



Wagenknecht

Stahlbau-Praxis nach Eurocode 3

Band 1
Tragwerksplanung
Grundlagen

6. Auflage

Bauwerk BBB
Beuth

Stahlbau-Praxis nach EC 3 Band 1

Mehr zu diesem Titel

... finden Sie in der Beuth-Mediathek



Zu vielen neuen Publikationen bietet der Beuth Verlag nützliches Zusatzmaterial im Internet an, das Ihnen kostenlos bereitgestellt wird. Art und Umfang des Zusatzmaterials – seien es Checklisten, Excel-Hilfen, Audiodateien etc. – sind jeweils abgestimmt auf die individuellen Besonderheiten der Primär-Publikationen.

Für den erstmaligen Zugriff auf die Beuth-Mediathek müssen Sie sich einmalig kostenlos registrieren. Zum Freischalten des Zusatzmaterials für diese Publikation gehen Sie bitte ins Internet unter

www.beuth-mediathek.de

und geben Sie den folgenden **Media-Code** in das Feld „Media-Code eingeben und registrieren“ ein:

M299660464

Sie erhalten Ihren Nutzernamen und das Passwort per E-Mail und können damit nach dem Log-in über „Meine Inhalte“ auf alle für Sie freigeschalteten Zusatzmaterialien zugreifen.

Der Media-Code muss nur bei der ersten Freischaltung der Publikation eingegeben werden. Jeder weitere Zugriff erfolgt über das Log-In.

Wir freuen uns auf Ihren Besuch in der Beuth-Mediathek.

Ihr Beuth Verlag

Hinweis: Der Media-Code wurde individuell für Sie als Erwerber dieser Publikation erzeugt und darf nicht an Dritte weitergegeben werden. Mit Zurückziehung dieses Buches wird auch der damit verbundene Media-Code ungültig.

**Stahlbau-Praxis nach
Eurocode 3 – Band 1**

(Leerseite)

Prof. Dr.-Ing. Gerd Wagenknecht

Stahlbau-Praxis nach Eurocode 3

Band 1

Tragwerksplanung, Grundlagen

**6., überarbeitete
und erweiterte Auflage**

Beuth Verlag GmbH · Berlin · Wien · Zürich

Bauwerk

© 2021 Beuth Verlag GmbH

Berlin · Wien · Zürich

Saatwinkler Damm 42/43

13627 Berlin

Telefon: +49 30 2601-0

Telefax: +49 30 2601-1260

Internet: www.beuth.de

E-Mail: kundenservice@beuth.de

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechts ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung in elektronische Systeme.

Die im Werk enthaltenen Inhalte wurden vom Verfasser und Verlag sorgfältig erarbeitet und geprüft. Eine Gewährleistung für die Richtigkeit des Inhalts wird gleichwohl nicht übernommen. Der Verlag haftet nur für Schäden, die auf Vorsatz oder grobe Fahrlässigkeit seitens des Verlages zurückzuführen sind. Im Übrigen ist die Haftung ausgeschlossen.

Druck und Bindung: L&C Printing Group, Poland

Gedruckt auf säurefreiem, alterungsbeständigem Papier nach DIN EN ISO 9706.

ISBN 978-3-410-29966-0

Vorwort

Stahlbau-Praxis erscheint in der Neuauflage in drei Bänden. Die ersten beiden Bände wurden aktualisiert, verbessert und erweitert. Das Thema Komponentenmethode und verformbare Verbindungen ist so umfangreich, dass dieses Thema ausführlich in einem gesonderten Band behandelt wird. In dem dritten Band sind auch neue Bemessungstabellen für biegesteife Stirnplattenanschlüsse der „Typisierten Verbindungen im Stahlhochbau“ des DSTV (1979) enthalten, die auf das neue Bemessungskonzept nach EC 3 umgestellt wurden.

Im **vorliegenden ersten Band** werden die Grundlagen besprochen, die für die Tragwerksplanung von Stahltragwerken in Verbindung mit den Nachweisen nach der europäischen Stahlbaunorm DIN EN 1993 und den zugehörigen Nationalen Anhängen notwendig sind. Es werden das Teilsicherheitskonzept und die Einwirkungen nach den europäischen Normen für den Stahlhochbau erläutert. Die plastische Querschnittstragfähigkeit und der Nachweis ausreichender Bruchsicherheit für die Stahlbauquerschnitte werden ausführlich dargestellt. Die Fließgelenktheorie als Grundlage für das Nachweisverfahren Plastisch-Plastisch und die Torsion, die für das Verständnis des Biegedrillknickens erforderlich ist, werden im Rahmen dieses Buches ausführlich behandelt. Auch auf die plastische Tragwerksberechnung nach der Fließzonentheorie wird eingegangen. Auf die stabilisierende Wirkung von Drehbettungen und Schubfeldsteifigkeiten für das Biegedrillknicken wird besonders eingegangen. Die Berechnung nach Theorie II. Ordnung wird erklärt und ein sehr genaues Näherungsverfahren für einfache Systeme angegeben. Es werden Zugstäbe, Druckstäbe, Biegeträger, Stäbe mit Biegung und Normalkraft, mehrteilige Druckstäbe, rahmenartige Tragwerke und Verbände behandelt.

