Modellmaßstab	1
M	Moment	$N \cdot m = kg \cdot m^2/s^2$
m	Masse	kg
n	Böschungsneigung	1
P	Leistung	$W = kg \cdot m^2/s^3$
PN	Druckstufe	10^5 Pa
p	Druck	$Pa = N/m^2 = kg/(m \cdot s^2)$
Q	Durchfluss, Abfluss, Ausfluss, Volumenstrom	m^3/s
q	spezifischer Abfluss, $q = Q/b$	m^2/s
R, r	Radius	m
Re	Reynolds-Zahl	1
r_{hy}	hydraulischer Radius $r_{hy} = A/l_U$	m
s	Weg, Strecke, Schichtdicke, Wanddicke	m
Sr	Strouhal-Zahl	1
T	Temperatur	°C, K
T	Zeit, Zeitintervall	s
t	Zeit	s
U	Umfang	m
u	Komponente der Geschwindigkeit	m/s
V	Volumen	m^3
v	Geschwindigkeit	m/s
v^*	Schubspannungsgeschwindigkeit	m/s
W	Arbeit, Energie	$J = Nm = Ws = kg \cdot m^2/s^2$
w	Wehrhöhe	m

Zeichen	Benennung, Bedeutung, Bemerkung	Einheit
w	Komponente der Geschwindigkeit	m/s
x, y, z	kartesische Koordinaten	m
z	geodätische Höhe, vertikale Koordinate	m
α	Winkel	°
α	Geschwindigkeitshöhenausgleichswert	1
α	Verbauungsverhältnis	1
α'	Impulsausgleichsbeiwert	1
β	Belüftungsgrad	1
β	Winkel	°
$\widehat{\beta}$	Bogenmaß, Radiant	rad
β	Druckhöhenausgleichsbeiwert	1
β'	Druckkraftausgleichsbeiwert	1
Γ	Gravitationskonstante	$m^3/(kg \cdot s^2)$
γ	Raumausdehnungskoeffizient	$°C^{-1}$
δ	Grenzschichtdicke	m
ζ	Beiwert für lokale Verluste	1
η	dynamische Viskosität	$kg/(s \cdot m)$
η	Wirkungsgrad	1
θ	Winkel	°
λ	Widerstandsbeiwert	1
μ	Überfallbeiwert, Ausflussbeiwert	1
ν_T	kinematische Viskosität	m^2/s
Π	dimensionslose Pi-Zahl	1
π	Kreiszahl, $\pi = 3{,}14159$	1
ρ	Dichte	kg/m^3
σ	Oberflächenspannung	kg/s^2
σ	Normalspannung	$Pa = kg/(m \cdot s^2)$
τ	Schubspannung	$Pa = kg/(m \cdot s^2)$
φ	Verlustbeiwert	1
ψ	Kontraktionsbeiwert	1
ω	Kreisfrequenz	$Hz = 1/s$
χ	Beiwert für Rohrleitungskennlinien	s^2/m^5
χ	dimensionsloser Wandabstand von $\upsilon_m/\upsilon_{max}$	1

Indizes

Die speziellen Indizes sind in den Abschnitten oder durch den Bezug zu einer Skizze erläutert.

A	Ausfluss, Fläche, Auftrieb
a	außen
amb, atm	Atmosphäre
abs	absolut
ä	äquivalent
C	Coriolis
crit	kritischer Wert
dyn	dynamisch
E	Energie
f	Filter
G	Gewicht
gr	Grenzwert
ges	gesamt
hy	hydraulisch
i	innen
kin	kinematisch
krit	kritisch
L	Längenbezug
LF	luftfrei
LG	luftgesättigt
M	Motor, Mond
Max, max	Maximum
Min, min	Minimum
m	mittel
n	normal, senkrecht
O	Oberfläche
Ö	örtlich
P	Pumpe
p	Druck
R, r	Reibung
S	Sohle, Sonne
St	Strickler
s	Strecke, Stromlinie
T	Temperatur, Turbulenz
t	turbulent
V	Verlust
w	Widerstand, Wand
wirtsch	wirtschaftlich
W	Wasser
x, y, z	kartesische Koordinaten
zul	zulässig
0	Anfangswert
1, 2	Schnittbezug
Γ	Gravitation

Vorzeichen

Δ, d	Differenz
d	totales Differential
∂	partielles Differential
∇	Nabla-Operator
grad	Gradient
div	Divergenz
$\sum$	Summe

Exponenten

$\bar{}$	Mittelwert
'	turbulente Schwankung
*	speziell
$\wedge$	maximal
~	wechselnd
$\vee$	minimal
$\rightarrow$	Vektor
$\frown$	Bogenmaß

Abkürzungen

EL	Energielinie
DL	Drucklinie
BH	Bezugshorizont
UW	Unterwasser
HQ	Hochwasserabfluss
MQ	Mittelwasserabfluss
NQ	Niedrigwasserabfluss
M	Mittelpunkt
EH	Energiehorizont
WL	Wasserspiegellinie
OW	Oberwasser
KV	Kontrollvolumen
TS	Talsperre
S	Schwerpunkt
NN	Nullniveau
D	Drehpunkt

1.3 Dezimale Vielfache von Einheiten

Tabelle 1.2 Das dezimale Vielfache von Einheiten

Faktor	Vorsatz		
Exponent	Name	Zeichen	Bedeutung
10^{-18}	Atto	a	Trillionstel
10^{-15}	Femto	f	Billiardstel
10^{-12}	Piko	p	Billionstel
10^{-9}	Nano	n	Milliardstel
10^{-6}	Mikro	µ	Millionstel
10^{-3}	Milli	m	Tausendstel
10^{-2}	Zenti	c	Hundertstel
10^{-1}	Dezi	d	Zehntel

Faktor	Vorsatz		
Exponent	Name	Zeichen	Bedeutung
10^{1}	Deka	da	Zehn
10^{2}	Hekto	h	Hundert
10^{3}	Kilo	k	Tausend
10^{6}	Mega	M	Million
10^{9}	Giga	G	Milliarde
10^{12}	Tera	T	Billion
10^{15}	Peta	P	Billiarde
10^{18}	Exa	E	Trillion

Beispiel: 1 Mikrometer = 1 µm = 0,000 001 m = 1 Millionstel Meter
= 0,001 mm = 1 Tausendstel Millimeter

1 Nanometer = 1 nm = 0,000 000 001 m = 1 Milliardstel Meter
= 0,000 001 mm = 1 Millionstel Millimeter

1.4 Griechisches und kyrillisches (russisches) Alphabet, römische Ziffern und Zahlen

Tabelle 1.3 Griechisches und kyrillisches (russisches) Alphabet (DIN 1460:2019-12, Duden 2006)

Griechische Schrift				
Druckschrift		Kursivschrift		Name
Α	α	*Α*	*α*	Alpha
Β	β	*Β*	*β*	Beta
Γ	γ	*Γ*	*γ*	Gamma
Δ	δ	*Δ*	*δ*	Delta
Ε	ε	*Ε*	*ε*	Epsilon
Ζ	ζ	*Ζ*	*ζ*	Zeta
Η	η	*Η*	*η*	Eta
Θ	θ, ϑ	*Θ*	*θ, ϑ*	Theta

Kyrillische Schrift					
Druckschrift		Kursive Schrift		wiss. Transliteration	Lautwert russisch
А	а	*А*	*а*	a	a
Б	б	*Б*	*б*	b	b
В	в	*В*	*в*	v	v
Г	г	*Г*	*г*	g	g
Д	д	*Д*	*д*	d	d
Е	е	*Е*	*е*	e	je
Ж	ж	*Ж*	*ж*	ž	sh
З	з	*З*	*з*	z	s

Fortsetzung Tabelle 1.3

Griechische Schrift				
Druck-schrift		Kursiv-schrift		Name
Ι	ι	*Ι*	*ι*	Jota
Κ	κ	*Κ*	*κ*	Kappa
Λ	λ	*Λ*	*λ*	Lambda
Μ	μ	*Μ*	*μ*	My
Ν	ν	*Ν*	*ν*	Ny
Ξ	ξ	*Ξ*	*ξ*	Xi
Ο	ο	*Ο*	*ο*	Omikron
Π	π	*Π*	*π*	Pi
Ρ	ρ	*Ρ*	*ρ*	Rho
Σ	σ,ς	*Σ*	*σ,ς*	Sigma
Τ	τ	*Τ*	*τ*	Tau
Υ	υ	*Υ*	*υ*	Ypsilon
Φ	φ	*Φ*	*φ*	Phi
Χ	χ	*Χ*	*χ*	Chi
Ψ	ψ	*Ψ*	*ψ*	Psi
Ω	ω	*Ω*	*ω*	Omega

Kyrillische Schrift					
Druck-schrift		Kursive Schrift		wiss. Trans-literation	Lautwert russisch
И	и	*И*	*и*	i	i
Й	й	*Й*	*й*	j	i
К	к	*К*	*к*	k	k
Л	л	*Л*	*л*	l	l
М	м	*М*	*м*	m	m
Н	н	*Н*	*н*	n	n
О	о	*О*	*о*	o	o
П	п	*П*	*п*	p	p
Р	р	*Р*	*р*	r	r
С	с	*С*	*с*	s	s (ss)
Т	т	*Т*	*т*	t	t
У	у	*У*	*у*	u	u
Ф	ф	*Ф*	*ф*	f	f
Х	х	*Х*	*х*	ch	ch
Ц	ц	*Ц*	*ц*	c	z
Ч	ч	*Ч*	*ч*	č	tsch
Ш	ш	*Ш*	*ш*	š	sch
Щ	щ	*Щ*	*щ*	šč	schtsch
Ъ	ъ	*Ъ*	*ъ*	¨	
Ы	ы	*Ы*	*ы*	y	y
Ь	ь	*Ь*	*ь*	´	
Э	э	*Э*	*э*	ė	e
Ю	ю	*Ю*	*ю*	ju	ju
Я	я	*Я*	*я*	ja	ja

Anmerkung: In diesem Buch wird bei Zitaten, z. B. aus dem Russischen, die wissenschaftliche Transliteration verwendet.

Tabelle 1.4 Römische Zahlenzeichen

Die sieben römischen Grundzeichen:							
Indisch-arabische Ziffern:	1	5	10	50	100	500	1 000
Römische Zahlzeichen:	I	V	X	L	C	D	M

Die römischen Zahlen werden von links nach rechts gelesen und addiert, sofern sie in ihrer Wertigkeit abnehmen. Steht jedoch eine kleinere Zahl vor einer größeren, so wird sie von der größeren abgezogen.