Besonders hervorzuheben ist das didaktische Konzept dieses Buches. Zunächst werden die Grundlagen der Statik und Festigkeitslehre angegeben, die für das Verständnis der Nachweise nach der Stahlbaunorm erforderlich sind. Nach den Erläuterungen der entsprechenden Abschnitte der Norm folgen ausführliche Beispiele, wobei die Formeln des Nachweises angegeben werden. Eine Auswahl von Tabellen der Querschnittswerte für den Stahlbau erleichtert die Berechnung. Die Anwendung von Programmen in der täglichen Praxis wird hier beispielhaft aufgezeigt. Alle Beispiele werden mit dem Programm GWSTATIK berechnet. Das Programm GWSTATIK und alle gerechneten Beispiele können von www.ing-gg.de heruntergeladen werden.

Im zweiten Band wird ausführlich auf die Konstruktion und die Nachweise der Konstruktionsdetails eingegangen. Zunächst werden die Schraubenverbindungen

und Schweißverbindungen behandelt. Dann werden die typischen Anschlüsse und Stöße des Stahlbaus besprochen, wie Anschlüsse des Normalkraftstabes, gelenkiger Anschluss des Biegestabes, Rippen und rippenlose Krafteinleitung, Stöße von Stützen und Stützenfüße, biegesteife Verbindungen und Rahmen-ecken. Der Ermüdung und dem Plattenbeulen wird ein eigenes Kapitel gewidmet. In dem Abschnitt Plattenbeulen werden ausführlich auch Querschnitte mit der Querschnittsklasse 4 behandelt. Von den Stahlbauteilen wird besonders auf Fachwerkträger eingegangen. Ein Abschnitt Brandschutz im Stahlbau wurde ergänzt.

Die meisten Beispiele nach Eurocode 3 sind aus den beiden Bänden nach der DIN 18800 übernommen worden, um einen direkten Vergleich der beiden Normen zu ermöglichen.

Im dritten Band wird die Komponentenmethode mit den verformbaren Verbindungen ausführlich besprochen. Da die Vorspannung bei den biegesteifen Stirnplattenanschlüssen auf die Rotationssteifigkeit einen großen Einfluss hat, wird dies besonders behandelt. Es werden Stirnplattenverbindungen mit zwei und mit vier Schrauben in einer Reihe als auch der Einfluss der nachgiebigen Verbindungen auf Tragsysteme untersucht. Es wird angegeben, wie man biegesteife Stirnplattenverbindungen für Normalkraft und zweiachsige Biegung nachweisen kann. Auch auf die verformbaren Stützenfüße wird eingegangen. Abschließend sind neue Bemessungstabellen für biegesteife Stirnplattenanschlüsse der „Typisierten Verbindungen im Stahlhochbau“ des DSTV(1979) in dem Buch enthalten. Diese Bemessungstabellen wurden auf das neue Bemessungskonzept nach EC 3 umgestellt.

Dieses Buch wendet sich an Studierende des Faches Bauingenieurwesen und an Ingenieurinnen und Ingenieure, die sich in der Baupraxis mit der Tragwerksplanung von Stahltragwerken befassen.

Gießen, März 2014

Gerd Wagenknecht

Dank

Im Jahre 1987 wurde ich als Professor für das Fachgebiet Stahlbau an die Fachhochschule Gießen-Friedberg, jetzt Technische Hochschule Mittelhessen, berufen. Herrn Prof. Wolfgang Lindenborn danke ich sehr dafür, dass ich sein Stahlbaukolleg, das er in seiner 30-jährigen Tätigkeit als Dozent und dann als Professor an der Fachhochschule Gießen-Friedberg erarbeitet hat, übernehmen durfte. Er hat schon frühzeitig das neue Sicherheitskonzept berücksichtigt. Besonderen Wert legte er auf die Konstruktion und die Nachweise der

Konstruktionsdetails, auf die im Band 2 ausführlich eingegangen wird. Das didaktische Konzept, den Aufbau des Kollegs, viele Ideen und praktische Beispiele habe ich in mein eigenes Kolleg und in dieses Buch übernommen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Wilfried Zwanzig von der Fachhochschule Koblenz danke ich für die langjährige Zusammenarbeit auch in der Weiterbildung und die wertvollen Hinweise und Anregungen für das Manuskript dieses Buches.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Harald Friemann gilt mein Dank für die Anwendung seines Programms DRILL für den Nachweis des Biegedrillknickens und der Biegetorsionstheorie 2. Ordnung.

Herrn Dipl.-Ing. Gerhard Gröger möchte ich für die langjährige Weiterentwicklung des Programms GWSTATIK meinen Dank sagen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Bertram Kühn danke ich für die vielen Verbesserungsvorschläge.

Meinem Sohn, dem Architekten Frank Wagenknecht, möchte ich besonders danken. Er hat alle Zeichnungen dieses Buches angefertigt und das Layout gestaltet. Ohne seine ständige Mitarbeit und seine Geduld bei den vielen Änderungen wäre dieses Buch nicht zustande gekommen.

Dem Beuth Verlag und besonders Herrn Prof. Klaus-Jürgen Schneider möchte ich für die gute Zusammenarbeit bei der Herausgabe dieses Buches meinen Dank aussprechen.

Vorwort zur 6. Auflage

In der 6. Auflage wird im Kapitel „Beanspruchbarkeit des Querschnittes“ eine genauere Interaktionsbeziehung für I- und H-Profile mithilfe der Reduktionsmethode angegeben. Weiterhin wurden einige Verbesserungen vorgenommen.

Gießen, Dezember 2020

Gerd Wagenknecht

Meiner Frau Inge gewidmet

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen der Bemessung	1
1.1	Einleitung	1
1.2	Einwirkungen	4
1.2.1	Ständige Einwirkungen	4
1.2.2	Veränderliche Einwirkungen	5
1.2.2.1	Nutzlasten	5
1.2.2.2	Schneelasten	6
1.2.2.3	Windlasten	7
1.2.3	Außergewöhnliche Einwirkungen	9
1.2.4	Bemessungswerte der Einwirkungen	10
1.3	Beanspruchungen	13
1.3.1	Arten der Beanspruchung	13
1.3.2	Gleichgewicht am verformten System	13
1.3.3	Beanspruchungen nach Theorie II. Ordnung	18
1.4	Berechnung von Federsteifigkeiten	22
1.5	Parallel und hintereinander geschaltete Federn	25
1.6	Schwingung des Feder-Masse-Systems	27
1.7	Grenzzustände der Tragfähigkeit	30
1.7.1	Allgemeines	30
1.7.2	Werkstoffe	32
1.7.3	Berechnungsmethoden	33
2	Beanspruchbarkeit des Querschnittes	35
2.1	Teilsicherheitsbeiwerte für die Beanspruchbarkeit	35
2.2	Beanspruchbarkeit des Werkstoffes	35
2.3	Spannungsermittlung	37
2.4	Beanspruchbarkeit des Querschnittes	41
2.4.1	Druckbeanspruchung	41
2.4.2	Biegebeanspruchung	42
2.4.3	Querkraftbeanspruchung	45
2.5	Interaktionsbeziehungen	46
2.5.1	Biegung und Normalkraft	46
2.5.2	Biegemoment und Querkraft	50
2.5.3	Reduktionsmethode	55
2.5.4	Biegemoment, Normalkraft und Querkraft	57
2.5.5	Reduktionsmethode für I- und H-Profile	60
2.5.6	Reduktionsmethode mit allen Schnittgrößen	67
2.6	Beispiele	77

3	Druckstab	92
3.1	Stabilitätsproblem	92
3.2	Verzweigungsproblem	94
3.2.1	Gleichgewichtsarten	94
3.2.2	Starre Systeme mit Federn	95
3.2.3	Elastischer Stab	98
3.2.3.1	<i>Eulerstab</i>	98
3.2.3.2	Knicklänge	101
3.2.3.3	Berücksichtigung von Pendelstützen	104
3.2.3.4	<i>Eulersche Knickspannung</i>	108
3.3	Traglastproblem	109
3.4	Beispiele	116
4	Querschnittsklassifizierung	126
4.1	Definition der Querschnittsklassen	126
4.2	Querschnittsklasse 4	127
4.3	Querschnittsklasse 3	132
4.4	Querschnittsklassen 1 und 2	135
4.5	Beispiele	138
5	Zugstäbe	147
5.1	Anwendung von Zugstäben	147
5.2	Tragfähigkeit	148
5.3	Einseitig angeschlossene Winkel	151
5.4	Beispiele	153
6	Fließgelenktheorie	158
6.1	Plastische Tragwerksbemessung	158
6.2	Berechnungsverfahren	160
6.3	Spezielle Systeme	163
6.4	Traglastsätze	166
6.5	Bemessung und Nachweis	167
6.6	Beispiele	169