Beispiele: II = 2, III = 3, IV = 5 – 1 = 4, VI = 5 + 1 = 6, VII = 7, VIII = 8, IX = 9, XI = 11, XIX = 19, XX = 20, XXX = 30, XL = 40, LX = 60, XC = 90, XCIX = 99, CI = 101, CCCLIX = 359, MCMXCVI = 1996, MMXIII = 2013

1.5 Umrechnung von britischen und US-Einheiten in metrische Einheiten

Tabelle 1.5 Umrechnung von britischen und US-Einheiten in Längenangaben (http://www.hug-technik.com/inhalt/ta/british.htm)

1 inch (in.)	= 25,4 mm
1 mille = 1/1000 in.	= $2{,}54 \cdot 10^{-2}$ mm
1 microinch	= $2{,}54 \cdot 10^{-5}$ mm
1 foot (ft.) = 12 in.	= 304,8 mm
1 yard = 3 ft.	= 914,4 mm
1 rod (rd.) = 5,5 yd.	= 5,0292 m
1 mile (statute)	= 1,60934 km
1 mile (nautical)	= 1,853 km

1 cm	= 0,3937 in.
1 mm	= 39,37 mille
1 mikrometer	= 39,37 microinch
1 cm	= 0,0328 ft.
1 m	= 3,28 ft.
1 m	= 1,0936 yd.
1 km	= 0,6214 mile (st.)
1 km	= 0,54 mile (naut.)

Anmerkung: Im Folgenden werden vorrangig die in der Hydraulik wichtigen Einheiten behandelt. (In Klammern: brit. oder US-Einheiten)

Längen

inch	1 in = 2,54 cm = 25,4 mm
foot	1 ft = 12 in = 30,48 cm = 0,3048 m
yard	1 yd = 3 ft = 0,9144 m
mile	1 mi = 5280 ft = 1760 yd = 1,6093 km
nautic mile	1 knot = 1,852 km

Flächen

square inch	1 sq in = 1 in^2 = 6,45 cm^2
square foot	1 sq ft = 1 ft^2 = 144 in^2 = 929 cm^2 = 0,0929 m^2
square yard	1 sq yd = 0,8361 m^2
acre	1 ac = 4840 sq yd = 4047 m^2 = 0,4047 ha
square mile	1 sq mi = 640 acres = 2,59 km^2

Raummaße, Flüssigkeiten

cubic inch	1 cu in = 1 in^3 = 16,387 cm^3
cubic foot	1 cu ft = 1 ft^3 = 28,3 l = 0,0283 m^3
cubic yard	1 cu yd = 1 yd^3 = 765 l = 0,765 m^3
register ton	1 reg tn = 2,832 m^3
fluid once	1 fl oz = 28,41 cm^3 (brit.) = 29,57 cm^3 (US)
gallon	1 gal (brit.) = 4,546 l; 1 gal (US) = 3,785 l
US barrel petroleum	1 bbl = 42 gal = 158,987 l

Geschwindigkeit

feet per second	1 fps = 0,3048 m/s
mile per hour	1 mph = 1,609 km/h = 0,447 m/s
nautic mile per hour	1 knot = 1,852 km/h = 0,514 m/s

Abfluss, Durchfluss

cubic foot per second	1 ft^3/sec = (oft auch: 1 cu ft sec = 1 cfs) = 28,3 l/s = 101,9 m^3/h
cubic foot per minute	1 ft^3/min = 0,472 l/s = 0,0283 m^3/min = 1,70 m^3/h
cubic foot per hour	1ft^3/h = 28,3 l/h = 0,0283 m^3/h
US gallon per min	1 gpm = 0,00223 ft^3/sec = 0,06309 l/s = 0,227 m^3/h
US gallon per day	1 gpd = 0,1577 l/h = 3,785 l/d

Spezifischer Abfluss $q = Q/b$

cubic foot per foot of width	1 ft^3/sec per ft of width = 1 ft^2/s = 0,0929 m^3/(s·m)

Masse

grain (engl.)	1 gr = 1/7000 lb = 64,8 mg = 0,0648 g
ounce (brit.)	1 oz = 1/16 lb = 28,35 g = 0,02835 kg
pound (brit.)	1 lb = 453,6 g = 0,4536 kg
short hundredweight (US)	1 cwt sh = 100 lb = 45,359 kg
long hundredweight (US)	1 cwt l = 4 qrt (quarters) = 112 lb = 50,802 kg = 1 hundredweight (brit.)
short ton (US)	1 s tn = 20 cwt sh = 2000 lb
long ton (US)	1 l tn = 20 cwt l = 2240 lb = 1,016 t = 1 tn (brit.)

Dichte

pound per cubic foot	1 lb/ft^3 = 16,0185 kg/m^3; 1 kg/m^3 = 0,0624 lb/ft^3
pound per US-gallon	1 lb/gal = 119,8 kg/m^3
part per million	1 ppm = 1 mg/l = 1g/m^3

Kraft

pound-force (brit.)	1 lbf = 4,448 N = 4,448 kg m/s^2 = 0,4536 kp = 32,174 pdl
pound-weight (US)	1 lb wt = 1 lbf
poundal (brit.)	1 pdl = 0,138255 N = 1 lb ft/s^2
short ton-weight (US)	1 sh tn wt = 8896,44 N
long ton-weight (US)	1 l tn wt = 9964 N
ton-force (brit.)	1 tonf = 9964 N = 2240 lb wt = 1 l tn wt

Druck

pound per square foot	1 psf = 47,88 N/m^2 = 47,88 Pa ≙ 4,88 mmWS = 0,00488 mWS
pound per square foot	1 psf = 47,88 N/m^2 = 47,88 Pa ≙ 4,88 mmWS = 0,00488 mWS
foot of water	1 ft H_2O = 0,029891 bar

Arbeit, Energie, Leistung

horse-power	1 hp = 1,014 PS = 0,746 kW
	(1 kW = 1,34 hp; 1 PS = 0,736 kW; 1 kW = 1,36 PS)
foot pound-force	1 ft lbf = 1,3558 N·m = 1,3558 J
foot pound-force per second	1 lbf/s = 1,3558 W
	1 Watt (W) = 1 Joule/s (J/s) = 1 Newton·Meter/Sekunde (N·m/s)

Sonstiges

Grad Fahrenheit:	ºF = 32 + 9/5·ºC
Grad Celsius:	ºC = 5/9·(ºF – 32)
Dynamische Viskosität η:	1 Lb/(ft·sec) = 1,4482 Pa·s
Kinematische Viskosität ν:	1 ft^2/sec = 0,0929 m^2/s = 92,9 St; 1 Stokes (St) = 0,001 m^2/s
Oberflächenspannung σ:	1 Lb/ft = 14,945 N/m
Erdbeschleunigung g:	32,174 ft/sec^2 = 9,80665 m/s^2

Beiwert k_{St} der GMS-Formel: 1 $ft^{1/3}$/sec = 0,673 $m^{1/3}$/s; 1 $m^{1/3}$/s = 1,49 $ft^{1/3}$/ sec
(Näheres siehe Seite 245)

Überfallbeiwert $C = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g}$: 1 $ft^{1/2}$/sec = 0,552 $m^{1/2}$/s; 1 $m^{1/2}$/s = 1,81 $ft^{1/2}$/sec

1.6 Historische und nicht mehr gebräuchliche Einheiten

In vielen alten Quellen findet der Leser heute nicht mehr gebräuchliche Formelzeichen und Einheiten. Deren Bezug zu den heutigen SI-Einheiten soll hier in einer Auswahl gezeigt werden.

Tabelle 1.6 Historische und nicht mehr gebräuchliche Einheiten

Zeichen	Benennung, Bedeutung, Umrechnung	SI-Einheit
a	Ar oder Are, 100 a entsprechen 1 ha	100 m^2
at	technische Atmosphäre entspricht 10 m WS	98.066,5 kg/(m·s^2)
atm	physikalische Atmosphäre entspricht 760 Torr bzw. 760 mm Hg (Quecksilbersäule)	101325 kg/(m·s^2)
atü	Atmosphären-Überdruck, technische Bezeichnung für den Überdruck zum Umgebungsdruck	
bar	Bar, Druckeinheit * oft noch gebräuchlich	10^5 Pa = 10^5 kg/(m·s^2)
torr	Torr, ein Millimeter Quecksilbersäule, 1 mmHg	133,322 Pa
cal	Kalorie	4,1868 kg/(m^2·s^2)
PS	Pferdestärken, Leistung	735,49875 kg·m^2/s^3
kp	Kilopond, Kraft	9,80665 kg·m/s^2
t	Tonne, Gewicht * oft noch gebräuchlich	1000 kg
γ	Wichte, Gewichtskraft pro Volumen, $\gamma = \rho \cdot g$	9806,65 kg/(m^2·s^2)

1.7 Umrechnungen wichtiger Einheiten

Die folgenden Tabellen geben Hilfestellung bei der Umrechnung von Einheiten wichtiger physikalischer Größen aus historischen, anderssprachigen oder aktuellen Quellen.