7	Biegeträger	174
7.1	Trägerarten	174
7.2	Übersicht der Nachweise	175
7.2.1	Tragsicherheitsnachweis	175
7.2.2	Biegedrillknicknachweis	175
7.2.3	Beulsicherheitsnachweis	176
7.2.4	Betriebsfestigkeitsnachweis	176
7.2.5	Nachweis der Gebrauchstauglichkeit	176
7.3	Tragsicherheitsnachweis	177
7.3.1	Elastisch-Elastisch	177
7.3.2	Elastisch-Plastisch	179
7.3.3	Plastisch-Plastisch	179
7.4	Durchbiegungsnachweis	181
7.5	Nachweis der Eigenfrequenz	183
7.6	Beispiele	184
8	Torsion	191
8.1	<i>St. Venantsche</i> Torsion	191
8.1.1	Voraussetzung	191
8.1.2	Dünnwandiger Kreisringquerschnitt	191
8.1.3	Kreisquerschnitt	193
8.1.4	Dünnwandiger Hohlquerschnitt	194
8.1.5	Dünnwandiger Rechteckquerschnitt	196
8.1.6	Dünnwandige offene Querschnitte	198
8.1.7	Berechnung der Beanspruchungen	199
8.2	Wölbkrafttorsion	201
8.2.1	I- und H- Querschnitt	201
8.2.2	Wölbkrafttorsion offener Querschnitte	205
8.2.3	Berechnung der Beanspruchungen	210
8.2.4	Berechnung des Schubmittelpunktes	213
8.2.5	Spezielle Querschnitte	216
8.3	Grenzschnittgrößen der Torsion	218
8.3.1	<i>St. Venantsche</i> Torsion	218
8.3.2	Wölbkrafttorsion	219
8.4	Beispiel	221

9	Biegedrillknicken	226
9.1	Stabilitätsproblem	226
9.2	Nachweis für das Biegedrillknicken	229
9.3	Einfeldträger mit konstantem Biegemoment	232
9.4	Momentenbeiwerte für Einfeldträger	237
9.5	Angriffspunkt der Querbelastung	239
9.6	Gleichstreckenlast mit Randmomenten	241
9.7	Biegedrillknicknachweis von Durchlaufträgern	247
9.8	Seitliche Stützung	252
9.9	Drehfeder	257
9.10	Wölbfeder	260
9.11	Drehelastische Bettung	263
9.12	Schubfeldsteifigkeit	272
9.13	Drehelastische Bettung und Schubfeldsteifigkeit	278
9.13.1	System und Belastung	278
9.13.2	Träger mit Drehbettung	279
9.13.3	Träger mit Schubsteifigkeit	280
9.13.4	Träger mit Drehbettung und Schubsteifigkeit	280
9.14	Beispiel	287
10	Biegung und Normalkraft	289
10.1	Beanspruchungen nach Theorie II. Ordnung	289
10.2	Näherungsberechnung	291
10.3	Ansatz von Imperfektionen	295
10.3.1	Allgemeines	295
10.3.2	Unverschiebliche Systeme	297
10.3.3	Verschiebliche Systeme	301
10.4	Tragwerksberechnung	303
10.5	Biegedrillknicken mit Normalkraft	305
10.6	Knicken mit Drehbettung und Schubsteifigkeit.....	310
10.7	Allgemeines Verfahren für Biegedrillknicken	312
10.8	Plastische Tragwerksberechnung	315
10.9	Beispiele	318
11	Rahmenartige Tragwerke	353
11.1	Stabilisierung von Tragwerken	353
11.2	Berechnung rahmenartiger Tragwerke	357
11.3	Zweigelenrahmen mit langer Voute	358

12	Schubweicher Biegestab	372
12.1	Schubweiches Balkenelement	372
12.2	Stabilisierende Verbände	378
12.2.1	Problemstellung	378
12.2.2	Annahme von Imperfektionen	380
12.2.3	Berechnung des Dachverbandes	381
12.3	Mehrteilige Druckstäbe	383
12.3.1	Konstruktion	383
12.3.2	Ausweichen rechtwinklig zur Stoffachse	383
12.3.3	Ausweichen rechtwinklig zur stofffreien Achse	384
12.4	Dachverband einer Halle	385
13	Programm GWSTATIK	389
13.1	Realisierung	389
13.2	Mathematische Formulierung	390
13.3	Differenzialgleichungssystem für das Stabelement	391
13.4	Übertragungsmatrix für das Stabelement	392
13.5	Berechnung der Elementsteifigkeitsmatrix	394
13.6	Reduktion der Elementsteifigkeitsmatrix	395
13.7	Differenzialgleichungssystem nach Theorie II. Ordnung	396
14	Programme für Biegedrillknicken	400
14.1	DRILL	400
14.2	LTBeam	402
14.3	FE-STAB	403
15	Tabellen	404
16	Literaturverzeichnis	421
16.1	Normen	421
16.2	Literatur	423
17	Stichwörterverzeichnis	426

(Leerseite)

1 Grundlagen der Bemessung

1.1 Einleitung

Unter Stahlbau versteht man eine Bauweise, bei der (fast) alle tragenden Teile aus Stahl bestehen.

Der Stahlbau entwickelte sich als eigenständige Bauweise im 19. Jahrhundert im Zuge der Industrialisierung und der Entstehung des Eisenbahnnetzes. Mit dem Stahlbau beginnt der „konstruktive Ingenieurbau“. Damals baute man überwiegend feingliedrige, genietete Fachwerkkonstruktionen.

Beispiele:

Kristallpalast der Londoner Weltausstellung	1851
Dombrücke Köln, Stützweite 103 m	1859
Eisenbahnbrücke Mainz Süd, Stützweite 105 m	1862
Dach des Kölner Domes	1880
Bahnhofshalle Frankfurt	1888
Eiffelturm in Paris	1889
Eisenbahnbrücke über die Wupper bei Müngsten, Stützweite 170 m, lichte Bauhöhe 66 m	1893
Schwebebahn Wuppertal	1900

Etwa zwischen 1930 und 1960 wird die Nietkonstruktion durch die Schweißtechnik verdrängt. Neben Fachwerken werden zunehmend vollwandige Konstruktionen gebaut. Heute werden einfache Bauformen bevorzugt.

Die wesentlichen Eigenschaften des Stahlbaus sind:

- Montagebau ohne Zwang zu großen Serien
- witterungsunabhängige Fertigung in der Werkstatt
- kurze Bau- und Montagezeiten
- relativ niedriges Gewicht verringert die Fundamentkosten
- hohe Genauigkeit erleichtert den Ausbau
- einfache Anpassung an veränderte Nutzung, insbesondere im Industriebau
- leicht demontierbar, Material kann wieder verwendet werden
- kein Schwinden und Kriechen
- Brandschutzregelungen sind zu beachten, da Stahl bei 500 °C seine Festigkeit verliert.
- Korrosionsschutz ist notwendig, da ungeschützter Stahl rostet, wenn die relative Luftfeuchtigkeit größer als 65 % ist.

Anwendungsgebiete:

- moderne Architektur in Stahl und Glas
- Industriebauten und -anlagen, z.B. chemische Industrie und Autoindustrie
- Hallen aller Art
- Kraftwerke
- mehrgeschossige Bauwerke wie Krankenhäuser, Schulen, Bürogebäude
- Krane, Kranbahnen, Seilbahnen
- Maste und Türme
- Brücken mit größerer Spannweite
- Behälter, Silos, Hochregallager
- Stahlwasserbau, wie Schleusentore und Wehrverschlüsse
- Hilfskonstruktionen im Massivbau und Tiefbau
- hoch beanspruchte Knotenverbindungen im Holzbau.

Grundlage für die Berechnung von Stahlbauten sind die Eurocodes DIN EN 1990 „Grundlagen der Tragwerksplanung“, DIN EN 1991 „Einwirkungen auf Tragwerke“ und DIN EN 1993 „Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten“, [C1] bis [C24], die stets in der neuesten Fassung mit den Ergänzungen durch den Nationalen Anhang zu berücksichtigen sind. Weiterhin sind die Fachnormen für die einzelnen Anwendungsgebiete zu beachten. Vor der Anwendung jeder Norm ist stets die Gültigkeit zu überprüfen.

Der Berechnung sind die Lastannahmen der bauaufsichtlich eingeführten Reihe der DIN EN 1991 zugrunde zu legen, stets in der neuesten Fassung mit den Ergänzungen durch den Nationalen Anhang. Soweit dort ausreichende Angaben fehlen, sind entsprechende Festlegungen durch die Beteiligten zu treffen.

Die Reihe der DIN EN 1991 (Dezember 2010)

„Einwirkungen auf Tragwerke“

besteht aus folgenden Teilen:

- DIN EN 1991: Einwirkungen auf Tragwerke
- DIN EN 1991-1-1: Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten auf Gebäude
- DIN EN 1991-1-2: Brandeinwirkungen auf Tragwerke
- DIN EN 1991-1-3: Schneelasten
- DIN EN 1991-1-4: Windlasten
- DIN EN 1991-1-5: Temperatureinwirkungen
- DIN EN 1991-1-6: Einwirkungen während der Bauausführung
- DIN EN 1991-1-7: Außergewöhnliche Einwirkungen
- DIN EN 1991-2: Verkehrslasten auf Brücken
- DIN EN 1991-3: Einwirkungen infolge Krane und Maschinen
- DIN EN 1991-4: Einwirkungen auf Silos und Flüssigkeitsbehälter

Die Reihe der DIN EN 1993

„Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten“

besteht aus folgenden Teilen:

- DIN EN 1993-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau
- DIN EN 1993-2: Stahlbrücken
- DIN EN 1993-3: Türme, Maste und Schornsteine
- DIN EN 1993-4: Tank- und Silobauwerke und Rohrleitungen
- DIN EN 1993-5: Spundwände und Pfähle aus Stahl
- DIN EN 1993-6: Kranbahnträger