Tabelle 1.7 Größen und deren Einheiten

Größe	SI-Einheit	SI-Basisgrößen	alte Einheit
Kraft	N	$= kg \cdot m/s^2$	kp
Moment	$N \cdot m$	$= kg \cdot m^2/s^2$	$kp \cdot m$
Druck/Spannung	Pa	$= kg/(m \cdot s^2)$	kp/m^2
	N/m^2	$= kg/(m \cdot s^2)$	at, Torr
	bar	$= 10^5\ kg/(m \cdot s^2)$	mWS
Arbeit/Energie	J	$= kg \cdot m^2/s^2$	$kp \cdot m$ cal
Leistung	W	$= kg \cdot m^2/s^3$	$kp \cdot m/s$ PS

Tabelle 1.8 Umrechnung von Kräfte-Einheiten

Einheit	kp	J/m	N
1 kp	1	9,81	9,81
1 J/m	0,102	1	1
1 N	0,102	1	1

Tabelle 1.9 Umrechnung von Druck-Einheiten

Einheit		Pa	N/mm^2	bar	kp/m^2	at	Torr
Pa	N/m^2	1	10^{-6}	10^{-5}	0,102	$1{,}02\ 10^{-5}$	$7{,}5\ 10^{-3}$
N/mm^2	10 bar	10^6	1	10	$1{,}02\ 10^5$	10,2	$7{,}5\ 10^3$
bar	0,1 MPa	10^5	0,1	1	$1{,}02\ 10^4$	1,02	750
kp/m^2	mm WS	9,81	$9{,}81 \cdot 10^{-6}$	$9{,}81 \cdot 10^{-5}$	1	10^{-4}	0,0736
at	kp/cm^2	98100	0,0981	0,981	10^4	1	736
Torr	mm Hg	133,3	$1{,}33 \cdot 10^{-4}$	$1{,}33 \cdot 10^{-3}$	13,6	$1{,}36 \cdot 10^{-3}$	1

Tabelle 1.10 Umrechnung von Energie-Einheiten

Einheit	kJ	kcal	kWh	kg SKE	kg RÖE	m^3 EG
Kilojoule	1	0,239	0,000278	0,000034	0,000024	0,000032
Kilokalorien	4,1868	1	0,001163	0,000143	0,001	0,00013
Kilowattstunde	3600	859,8	1	0,123	0,086	0,112
Steinkohleeinheit	29307	7000	8,14	1	0,7	0,91
Rohöleinheit	41868	10000	11,64	1,424	1	1,34
Erdgaseinheit	31736	7585	8,82	1,08	0,76	1

Tabelle 1.11 Umrechnung von Leistungs-Einheiten

Einheit	kpm/s	PS	kcal/s	kcal/h	kW	W
kpm/s	1	0,0133	0,00234	8,43	0,00981	9,81
PS	75	1	0,176	632	0,736	736
kcal/s	427	5,69	1	3600	4,19	4190
kcal/h	0,119	0,00158	0,000278	1	0,00116	1,16
kW	102	1,36	0,239	860	1	1000
W = J/s = Nm/s	0,102	0,00136	0,000239	0,86	0,001	1

2 Mathematische Grundlagen in der Hydraulik, wichtige geometrische Werte

2.1 Wichtige Zahlenwerte

Tabelle 2.1 Wichtige Zahlenwerte

π-Zahl	e-Zahl und *g*-Konstante	Grad (°) ≙ Radiant (rad)
π = 3,14159	e = 2,718	360° ≙ 2 π
π/4 = 0,7854	$g^{1)}$ = 9,81 m/s^2	180° ≙ π
$\sqrt{\pi}$ = 1,772	$\sqrt{2g}$ = 4,429 m$^{1/2}$/s	90° ≙ π/2
1/π = 0,3183	$\frac{2}{3}\cdot\sqrt{2g}$ = 2,952 m$^{1/2}$/s	1° ≙ π/180

[1)] Fallbeschleunigung im Mittel in Deutschland, siehe Kapitel 3.

2.2 Trigonometrie

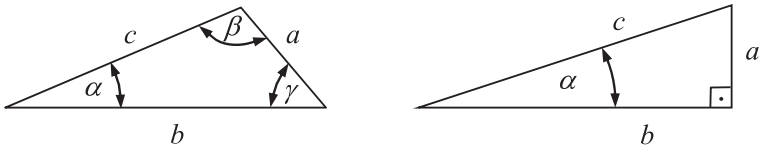


Bild 2.1 Dreieck, allgemein (links) und rechtwinklig (rechts)

2.2.1 Allgemeines Dreieck

Winkelsumme: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ Bogensumme: $\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = \pi$

Sinussatz: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$ Kosinussatz: $c^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b\cdot\cos\gamma$

Projektionssatz: $c = a\cdot\cos\beta + b\cdot\cos\alpha$ Flächeninhalt: $A = \frac{a\cdot b}{2}\cdot\sin\gamma$

2.2.2 Rechtwinkliges Dreieck

Winkelfunktionen: $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\tan\alpha = \frac{a}{b}$ $\cot\alpha = \frac{b}{a}$

$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cot\alpha}$ $1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $1 + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

Umkehrfunktion: $\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{c}\right)$ Flächeninhalt: $A = \frac{a \cdot b}{2}$

Satz des Pythagoras: $c^2 = a^2 + b^2$ $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

2.2.3 Umrechnungen der Winkelfunktionen

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{2 \cdot \tan\alpha}{1 + \tan^2\alpha} \qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2 \cdot \sin^2\alpha = 2 \cdot \cos^2\alpha - 1$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \cdot \tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} \qquad \sin 3\alpha = 3 \cdot \sin\alpha - 4 \cdot \sin^3\alpha \qquad \cos 3\alpha = 4 \cdot \cos^3\alpha - 3 \cdot \cos\alpha$$

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}} \qquad \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}$$

$$\tan\alpha = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}} = \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$$

$$\sin^3\alpha = \frac{3}{4} \cdot \sin\alpha - \frac{1}{4} \cdot \sin 3\alpha \qquad \cos^3\alpha = \frac{3}{4} \cdot \cos\alpha + \frac{1}{4} \cdot \cos 3\alpha$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \cdot \sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2} \qquad \sin\alpha - \sin\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2} \qquad \cos\alpha - \cos\beta = -2 \cdot \sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

2.3 Wichtige Funktionen

2.3.1 Quadratische Gleichung

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ $x^2 + p \cdot x + q = 0$ mit $p = \frac{b}{a}$ und $q = \frac{c}{a}$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2a} \cdot \left(-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(-p \pm \sqrt{p^2 - 4 \cdot q}\right) \tag{2.1}$$

2.3.2 Kubische Gleichung

Jede kubische Gleichung kann in ihre reduzierte Form umgewandelt werden:

$$x^3 + p \cdot x + q = 0$$

Die realen Lösungen dieser reduzierten kubischen Gleichung ergeben sich nur, wenn die Diskriminante ***D*** kleiner als 0 wird. Dieser Fall heißt Casus irreducibilus (nicht zurückführbar) und wurde von *Vieta* um 1600 entwickelt (*Gellert*, 1968).

Bedingung der Diskriminante ***D***: $\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 < 0$

Lösungen:

$$x_1 = 2 \cdot \sqrt{\frac{-p}{3}} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right) \qquad \text{(positiv und größer als 1)}$$

$$x_2 = -2 \cdot \sqrt{\frac{-p}{3}} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \qquad \text{(negativ)}$$

$$x_3 = -2 \cdot \sqrt{\frac{-p}{3}} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{4}{3} \cdot \pi\right) \qquad \text{(positiv und kleiner als 1)}$$

$$\text{mit: } \varphi = \arccos\left(\frac{-q}{2} \cdot \left(\frac{3}{-p}\right)^{\frac{3}{2}}\right) \tag{2.2}$$

2.3.3 Newtonsches Näherungsverfahren

Eine iterative Annäherung an die Lösung einer Funktion $f(x) = 0$ liefert das Newtonsche Näherungsverfahren, das aus dem hinreichend genauen vorherigen Wert x_1 den neuen Wert x_2 ermittelt.

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \tag{2.3}$$

Die Funktion $f(x_1)$ muss integrierbar sein.

2.3.4 Taylor-Reihe

Eine beliebige Funktion $f(x)$ sei in einer Umgebung von $x = x_0$ stetig differenzierbar, dann gilt:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n + R \tag{2.4}$$

R = Residuum (Rest)

2.3.5 Exponentialfunktion

Der natürliche Logarithmus mit der Basiszahl e wird in verschiedenen Funktionen sehr häufig verwendet. Die Definition der Exponentialfunktion lautet:

$$e^x = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n = 1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots \tag{2.5}$$

Mit dem Exponenten $x = 1$ ergibt sich die Basiszahl e zu:

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2{,}718\ldots$$

2.4 Umrechnung von Gefälle und Böschungsneigung

In der Hydromechanik werden Gefälle, wie z. B. das Sohlgefälle oder das Energiehöhengefälle, als Höhenabnahme entlang des Fließweges, also als Sinus des Winkels β definiert. Dagegen werden Neigungen, wie z. B. die Böschungsneigung, mit Hilfe des Tangens des Winkels β berechnet.

Bei sehr kleinen Winkeln, wie z. B. beim Sohlgefälle eines Flusses, sind der Sinus und der Tangens des Winkels nahezu gleich, sodass es in der Literatur oft zu einem Verwischen dieser Definition kommt.

Bild 2.2 Böschungsneigung und Gefälle

Gefälle: $I_{\text{Gefälle}} = \dfrac{h}{l} = \sin\beta$ Neigung: $I_{\text{Neigung}} = \dfrac{h}{l_{\text{hor}}} = \dfrac{1}{n} = \tan\beta$

Bei sehr geringem Gefälle wird $\tan\beta \approx \sin\beta = h/l$.

Ein Gefälle von 100 % bzw. 1:1 entspricht einer Senkrechten, wogegen eine Neigung von 100 % einem Neigungswinkel von $\beta = 45°$ entspricht.

Tabelle 2.2 Umrechnungen von Gefälle (I_G) und Neigung (I_N) in Winkel (β)

I_G [%]	β [°]	I_G [%]	β [°]	I_G [%]	β [°]
1/10	0,06	11	6,32	35	20,49
1/2	0,29	12	6,89	40	23,58
1	0,57	13	7,47	45	26,74
2	1,15	14	8,05	50	30
3	1,72	15	8,63	55	33,37
4	2,29	16	9,21	60	36,87
5	2,87	17	9,79	65	40,54
6	3,44	18	10,37	70	44,43
7	4,01	19	10,95	75	48,59
8	4,59	20	11,54	80	53,13
9	5,16	25	14,48	90	64,16
10	5,74	30	17,46	100	90

n	β [°]	β [rad]	I_G [%]	I_N [%]
∞	0	0	0	0
5	11,31	0,197	19,6	20
4	14,04	0,245	24,3	25
3	18,43	0,322	31,6	33,3
2	26,57	0,464	44,7	50,0
1,75	29,74	0,519	49,6	57,1
1,5	33,69	0,588	55,5	66,7
1,29	38,66	0,675	62,5	80,0
1	45	0,785	70,7	100
0,5	63,43	1,107	89,4	200
0,33	71,74	1,252	95	303,1
0	90	1,571	100	∞

2.5 Flächenberechnung (Auswahl)

Dreieck

Fläche:

$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma$$

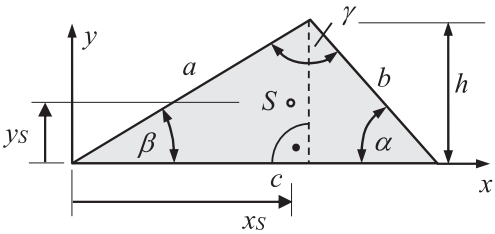
$$= \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$

$$h = \text{Lot auf } c \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

Schwerpunkt:

$$x_S = \frac{c + a \cdot \cos\beta}{3}$$

$$y_S = \frac{h}{3}$$



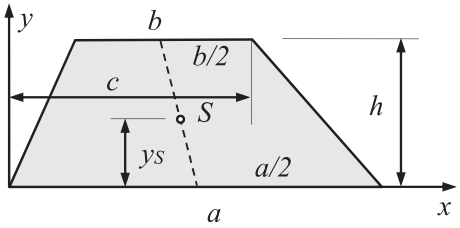
Trapez

Fläche: $A = \frac{a+b}{2} \cdot h$

S – Flächenschwerpunkt

Schwerpunkt: $y_S = \frac{h}{3} \cdot \frac{a+2b}{a+b}$

$$x_S = \frac{a^2 - b^2 + c \cdot (a+2b)}{3 \cdot (a+b)}$$



Polygone

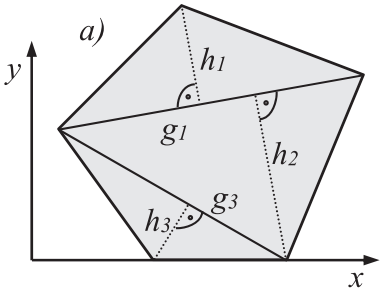
Flächenberechnung durch Flächenzerlegung

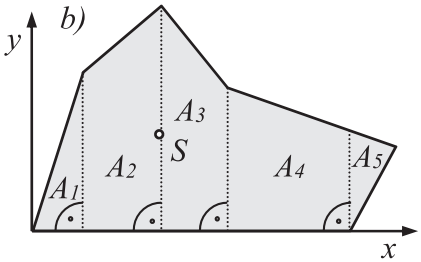
Fläche a): $A_a = \frac{1}{2} \cdot (g_1 \cdot h_1 + g_1 \cdot h_2 + g_3 \cdot h_3)$

Fläche b): $A_b = \sum_{i=1}^{5} A_i$

Flächenschwerpunkt:

$$x_S = \frac{\sum_i A_i \cdot x_{Si}}{A} \qquad y_S = \frac{\sum_i A_i \cdot y_{Si}}{A}$$



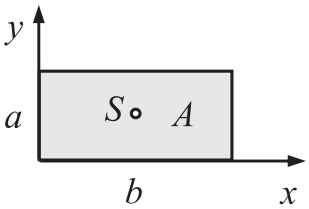


Rechteck

Fläche Rechteck: $A = a \cdot b$

Umfang: $l_U = 2a + 2b$

Schwerpunkt: $z_S = \frac{a}{2} \quad y_S = \frac{b}{2}$

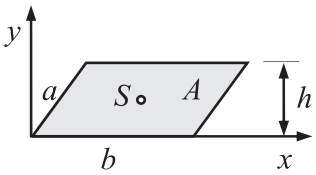


Parallelogramm

Fläche Parallelogramm: $A = h \cdot b$

Umfang: $l_U = 2a + 2b$

Schwerpunkt: $y_S = \frac{h}{2} \quad x_S = \frac{b + \sqrt{a^2 - h^2}}{2}$

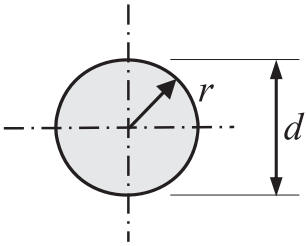


Kreis

Fläche: $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \frac{d^2}{4} = 0{,}7854 \cdot d^2$

Umfang: $l_U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

Schwerpunkt = Kreismittelpunkt

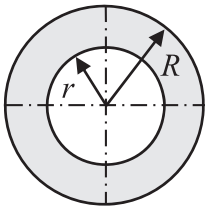


Kreisring

Fläche: $A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (R + r) \cdot (R - r)$

Umfang: $l_U = 2 \cdot \pi \cdot (R + r)$

Schwerpunkt = Kreismittelpunkt



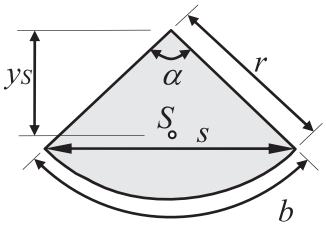
Kreisausschnitt

Fläche: $A = \frac{b \cdot r}{2}$

Sehne: $s = 2 \cdot r \cdot \sin(\alpha/2)$

Bogen: $b = \pi \cdot \frac{\alpha}{180°} \cdot r = \widehat{\alpha} \cdot r$

Schwerpunkt: $y_S = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \cdot s}{b}$

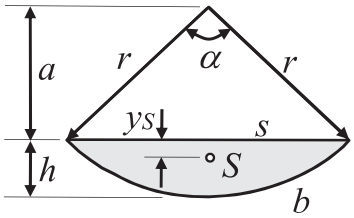


Kreisabschnitt

Fläche: $A = \frac{r^2}{2} \cdot (\widehat{\alpha} - \sin\alpha)$

Bogenhöhe: $h = 2 \cdot r \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{4}\right)$

Schwerpunktabstand: $y_S = \frac{s^3}{12 \cdot A} - r \cdot \cos\frac{\alpha}{2}$



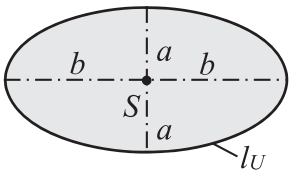
Ellipse

Fläche: $A = \pi \cdot a \cdot b$

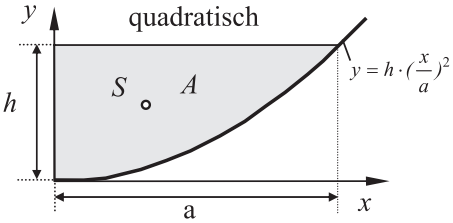
Umfang: $l_U \approx \pi \cdot (a + b) \cdot (1 + \frac{3 \cdot \lambda^2}{10 + \sqrt{4 - 3 \cdot \lambda^2}})$

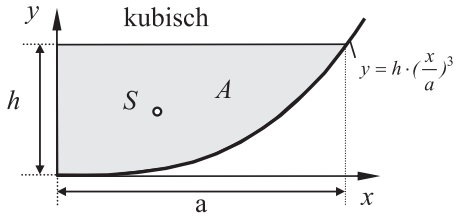
$\lambda = \frac{a - b}{a + b}$

Schwerpunkt = Mittelpunkt



Parabel





Fläche quadratisch: $A = \frac{2}{3} \cdot a \cdot h$

Fläche kubisch: $A = \frac{3}{4} \cdot a \cdot h$

Schwerpunkt:

$x_S = \frac{3}{8} \cdot a \qquad y_S = \frac{3}{5} \cdot h$

$x_S = \frac{2}{5} \cdot a \qquad y_S = \frac{4}{7} \cdot h$

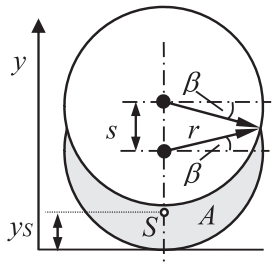
Kreisüberlappung

Fläche: $A = 2 \cdot r^2 \cdot (\hat{\beta} + \frac{s}{2r} \cdot \cos\beta)$

$\beta = \arcsin\left(\frac{s}{2r}\right) \qquad \hat{\beta} = \beta \cdot \frac{\pi}{180°}$

s – Kreisverschiebung, S – Schwerpunkt

Schwerpunktlage: $y_S = r + \frac{s}{2} \cdot \left(1 - \frac{\pi \cdot r^2}{A}\right)$



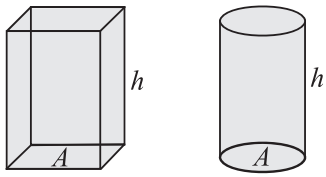
2.6 Volumenberechnung (Auswahl)

Prisma allgemein

Volumen: $V = A \cdot h$

Würfel mit Kantenlänge a: $V = a^3$

Kreiszylinder mit Radius r: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

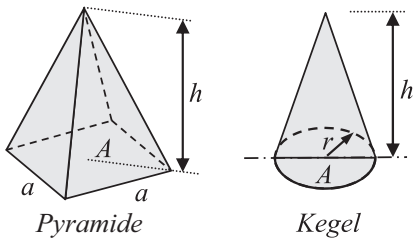


Pyramide und Kegel

Volumen: $V = \frac{A \cdot h}{3}$

Pyramide: $V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$

Kegel: $V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$

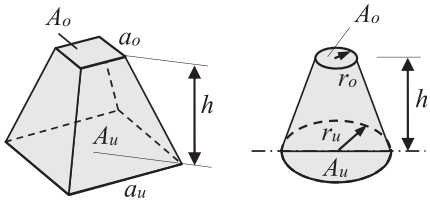


Pyramidenstumpf und Kegelstumpf

Volumen: $V = \frac{h}{3} \cdot \left(A_u + \sqrt{A_u \cdot A_o} + A_o \right)$

Pyramidenstumpf: $V = \frac{h}{3} \cdot \left(a_u^2 + a_u \cdot a_o + a_o^2 \right)$

Kegelstumpf: $V = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot \left(r_u^2 + r_u \cdot r_o + r_o^2 \right)$

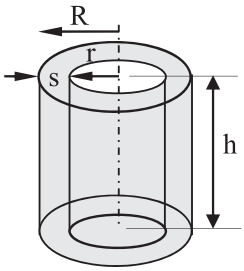


Hohlzylinder

Volumen: $V = \pi \cdot h \cdot \left(R^2 - r^2 \right)$

$V = \pi \cdot h \cdot s \cdot (2 \cdot R - s)$

$V = \pi \cdot h \cdot s \cdot (2 \cdot r + s)$

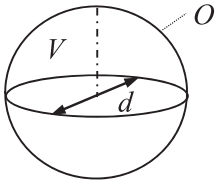


Kugel

d – Durchmesser

Volumen: $V = \pi \cdot \frac{d^3}{6}$

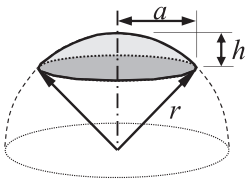
Oberfläche: $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$



Kugelabschnitt

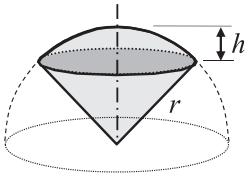
Volumen: $V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(r - \frac{h}{3} \right) = \frac{\pi}{6} \cdot h \cdot \left(3 \cdot a^2 + h^2 \right)$

$a = \sqrt{h \cdot (2 \cdot r - h)}$



Kugelausschnitt

Volumen: $V = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$



2.7 Geometrie von Gerinne-Querschnitten mit offenem Wasserspiegel

Siehe auch Tabelle 7.10 und Tabelle 8.2.