Die Reihe der DIN EN 1993-1 (Dezember 2010)

„Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau“

enthält die allgemeinen Bemessungsregeln und ist deshalb sehr ausführlich. Sie besteht aus folgenden weiteren Unterteilungen:

- DIN EN 1993-1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau
- DIN EN 1993-1-2: Baulicher Brandschutz
- DIN EN 1993-1-3: Kaltgeformte Bauteile und Bleche
- DIN EN 1993-1-4: Nichtrostender Stahl
- DIN EN 1993-1-5: Bauteile aus ebenen Blechen mit Beanspruchungen in der Blechebene
- DIN EN 1993-1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalentragwerken
- DIN EN 1993-1-7: Ergänzende Regeln zu ebenen Blechfeldern mit Querbelastung
- DIN EN 1993-1-8: Bemessung und Konstruktion von Anschlüssen und Verbindungen
- DIN EN 1993-1-9: Ermüdung
- DIN EN 1993-1-10: Auswahl der Stahlsorten im Hinblick auf Bruchzähigkeit und Eigenschaften in Dickenrichtung
- DIN EN 1993-1-11: Bemessung und Konstruktion von Tragwerken mit stählernen Zugelementen
- DIN EN 1993-1-12: Zusätzliche Regeln zur Erweiterung von EN 1993 auf Stahlgüten bis S 700

In den beiden Bänden der „Stahlbau-Praxis“ werden vorwiegend die Teile der DIN EN 1993-1 behandelt.

Hier noch einige Hinweise, die beim Studieren des Buches zu beachten sind.

Auf die DIN EN 1993-1 wird sehr oft hingewiesen. Deshalb wird in diesem Buch die folgende vereinfachende Schreibweise eingeführt.

(1-1, 5.3.2 (3))

Dies bedeutet, dass die folgende Regelung in DIN EN 1993-1-1, Abschnitt 5.3.2 Absatz (3), zu finden ist.

Die Begriffe und Formelzeichen richten sich nach DIN EN 1993 und werden in den einzelnen Abschnitten erläutert.

Für die Berechnung der Schnittgrößen eines Tragwerkes wird für die Querkraft die Bezeichnung V verwendet, wie es in internationalen Regelwerken üblich ist.

1.2 Einwirkungen

In DIN EN 1993 werden die Lasten allgemein als Einwirkungen bezeichnet. Einwirkungen sind die Ursachen von Kraft- und Verformungsgrößen im Tragwerk. Eine sichere und wirtschaftliche Bemessung des Tragwerkes setzt die genaue Kenntnis aller Einwirkungen und deren Kombinationen voraus.

Als charakteristische Werte der Einwirkungen F_k , dies sind die für die Berechnung des Tragwerkes maßgebenden Werte, gelten die Werte der einschlägigen Normen über Lastannahmen. Exemplarisch soll hier für die Erläuterungen der Einwirkungen der wichtigste Bereich des Stahlbaus, der Stahlbau, gewählt werden.

Zu den festzulegenden charakteristischen Werten von Einwirkungen gehören auch Lasten in Bauzuständen, z. B. das Montagegerät.

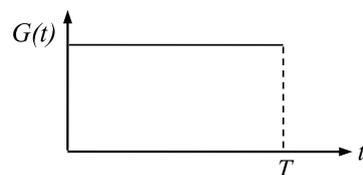
Die Einwirkungen F_k sind nach ihrer zeitlichen Veränderlichkeit einzuteilen in

- ständige Einwirkungen G_k infolge der Schwerkraft,
- ständige Einwirkungen P_k infolge von Vorspannung,
- veränderliche Einwirkungen Q_k und
- außergewöhnliche Einwirkungen F_{Ak} .

Bei schwingungsempfindlichen Tragwerken sollten, soweit erforderlich, dynamische Lastmodelle für die Nutzlasten angewendet werden. Die Vorgehensweise ist in EN 1990, 5.1.3, erläutert.

1.2.1 Ständige Einwirkungen

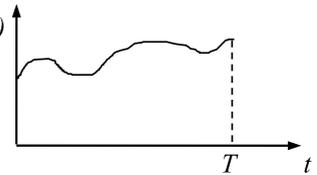
Ständige Einwirkungen G_k sind, wie es die Bezeichnung ausdrückt, während der Lebensdauer des Tragwerkes T ständig vorhanden. Zu den ständigen Einwirkungen gehören die



Eigenlasten der tragenden Bauteile sowie der nicht tragenden Bauteile. Sie sind in DIN EN 1991-1-1 geregelt. Bei Stahlbauprofilen richtet sich die Eigenlast nach den festgelegten Profilmaßen. Auch Erdlasten und wahrscheinliche Baugrundbewegungen sind wie ständige Einwirkungen zu behandeln. Da die Tragwerksplanung ein iterativer Konstruktionsprozess ist, kann die Eigenlast der tragenden Konstruktion erst nach der endgültigen Bemessung berechnet werden. Dieser Prozess wird besonders erleichtert, wenn entsprechende EDV-Programme eingesetzt werden.