A – Fließfläche

h – Wasserstand

l_U – benetzter Umfang

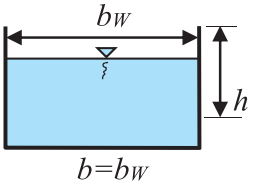
b – Sohlbreite

b_W – Wasserspiegelbreite

r_{hy} – hydraulischer Radius: $r_{hy} = A/l_U$

2.7.1 Offene Gerinne

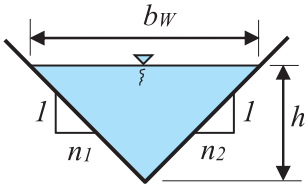
Rechteck



$$A = b \cdot h \qquad l_U = b + 2h \tag{2.6}$$

$$r_{hy} = \frac{b \cdot h}{b + 2h} \qquad b_W = b$$

Dreieck

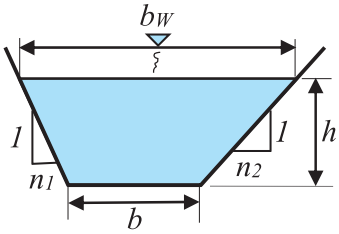


$$A = n \cdot h^2 \qquad n = \frac{n_1 + n_2}{2} \tag{2.7}$$

$$l_U = h \cdot \left(\sqrt{1 + n_1^2} + \sqrt{1 + n_2^2} \right)$$

$$r_{hy} = \frac{n \cdot h}{\sqrt{1 + n_1^2} + \sqrt{1 + n_2^2}} \qquad b_W = n_1 \cdot h + n_2 \cdot h = 2 \cdot n \cdot h$$

Trapez

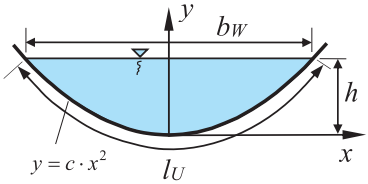


$$A = b \cdot h + n \cdot h^2 \qquad l_U = b + h \cdot (\sqrt{1 + n_1^2} + \sqrt{1 + n_2^2})$$

$$b_W = b + 2n \cdot h \qquad b' = \frac{b}{n} \tag{2.8}$$

$$n = \frac{n_1 + n_2}{2} \qquad r_{hy} = \frac{h \cdot (b + n \cdot h^2)}{b + h \cdot (\sqrt{1 + n_1^2} + \sqrt{1 + n_2^2})}$$

Parabel quadratisch



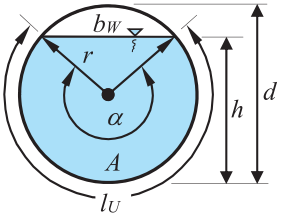
$$A = \frac{2}{3} \cdot b_W \cdot h \qquad h = c \cdot \left(\frac{b_W}{2} \right)^2 \qquad c = \frac{4h}{b_W^2}$$

$$l_U = \frac{b_W}{2} \cdot \sqrt{1 + 4 \cdot c \cdot h} + \frac{1}{2 \cdot c} \cdot \ln(c \cdot b_W + \sqrt{1 + 4 \cdot c \cdot h}) \tag{2.9}$$

$$r_{hy} = \frac{4/3 \cdot b_W \cdot h}{b_W \cdot \sqrt{1 + 4 \cdot c \cdot h} + \frac{1}{c} \cdot \ln(c \cdot b_W + \sqrt{1 + 4 \cdot c \cdot h})}$$

für $b_W >> h$: $r_{hy} \approx 2/3 \cdot h$

Kreis (teilgefüllt)



$$\alpha = 2 \cdot \arccos\left(1 - 2 \cdot h/d\right) \qquad l_U = d \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360°} = d \cdot \hat{\alpha}$$

$$h = \frac{d}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

$$b_W = \frac{dA}{dh} = d \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2 \cdot \sqrt{h \cdot (d - h)}$$

$$r_{hy} = \frac{d}{4} \cdot \left(1 - \frac{\sin\alpha}{\hat{\alpha}}\right) \tag{2.10}$$

$$A = \frac{d^2}{8} \cdot \left(\hat{\alpha} - \sin\alpha\right) = \frac{d^2}{4} \cdot \left[\arcsin\left(2 \cdot \frac{h}{d} - 1\right) + \left(4 \cdot \frac{h}{d} - 2\right) \cdot \sqrt{\frac{h}{d} \cdot \left(1 - \frac{h}{d}\right)} + \frac{\pi}{2}\right]$$

Die geometrischen Werte des teilgefüllten Kreises sind in Tabelle 7.5 auf Seite 261 berechnet.

2.7.2 Genormte Kanalquerschnitte bei Vollfüllung nach DIN 4263:2011-06

Kreis

$$A = \pi \cdot r^2 \qquad l_U = 2\pi \cdot r \qquad r_{hy} = r/2$$

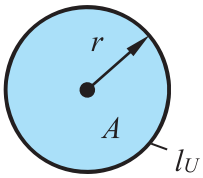
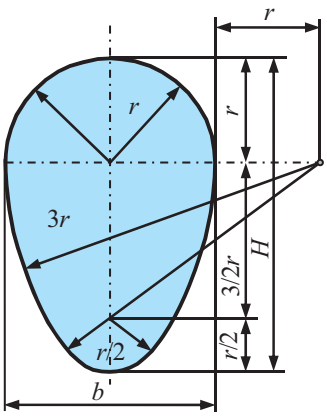


Tabelle 2.3 Geometrische Werte für den Kreisquerschnitt bei Vollfüllung

DN	r	A	l_U	r_{hy}	DN	r	A	l_U	r_{hy}	DN	r	A	l_U	r_{hy}
mm	m	m²	m	m	mm	m	m²	m	m	mm	m	m²	m	m
25	0,013	0,0005	0,079	0,006	250	0,125	0,0491	0,785	0,063	1600	0,80	2,011	5,027	0,400
30	0,015	0,0007	0,094	0,008	300	0,150	0,0707	0,942	0,075	1800	0,90	2,545	5,655	0,450
35	0,018	0,0010	0,110	0,009	350	0,175	0,0962	1,100	0,088	2000	1,00	3,142	6,283	0,500
40	0,020	0,0013	0,126	0,010	400	0,200	0,1257	1,257	0,100	2200	1,10	3,801	6,912	0,550
50	0,025	0,0020	0,157	0,013	500	0,250	0,1963	1,571	0,125	2400	1,20	4,524	7,540	0,600
65	0,033	0,0033	0,204	0,016	600	0,300	0,2827	1,885	0,150	2600	1,30	5,309	8,168	0,650
70	0,035	0,0038	0,220	0,018	700	0,350	0,3848	2,199	0,175	2800	1,40	6,158	8,796	0,700
80	0,040	0,0050	0,251	0,020	800	0,400	0,5027	2,513	0,200	3000	1,50	7,069	9,425	0,750
100	0,050	0,0079	0,314	0,025	900	0,450	0,6362	2,827	0,225	3200	1,60	8,043	10,053	0,800
125	0,063	0,0123	0,393	0,031	1000	0,500	0,7854	3,142	0,250	3400	1,70	9,079	10,681	0,850
150	0,075	0,0177	0,471	0,038	1200	0,600	1,1310	3,770	0,300	3800	1,90	11,341	11,938	0,950
200	0,100	0,0314	0,628	0,050	1400	0,700	1,5394	4,398	0,350	4000	2,00	12,566	12,566	1,000

Eiquerschnitt



Fläche: $A = 4{,}594 \cdot r^2$ $\quad l_U = 7{,}93 \cdot r$

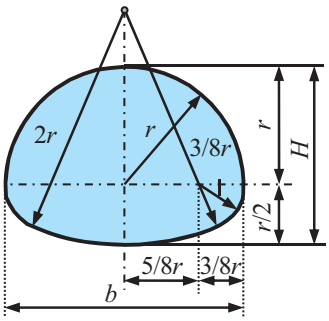
$r_{hy} = 0{,}579 \cdot r$ $\quad H = 3r$

$b/H = 2/3$ $\quad b = 2r$

Tabelle 2.4 Geometrische Werte für den Eiquerschnitt bei Vollfüllung

b/h	*r*	*A*	l_U	r_{hy}
–	m	m^2	m	m
500/750	0,25	0,2870	1,982	0,145
600/900	0,30	0,4130	2,379	0,174
700/1050	0,35	0,5630	2,775	0,203
800/1200	0,40	0,7350	3,172	0,232
900/1350	0,45	0,9300	3,568	0,261
1000/1500	0,50	1,1490	3,965	0,290
1200/1800	0,60	1,6540	4,758	0,348
1400/2100	0,70	2,2510	5,551	0,406

Maulquerschnitt



$A = 2{,}378 \cdot r^2$ $\quad b/H = 2/1{,}5$

$b = 2 \cdot r$ $\quad r_{hy} = 0{,}424 \cdot r$

$l_U = 5{,}603 \cdot r$ $\quad H = 1{,}5 \cdot r$

Tabelle 2.5 Geometrische Werte für den Maulquerschnitt bei Vollfüllung

b/h	*r*	*A*	l_U	r_{hy}
–	m	m^2	m	m
1600/1200	0,80	1,5220	4,482	0,340
1800/1350	0,90	1,9260	5,042	0,382
2000/1500	1,00	2,3780	5,603	0,424
2400/1800	1,20	3,4240	6,723	0,509
2800/2100	1,40	4,6610	7,844	0,594
2300/2400	1,60	6,0870	8,964	0,679
3600/2700	1,80	7,7040	10,085	0,764
4000/3000	2,00	9,5110	11,206	0,849

Die geometrischen Werte des teilgefüllten Ei- bzw. Maulquerschnittes sind in den Tabellen 7.6 und 7.7 auf den Seiten 262 und 263 berechnet.

2.8 Schwerpunkt S, Flächenträgheitsmoment und Zentrifugalmoment

Für die hydrostatische Berechnung der Druckbelastung, aber auch der Schwimmstabilität oder andere Kraftberechnungen sind die Angaben der Schwerpunktsabstände x_S und y_S, der Flächenträgheitsmomente I_{11} und I_{22}, aber auch des Zentrifugalmomentes I_{12} erforderlich. In der folgenden Tabelle sind diese Angaben für ausgewählte Geometrien zusammengestellt.

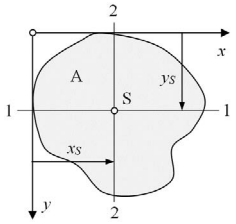
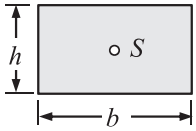
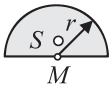
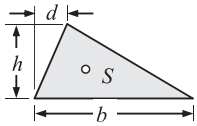
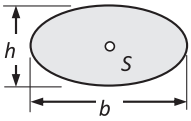
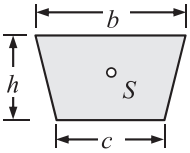


Bild 2.3 Definition der auf den Schwerpunkt S und das Koordinatensystem *xy* bezogenen geometrischen Daten

Tabelle 2.6 Schwerpunktabstände, Flächenträgheitsmomente und Zentrifugalmomente ausgewählter Flächen

Form	Schwerpunkt S		Flächenträgheitsmoment		Zentrifugal-moment
	x_S	y_S	I_{11}	I_{22}	I_{12}
	$b/2$	$h/2$	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$\frac{h \cdot b^3}{12}$	0
	r	r	$\frac{\pi \cdot r^4}{4}$	$\frac{\pi \cdot r^4}{4}$	0
	r	$r - \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi}$	$\left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9 \cdot \pi}\right) \cdot r^4$	$\frac{\pi \cdot r^4}{8}$	0
	$\frac{b+d}{3}$	$\frac{2 \cdot h}{3}$	$\frac{b \cdot h^3}{36}$	$\frac{h \cdot b^3}{46}$	$\frac{b \cdot h^2}{72} \cdot (b - 2 \cdot d)$
	$\frac{b}{2}$	$\frac{h}{2}$	$\frac{\pi}{4} \cdot b \cdot h^3$	$\frac{\pi}{4} \cdot h \cdot b^3$	0
	$\frac{b}{2}$	$\frac{h}{3} \cdot \frac{b+2 \cdot c}{b+c}$	$\frac{h^3}{4} \cdot \frac{b^2 + 4 \cdot b \cdot c + c^2}{b+c}$	$\frac{h}{48} \cdot (b+c) \cdot (b^2 + c^2)$	0

2.9 Hydraulisch günstige Fließquerschnitte

Von allen Querschnitten mit gleicher Fläche und Rauheit ist bei konstantem Gefälle derjenige der hydraulisch günstige, durch den der größte Volumenstrom fließt. Das ist der Fall, wenn der Strömung der geringste Reibungswiderstand entgegenwirkt, also der Kontakt zwischen Wasser und Wand, und damit der benetzte Umfang l_U ein Minimum bzw. der hydraulische Radius r_{hy} ein Maximum wird. Für geschlossene Leitungen ist dies das **Kreisprofil**, für offene Gerinne das **Halbkreisprofil**. Rechteck- oder Trapezquerschnitte sind dann hydraulisch günstig, wenn sich ein Halbkreisbogen einbeschreiben lässt.

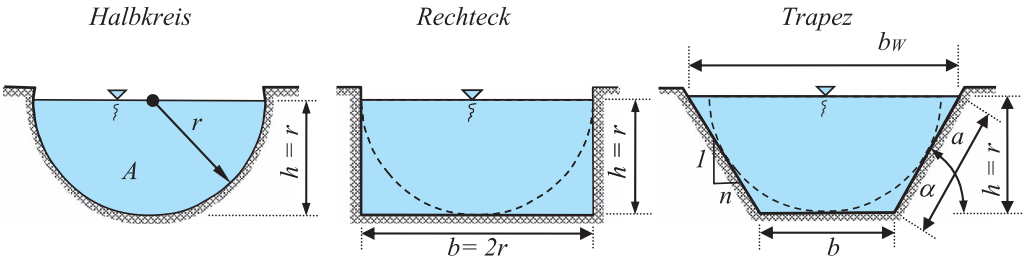


Bild 2.4 Hydraulisch günstige Fließquerschnitte

Für alle hydraulisch günstigen Fließquerschnitte gilt damit der hydraulische Radius des Halbkreises $r_{hy} = h/2 = r/2$. Für den hydraulisch günstigen Rechteckquerschnitt gilt $b = 2h$.

Die geometrischen Werte für den hydraulisch günstigen Trapezquerschnitt sind von der Böschungsneigung n abhängig und ergeben sich aus folgenden Gleichungen und Tabellenwerten:

Tabelle 2.7 Trapezbeiwerte T des hydraulisch günstigsten Trapezprofils bei gegebener Böschungsneigung 1:n

Böschungs-neigung 1 : n	**Böschungs-winkel** α rad (°)	$T_\mathrm{h} = \frac{h}{\sqrt{A}}$	$T_\mathrm{b} = \frac{b}{\sqrt{A}}$	$T_\mathrm{bw} = \frac{b_\mathrm{w}}{\sqrt{A}}$	$T_\mathrm{a} = \frac{a}{\sqrt{A}}$	$T_{l_\mathrm{U}} = \frac{l_\mathrm{U}}{\sqrt{A}}$
1 : 0 (Rechteck)	1,571 (90,0)	0,707	1,414	1,414	0,707	2,828
1 : 0,5	1,107 (63,4)	0,759	0,938	1,697	0,849	2,635
1 : 0,5774	1,047 (60,0)	0,760	0,877	1,755	0,877	2,632
1 : 1	0,785 (45,0)	0,740	0,613	2,092	1,046	2,704
1 : 1,25	0,675 (38,7)	0,716	0,502	2,292	1,146	2,794
1 : 1,5	0,588 (33,7)	0,689	0,417	2,485	1,242	2,902
1 : 1,75	0,519 (29,7)	0,662	0,352	2,669	1,335	3,021
1 : 2	0,464 (26,6)	0,636	0,300	2,844	1,422	3,145
1 : 2,5	0,381 (21,8)	0,589	0,227	3,170	1,585	3,397
1 : 3	0,322 (18,4)	0,548	0,178	3,469	1,734	3,647
1 : 4	0,245 (14,0)	0,485	0,119	4,002	2,001	4,121
1: 5	0,197 (11,3)	0,439	0,087	4,473	2,236	4,560

$$h = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \sqrt{1+n^2} - n}} \cdot \sqrt{A} = T_\mathrm{h} \cdot \sqrt{A} \qquad b = 2 \cdot \left(\sqrt{1+n^2} - n\right) \cdot T_\mathrm{h} \cdot \sqrt{A} = T_\mathrm{b} \cdot \sqrt{A}$$

$$b_\mathrm{w} = \frac{2 \cdot \sqrt{1+n^2}}{\sqrt{2 \cdot \sqrt{1+n^2} - n}} \cdot \sqrt{A} = T_{\mathrm{b_w}} \cdot \sqrt{A} \qquad a = \sqrt{1+n^2} \cdot T_\mathrm{h} \cdot \sqrt{A} = T_\mathrm{a} \cdot \sqrt{A}$$

$$l_\mathrm{U} = 2 \cdot a + b = \frac{2}{T_\mathrm{h}} \cdot \sqrt{A} = T_{l_\mathrm{U}} \cdot \sqrt{A} \qquad r_\mathrm{hy} = \frac{h}{2} \tag{2.11}$$

Die für die Berechnung des hydraulisch günstigen Fließquerschnittes erforderliche Fläche A ist z. B. aus der Strickler-Formel zu berechnen (siehe Kapitel 7 und in *Bollrich,* 2019).

Der optimale Trapezquerschnitt ergibt sich bei einer Böschungsneigung mit $\alpha = 60°$ ($n = 0{,}557$). Bei der Auswahl der Böschungsneigung muss einschränkend festgestellt werden, dass sich bei flachen Böschungen ($n \geq 1{,}5$) Trapezquerschnitte mit sehr geringer Sohlbreite b ergeben. Um die Standsicherheit bei unbefestigten Böden zu berücksichtigen, sollten die Böschungen des Trapezquerschnittes abhängig vom Material keine größere Neigung haben, als in Tafel 2.8 durch Richtwerte nach *Pörschmann* (1987) angegeben. Diese Richtwerte ersetzen nicht den erdstatischen Nachweis.

Tabelle 2.8 Richtwerte für die größtmögliche Neigung der unbefestigten Böschung beim Trapezquerschnitt (ohne Berücksichtigung eines seitlichen Grundwassereintrittes) nach *Pörschmann* (1987)

Böschungsausbildung	n
Lehm, Ton	3
Feiner Sandboden	2 bis 2,5
Grober Sandboden	2
Stark sandiger Kies	2
Guter, steiniger Boden	1,5
Grober Kies	1,5
Sandiger Boden, begrast	1,5
Bindiger Boden, begrast	1
Guter Fels	0,4 bis 1
Weicher Fels	0,5
Moorboden	0,5

Beispiel:

Ein Freispiegelgerinne soll bei einem Gefälle von I = 0,1 % einen Abfluss von Q = 5 m^3/s abführen. Der Rauheitsbeiwert des Gerinnes nach Strickler beträgt k_{St} = 50 m$^{1/3}$/s.

Welche Abmessungen würden bei hydraulisch günstigem Fließquerschnitt ein Halbkreis-, Rechteck- und Trapezgerinne erhalten und welche Flächenverhältnisse zwischen den drei Querschnittsformen ergeben sich?