1.2.2 Veränderliche Einwirkungen

Veränderliche Einwirkungen Q_k sind während der Lebensdauer des Tragwerkes nicht ständig vorhanden. Im Regelfall werden die veränderlichen Einwirkungen im Stahlhochbau als „vorwiegend ruhend“ eingestuft.



Sind „nicht vorwiegend ruhende“ Einwirkungen vorhanden, ist ein Betriebsfestigkeitsnachweis zu führen. Dies ist im Stahlhochbau und im Industriebau z. B. bei Kranbahnen der Fall. Man unterscheidet bei den veränderlichen Einwirkungen:

- Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten
- Einwirkungen auf Brücken
- Wichten und Flächenlasten von Baustoffen, Bauteilen und Lagerstoffen
- Silolasten
- Kranlasten
- und klimatische Einwirkungen, wie
- Schneelasten und Eislasten
- Windlasten
- Temperatureinwirkungen.

Hier sollen einige wichtige Festlegungen und Hinweise der Einwirkungen für den Stahlhochbau angegeben werden.

1.2.2.1 Nutzlasten

Die Nutzlasten im Hochbau sind im Abschnitt 6 der DIN EN 1991-1-1 geregelt. Wirken neben den Nutzlasten gleichzeitig andere veränderliche Einwirkungen (z.B. aus Wind, Schnee, Kranbetrieb oder Maschinenbetrieb) mit, so ist die Gesamtheit aller Nutzlasten, die bei dem Lastfall betrachtet werden, als eine einzige Einwirkung anzusehen (DIN EN 1991-1-1, 3.3.1(2)P).

1.2.2.2 Schneelasten

Der charakteristische Wert der Schneelast s_k auf dem Boden ist abhängig von der geographischen Lage und der Geländehöhe über dem Meeresniveau des Bauwerkstandortes. In der Norm ist eine Karte enthalten, die Deutschland in mehrere Schneelastzonen aufteilt. In Abhängigkeit von der Geländehöhe kann in jeder Schneelastzone die charakteristische Schneelast s_k berechnet werden. Dabei sind jedoch Mindestwerte zu beachten. Diesen Werten liegen Untersuchungen des Deutschen Wetterdienstes über die statistische Verteilung der Jahresmaxima in einem langjährigen Beobachtungszeitraum zugrunde. Es gelten die folgenden Sockelbeträge (Mindestwerte):

Zone 1 $s_k = 0,65 \text{ kN/m}^2$ bis 400 m über dem Meeresniveau

$$s_k = 0,19 + 0,91 \cdot \left(\frac{A+140}{760} \right)^2 \geq 0,65 \text{ kN/m}^2$$

Zone 1a Erhöhung der Werte der Zone 1 mit dem Faktor 1,25

Zone 2 $s_k = 0,85 \text{ kN/m}^2$ bis 285 m über dem Meeresniveau

$$s_k = 0,25 + 1,91 \cdot \left(\frac{A+140}{760} \right)^2 \geq 0,85 \text{ kN/m}^2$$

Zone 2a Erhöhung der Werte der Zone 2 mit dem Faktor 1,25

Zone 3 $s_k = 1,10 \text{ kN/m}^2$ bis 255 m über dem Meeresniveau

$$s_k = 0,31 + 2,91 \cdot \left(\frac{A+140}{760} \right)^2 \geq 1,10 \text{ kN/m}^2$$

Örtlich bedingte außergewöhnliche Schneeverhältnisse müssen jedoch auch als außergewöhnliche Einwirkungen gesondert berücksichtigt werden.

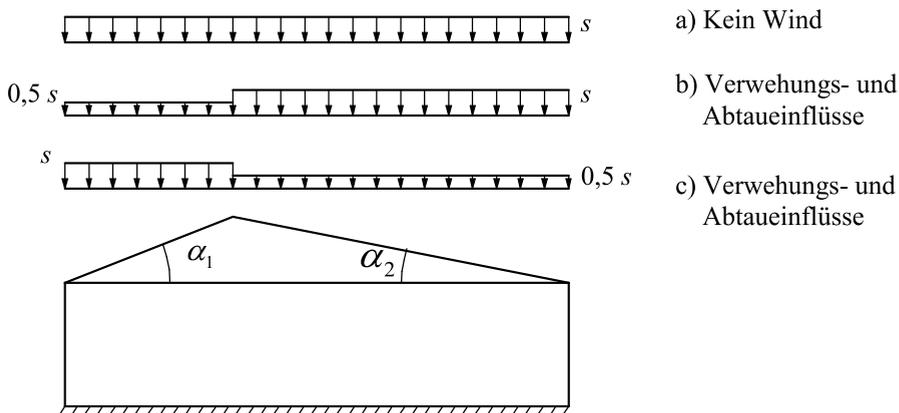


Abb. 1.1 Einwirkungen der Schneelast für das Satteldach $\alpha \leq 30^\circ$

Die Schneelast s_i auf Dächern ist weiterhin von der Dachform und der Dachneigung abhängig, die durch den Formbeiwert μ berücksichtigt wird.