Es ist $Q = A \cdot r_{\mathrm{hy}}^{2/3} \cdot k_{\mathrm{St}} \cdot \sqrt{I}$ und damit: $A \cdot r_{\mathrm{hy}}^{2/3} = \dfrac{Q}{k_{\mathrm{St}} \cdot \sqrt{I}} = \dfrac{5}{50 \cdot \sqrt{0{,}001}} = 3{,}16\ \mathrm{m}^{8/3}$

Halbkreis: $r_{\mathrm{hy}} = \dfrac{r}{2}$ $\quad A = \dfrac{\pi \cdot r^2}{2}$ $\quad A \cdot r_{\mathrm{hy}}^{2/3} = \dfrac{\pi \cdot r^2}{2} \cdot \left(\dfrac{r}{2}\right)^{2/3} = \dfrac{\pi}{2^{5/3}} \cdot r^{8/3}$

$$r = \left(\frac{3{,}16 \cdot 2^{5/3}}{\pi}\right)^{3/8} = 1{,}546\ \mathrm{m} \qquad \boldsymbol{A_{\mathrm{Halbkreis}} = 3{,}75\ \mathrm{m}^2}$$

Hydraulisch günstiges Rechteck: $r_{\mathrm{hy}} = \dfrac{h}{2}$ $\quad A = b \cdot h = 2 \cdot h^2$

$$A \cdot r_{\mathrm{hy}}^{2/3} = 2 \cdot h^2 \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^{2/3} = 1{,}26 \cdot h^{8/3} = 3{,}16\ \mathrm{m}^{8/3} \qquad h^{8/3} = \frac{3{,}16\ \mathrm{m}^{8/3}}{1{,}26} = 2{,}508\ \mathrm{m}^{8/3}$$

h = 1,41 m $\quad b = 2 \cdot h = 2{,}82$ m $\quad$ $\boldsymbol{A_{\mathrm{Rechteck}} = 2 \cdot h^2 = 3{,}98\ \mathrm{m}^2 = 1{,}064 \cdot A_{\mathrm{Halbkreis}}}$

Hydraulisch günstiges Trapez mit $\alpha = 60°$: $n = 0{,}5774$ $r_{\mathrm{hy}} = \frac{h}{2}$

$$h = T_{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{A} = 0{,}76 \cdot \sqrt{A} \qquad r_{\mathrm{hy}} = \frac{T_{\mathrm{h}}}{2} \cdot \sqrt{A} = \frac{0{,}76}{2} \cdot \sqrt{A} = 0{,}38 \cdot \sqrt{A}$$

$$A \cdot r_{\mathrm{hy}}^{2/3} = A \cdot \left(0{,}38 \cdot \sqrt{A}\right)^{2/3} = 3{,}16\ \mathrm{m}^{8/3} \qquad A^{4/3} = \frac{3{,}16\ \mathrm{m}^{8/3}}{0{,}38^{2/3}} = 6{,}02\ \mathrm{m}^{8/3}$$

$\boldsymbol{A_{\mathrm{Trapez}} = 3{,}84\ \mathrm{m}^2 = 1{,}024 \cdot A_{\mathrm{Halbkreis}}}$

$$b = T_{\mathrm{b}} \cdot \sqrt{A} = 0{,}877 \cdot \sqrt{3{,}84\ \mathrm{m}^2} = 1{,}72\ \mathrm{m}$$

$$b_{\mathrm{w}} = T_{\mathrm{b_w}} \cdot \sqrt{A} = 1{,}755 \cdot \sqrt{3{,}84\ \mathrm{m}^2} = 3{,}44\ \mathrm{m}$$

$$h = T_{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{A} = 0{,}76 \cdot \sqrt{3{,}84\ \mathrm{m}^2} = 1{,}49\ \mathrm{m}$$

Hydraulisch günstiges Trapez mit Böschungsneigung 1:3: $r_{\mathrm{hy}} = \frac{h}{2}$

$$h = T_{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{A} = 0{,}548 \cdot \sqrt{A} \qquad r_{hy} = \frac{T_h}{2} \cdot \sqrt{A} = \frac{0{,}548}{2} \cdot \sqrt{A} = 0{,}374 \cdot \sqrt{A}$$

$$A \cdot r_{hy}^{2/3} = A \cdot (0{,}274 \cdot \sqrt{A})^{2/3} = 3{,}16\ \mathrm{m}^{8/3} \qquad A^{4/3} = \frac{3{,}16\ \mathrm{m}^{8/3}}{0{,}274^{2/3}} = 7{,}49\ \mathrm{m}^{8/3}$$

$\boldsymbol{A_{\mathrm{Trapez}} = 4{,}53\ \mathrm{m}^2 = 1{,}21 \cdot A_{\mathrm{Halbkreis}}}$

$$b = T_{\mathrm{b}} \cdot \sqrt{A} = 0{,}178 \cdot \sqrt{4{,}53\ \mathrm{m}^2} = 0{,}38\ \mathrm{m}$$

$$b_{\mathrm{w}} = T_{\mathrm{b_w}} \cdot \sqrt{A} = 3{,}469 \cdot \sqrt{4{,}53\ \mathrm{m}^2} = 7{,}38\ \mathrm{m}$$

$$h = T_{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{A} = 0{,}548 \cdot \sqrt{4{,}53\ \mathrm{m}^2} = 1{,}17\ \mathrm{m}$$

Ergebnis:

Für vorgegebenen Durchfluss Q von 5 m^3/s, Gefälle I von 0,1 % und Rauheit k_{St} von 50 $\mathrm{m}^{1/3}/\mathrm{s}$ hat:

- der Halbkreis die kleinste erforderliche Fläche von 100 %,
- das hydraulisch günstige Rechteck 106,4 % der Halbkreisfläche,
- das hydraulisch günstige Trapez mit $\alpha = 60°$ 102,4 % der Halbkreisfläche,
- das hydraulisch günstige Trapez mit Böschungsneigung 1:3 bereits 121 % Flächenbedarf gegenüber einem Halbkreis.

(Leerseite)

3 Physikalische Größen und Einheiten

3.1 Schwerebeschleunigung

Die Schwerebeschleunigung g (auch oft als Erdbeschleunigung oder Fallbeschleunigung bezeichnet) ist die Beschleunigung, die ein Körper im freien reibungslosen Fall auf der Erdoberfläche erfährt. Sie ist die Folge der Massenanziehungskraft (Gravitationskraft) der Erde abzüglich des Anteils der Zentrifugalkraft (Fliehkraft) infolge Erdrotation.

Die allein aus der Gravitationskraft berechnete Gravitationsbeschleunigung g_0 ergibt sich aus der Gravitationskonstante Γ, der Masse m und dem Radius r der Erde. Wegen der nicht exakten Kugelform der Erde, unterschiedlichen Massenangaben und Radien existieren hier abweichende Angaben in der Literatur.

$$g_0 = \frac{\Gamma \cdot m}{r^2} = \frac{6{,}673 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}^3/(\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2) \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{(6{,}371 \cdot 10^6\,\mathrm{m})^2} = 9{,}831\ \mathrm{m/s}^2 \tag{3.1}$$

Die Zentrifugalbeschleunigung aus der Rotation der Erde wirkt schwerkraftmindernd. Der zum Mittelpunkt der Erde wirkende Anteil der Zentrifugalbeschleunigung an einem Punkt der Erde ist abhängig von ihrer Winkelgeschwindigkeit ω, der Entfernung zum Mittelpunkt r, der Höhe h_M über dem Meeresspiegel und der geografischen Breite φ. Die effektive Schwerebeschleunigung g ergibt sich somit zu:

$$g = g_0 - \omega^2 \cdot (r + h_\mathrm{M}) \cdot \cos^2\varphi \tag{3.2}$$

Da die Erde keine Kugel ist, sondern annähernd ein Ellipsoid, die Dichte der Erde unterschiedlich verteilt ist und weitere Einflüsse existieren, gibt es basierend auf Messungen unterschiedliche empirische Ansätze für die Berechnung der Schwerebeschleunigung.

In allen deutschen Eichämtern wird heute die Schwerebeschleunigung in Abhängigkeit von der geografischen Breite φ (in Grad) und der geodätischen Höhe h_M über dem Meeresspiegel nach der WELMEC-Formel (West-European Cooperation in Legal Metrology) berechnet:

$$g = 9{,}780318 \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left[1 + 5{,}3024 \cdot 10^{-3} \cdot \sin^2(\varphi) - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2(2\varphi)\right] - 3{,}085 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot h_\mathrm{M}$$

mit h_M in Meter über NN (3.3)

Für einige ausgewählte Orte erhält man nach der WELMEC-Formel die in Tabelle (3.1) angegebenen Werte.

Die Schwerebeschleunigung spielt in der Hydraulik eine entscheidende Rolle, da sie die Ursache für die Größe des Wasserdruckes und die Bewegung des Wassers bei Fließvorgängen ist. In Anbetracht der notwendigen Genauigkeit bei den meisten hydraulischen Berechnungen wird mit dem Mittelwert auf den Erdoberflächen von

$$g = 9{,}81\ \mathrm{m/s}^2 \tag{3.4}$$

und dem oft benötigten Wert, z. B. in der „Geschwindigkeitshöhe“ $\upsilon^2/2g$,

$$2g = 19{,}62 \text{ m/s}^2 \tag{3.5}$$

gerechnet. Der international vereinbarte Standardwert für die „Normalfallbeschleunigung“ beträgt:

$$g = 9{,}80665 \text{ m/s}^2 \tag{3.6}$$

Tabelle 3.1 Schwerebeschleunigung g für ausgewählte Orte

Ort	φ (°)	h_M (m ü. NN)	g (m/s^2)
Äquator	0	0	9,78032
45°-Breitengrad	45	0	9,80619
Alpen, WKW Kaprun	47,2	≈ 2000	9,80201
München	48,13	519	9,80741
Dresden	51,05	112	9,81128
Hamburg	53,55	≈ 0	9,81382
Nordkap, Norwegen	70,17	≈ 0	9,82619
Nord- und Südpol	90	0	9,83218

3.2 Corioliskraft

Die Corioliskraft F_C bezeichnet eine Scheinkraft, die bei einer Relativbewegung in einem bewegten System, wie z. B. der rotierenden Erde, auf den sich bewegenden Körper, wie z. B. das fließende Wasser, ausgeübt wird. Diese Kraft wirkt senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor und führt zu einer Ablenkung von der gradlinigen Bewegung auf der Nordhalbkugel nach rechts und auf der Südhalbkugel nach links.

$$\vec{F}_C = 2 \cdot m_K \cdot \left(\vec{\upsilon} \times \vec{\omega}\right) \tag{3.7}$$

Die daraus resultierende Beschleunigung a_C wird aus der auf die Masse des bewegten Körpers m_K bezogenen Corioliskraft F_C ermittelt.

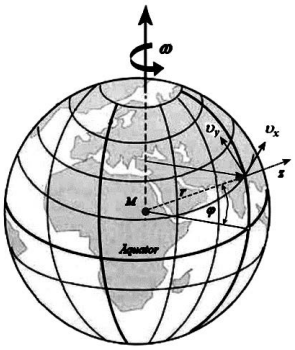


Bild 3.1 Lage des lokalen Koordinatensystems auf dem Geoid (M – Erdmittelpunkt)

Entsprechend der Lage der im Bild 3.1 dargestellten Geschwindigkeiten im lokalen Koordinatensystem erfolgt die Ablenkung der Geschwindigkeit υ_y (Süd-Nord) in positiver x-Richtung und υ_x (Ost-West) in negativer y-Richtung.

$$a_{cx} = 2 \cdot \omega \cdot \upsilon_y \cdot \sin\varphi \quad \text{und} \quad a_{cy} = -2 \cdot \omega \cdot \upsilon_x \cdot \sin\varphi \tag{3.8}$$

Der Vektor der Beschleunigungskräfte $\vec{a}$ im lokalen Koordinatensystem für das sich auf der Erdoberfläche bewegende Teilchen setzt sich somit aus den Beschleunigungen der Corioliskraft in x- und y-Richtung und der Schwerebeschleunigung in z-Richtung zusammen.

$$\vec{a} \cong \begin{pmatrix} 2 \cdot \omega \cdot \upsilon_y \cdot \sin\varphi \\ -2 \cdot \omega \cdot \upsilon_x \cdot \sin\varphi \\ -g \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

Beispiel:

Die Winkelgeschwindigkeit der Erde beträgt $\omega = 2 \cdot \pi / 86163\ \mathrm{s}^{-1} = 7{,}292 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$. Das Wasser soll sich mit einer Geschwindigkeit von 1 m/s bewegen. Damit ergibt sich die Beschleunigung aus der Corioliskraft für die geografische Breite der Stadt Dresden ($\sin\varphi = 0{,}777$) zu: $a_c = 2 \cdot \omega \cdot \upsilon \cdot \sin\varphi = 2 \cdot 7{,}292 \cdot 10^{-5} \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot 1\ \mathrm{m/s} \cdot 0{,}7777 = 1{,}13 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m/s}^2$

Die im Beispiel ermittelte Beschleunigung aus der Corioliskraft ist ein für die meisten Strömungen vernachlässigbarer Wert. Diese Beschleunigung wird berücksichtigt bei sehr langsamen Strömungen, bei denen die lokalen oder konvektiven Beschleunigungen etwa die gleiche Größenordnung wie diese Beschleunigung aus der Corioliskraft haben. Sie ist ein Initial für Strömungen, sich an der rechten Strömungsseite anzulegen oder sie bestimmt bei Zuläufen von Schachtüberfällen, in Pumpensaugräumen oder Beckeneinläufen die Drehrichtung der Wirbel. Ganz entscheidend beeinflusst sie die Drehrichtung von Hoch- und Tiefdruckwirbeln in der Atmosphäre.

3.3 Gezeiten

Mond und Erde bilden ein gemeinsames rotierendes System, dessen Schwerpunkt noch innerhalb der Erde liegt. Der Zusammenhalt dieses Systems wird von der Gravitationskraft bestimmt, die an allen Punkten der Erde nahezu gleich groß ist (siehe Punkt 3.1). Diese wird von der Fliehkraft überlagert, die durch die Rotation um den gemeinsamen Schwerpunkt erfolgt. Die Differenz beider Kräfte ist die gezeitenerzeugende Kraft. Sie verursacht eine geringe Änderung in der Schwerebeschleunigung der Erde. Gleiches trifft auf den Einfluss der Sonne zu. Die dadurch entstehenden Druckänderungen in den Meeren führen zusammen mit der Eigenbewegung der Erde zu den bekannten Erscheinungen von Ebbe und Flut. Bei Voll- und Neumond addieren sich die Wirkungen der Kräfte und es kommt zur **Springflut**, bei Halbmond wirkt die resultierende Kraft in Erdrichtung und es entsteht eine **Nippflut**.

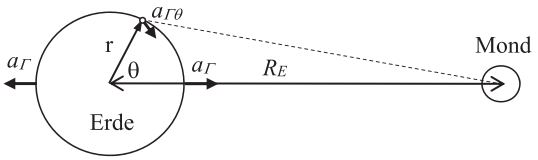


Bild 3.2 Systembild Erde – Mond

Die vom Mond ausgeübte maximale Störbeschleunigung auf der Erdachse Richtung Mond (Bild 3.2) ergibt sich zu:

$$a_\Gamma = \frac{2 \cdot \Gamma \cdot m_M \cdot r}{R_{EM}^3} = \frac{8 \cdot G_M}{3 \cdot r} \tag{3.10}$$

Außerhalb der Achse zwischen Mond und Erde schließen die Gravitationskraft und Fliehkraft einen Winkel ein und erzeugen somit eine resultierende Störbeschleunigung $a_{\Gamma\theta}$, die leicht in Richtung Erde geneigt ist. Ihre auf der Erdoberfläche vertikalen (radial) und horizontalen (in Richtung des Mondes positiv) definierten Anteile ergeben sich zu:

$$a_{\Gamma Z} = \frac{2 \cdot G_M}{r} \cdot \left(\cos(2 \cdot \theta) + \frac{1}{3} \right) \tag{3.11}$$

$$a_{\Gamma H} = \frac{2 \cdot G_M}{r} \cdot \sin(2 \cdot \theta) \tag{3.12}$$

Darin ist G die Gezeitenkonstante, die sich aus der Gravitationskonstante Γ, der Masse des Planeten, hier des Mondes m_M, dem mittleren Radius r der Erde und der Entfernung zum Planeten, hier des Mondes R_{EM} zu:

$$G_M = \frac{3 \cdot \Gamma \cdot m_M \cdot r^2}{4 \cdot R_{EM}^3} \tag{3.13}$$

ergibt. Für den Mond ist diese Konstante $G_M = 2{,}621$ m²/s² und für die Sonne $G_S = 1{,}207$ m²/s².

Setzt man in diese Formel die Masse m_S der Sonne und die Entfernung zur Sonne R_{ES} ein, dann erhält man die von der Sonne ausgeübte Störbeschleunigung.

Das Verhältnis der beiden Beschleunigungen aus Mond- und Sonneneinfluss entspricht dem Verhältnis der Gezeitenkonstanten und beträgt 2,18. Daraus lässt sich das theoretische Verhältnis zwischen Springflut zu Nippflut von 2,7 ermitteln.

Die Gezeiten erzeugen beispielsweise folgenden Tidehub (Amplitude zwischen Ebbe und Flut):

Nordsee, englische Küste, Astuar (Maximum):	6,8 m
Nordsee deutsche Küste:	2 bis 4,5 m
Ostsee deutsche Küste:	0,05 bis 0,15 m
Maximalwert Erde (Bay of Fundy in Kanada):	15 m

3.4 Eigenschaften des Wassers

3.4.1 Dichte

Die Dichte ρ eines homogenen Körpers ist definiert als Quotient aus Masse und Volumen. Sie wird auch als spezifische Masse eines Körpers bezeichnet.

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{3.14}$$

Die Einheit der Dichte ist das Kilogramm je Kubikmeter: kg/m^3. Weitere gebräuchliche Einheiten sind z. B. kg/dm^3, t/m^3, g/cm^3.

Die Dichte des Wassers ist sowohl von der Temperatur als auch – in sehr geringem Maße – vom Druck abhängig. Außerdem spielen gelöste Stoffe eine Rolle. Das sind z. B. Salz (Meerwasser) oder gelöste Gase, die durch den Kontakt mit der Luft in das Wasser gelangen.

In der Hydraulik wird im Normalfall mit der Dichte ρ des Wassers von $\rho = 1000$ kg/m^3 gerechnet. Das entspricht einer Dichte von: $\rho = 1\ \text{t/m}^3 = 1\ \text{kg/l} = 1\ \text{g/cm}^3 = 1\ \text{mg/mm}^3$.

Weit verbreitet, obwohl mit Einführung des SI unzulässig, ist der Begriff der „Wichte“ oder des „spezifischen Gewichtes“. Es wird gebildet als Produkt aus Dichte ρ und Schwerebeschleunigung g und wird benötigt bei der Umrechnung des Druckes in eine Druckhöhe oder der Geschwindigkeit in eine Geschwindigkeitshöhe.

$$\gamma = \rho \cdot g = 1000\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 9810\ \text{kg/m}^2/\text{s}^2 = 9{,}81\ \text{kN/m}^3 \tag{3.15}$$

Die Dichte ρ des Wassers ist von der Temperatur abhängig. Sie nimmt mit steigender Temperatur ab, wobei das Wasser zwischen 0 °C und 4 °C eine Anomalie aufweist. In diesem Bereich nimmt die Dichte zu und erreicht bei etwa 4 °C (genau: 3,984 °C) ihr Maximum.

Tabelle 3.2 Dichte ρ und weitere Stoffeigenschaften von luftfreiem Wasser, Eis und Dampf bei Umgebungsdruck von einem bar

	Temperatur T	**Dichte ρ**	**Dampfdruck p_D**	**Relative Raumausdehnung β**	**Dynamische Viskosität η**	**Kinematische Viskosität ν**
	°C	kg/m³	mbar	%	10^{-3} Pa·s	10^{-6} m²·s⁻¹
Eis	–90	929,15	0,0000093	7,62		
	–80	927,75	0,00053	7,78		
	–70	926,35	0,00259	7,95		
	–60	924,95	0,0108	8,11		
	–50	923,55	0,0394	8,27		
	–40	922,15	0,129	8,44		
	–30	920,75	0,381	8,60		
	–25	920,05	0,634	8,69		
	–20	919,35	1,03	8,77		
	–15	918,65	1,65	8,85		
	–10	917,95	2,60	8,94		
	–5	917,25	4,02	9,02		
	0	916,70	6,10	9,08		
Wasser	0	999,84	6,11	0,0132	1,792	1,792
	2	999,94	7,06	0,0033	1,670	1,67
	4	999,97	8,13	0	1,570	1,57
	6	999,94	9,35	0,0032	1,470	1,47
	8	999,85	10,72	0,0124	1,390	1,39
	10	999,70	12,27	0,0272	1,307	1,307
	12	999,50	14,01	0,0475	1,239	1,24
	14	999,24	15,97	0,0729	1,169	1,17
	16	998,94	18,17	0,103	1,119	1,12
	18	998,59	20,62	0,138	1,059	1,06
	20	998,20	23,37	0,177	1,000	1,002
	22	997,77	26,42	0,220		
	24	997,29	29,82	0,269		
	26	996,78	33,60	0,320		
	28	996,23	37,78	0,375		
	30	995,64	42,41	0,434	0,794	0,797
	35	994,03	56,22	0,598		
	40	992,21	73,75	0,783	0,648	0,653
	45	990,21	95,82	0,986		
	50	988,03	123,35	1,21	0,539	0,546
	55	985,69	157,41	1,45		
	60	983,19	199,20	1,71	0,458	0,466
	65	980,55	250,10	1,98		
	70	977,76	311,60	2,27	0,395	0,404
	75	974,84	385,50	2,58		
	80	971,79	473,60	2,90	0,345	0,355
	85	968,61	578,00	3,24		
	90	965,30	701,10	3,59	0,304	0,315
	95	961,88	845,30	3,96		
	100	958,35	1013,30	4,34	0,270	0,282
Dampf	100	0,59	1013,30			0,0124
	200	0,46	15500,00			0,0163
	300	0,379	85927,00			0,0202