$$s_i = \mu_i \cdot s_k \quad (1.1)$$

Bei bis zu 30° geneigten Dachflächen von einzelnen Flach-, Pult- und Satteldächern, was im Stahlhochbau oft vorkommt, ist der Formbeiwert $\mu_1 = 0,8$. Bei größeren Dachneigungen ist dieser Formbeiwert in Abhängigkeit von der Dachneigung α zu berechnen. Bei gereihten Sattel- und Sheddächern ist auch der Verwehungsastfall mit dem Formbeiwert μ_2 zu beachten.

Die Schneelast ist gleichmäßig verteilt auf die Grundrissprojektion der Dachfläche anzusetzen. Die Schneeverteilungen (b) und (c) berücksichtigen Verwehungs- und Abtaueinflüsse. Sie werden bei Satteldächern nur maßgebend, wenn das Tragwerk gegenüber ungleich verteilten Lasten empfindlich ist.

Mögliche Schneeanhäufungen an Dachaufbauten und der Schneeüberhang an der Traufe sind zu beachten. Schneefanggitter sind gesondert nachzuweisen.

1.2.2.3 Windlasten

Die DIN EN 1991-1-4 gilt für schwingungsanfällige und nicht schwingungsanfällige Bauwerke. Ohne besonderen Nachweis dürfen in der Regel Wohn-, Büro- und Industriegebäude mit einer Höhe bis zu 25 m und ihnen in Form und Konstruktion ähnliche Gebäude als nicht schwingungsanfällig im Sinne dieser Norm angesehen werden. Für diese Bauwerke ist in der Norm im Nationalen Anhang ein vereinfachtes Verfahren für die Berechnung der Windlasten angegeben.

Die Windlasten sind abhängig von der Windgeschwindigkeit und damit von der geographischen Lage des Bauwerkstandortes, der Geländerauigkeit und der Höhe über Gelände.

Im Nationalen Anhang der Norm ist eine Windzonenkarte mit vier Windzonen WZ 1 bis WZ 4 der Bundesrepublik Deutschland angegeben. Für die einzelnen Windzonen ist eine zeitlich gemittelte Windgeschwindigkeit $v_{b,0}$ mit den zugehörigen Geschwindigkeitsdrücken $q_{b,0}$ angegeben. Die Zunahme der Windgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Höhe z über Gelände kann näherungsweise durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden.

In DIN EN 1991-1-4/NA, Anhang NA.B der Norm wird der Einfluss der Geländerauigkeit und der Topographie in der Umgebung des Bauwerkstandortes beschrieben. Die Windgeschwindigkeiten in Bodennähe sind an der offenen See und im flachen Land ohne Hindernisse größer als in Stadtgebieten. Es werden deshalb vier Geländekategorien sowie zwei Mischprofile unterschieden.

Besonders wichtig ist das vereinfachte Verfahren in DIN EN 1991-1-4/NA, NA.B.3.2 der Norm. Bei Bauwerken, die sich in Höhen bis 25 m über Grund

erstrecken, darf der Geschwindigkeitsdruck zur Vereinfachung konstant über die gesamte Gebäudehöhe angenommen werden. Die entsprechenden Geschwindigkeitsdrücke sind in Tabelle 1.1 für die vier Windzonen angegeben.

Tabelle 1.1 Vereinfachte Geschwindigkeitsdrücke für Bauwerke bis 25 m Höhe

Windzone		Geschwindigkeitsdruck q_p in kN/m^2 bei einer Gebäudehöhe h in den Grenzen von		
		$h \leq 10 \text{ m}$	$10 \text{ m} < h \leq 18 \text{ m}$	$18 \text{ m} < h \leq 25 \text{ m}$
1	Binnenland	0,50	0,65	0,75
2	Binnenland	0,65	0,80	0,90
	Küste und Inseln der Ostsee	0,85	1,00	1,10
3	Binnenland	0,80	0,95	1,10
	Küste und Inseln der Ostsee	1,05	1,20	1,30
4	Binnenland	0,95	1,15	1,30
	Küste der Nord- und Ostsee und Inseln der Ostsee	1,25	1,40	1,55
	Inseln der Nordsee	1,40	-	-

Diese Werte gelten für küstennahe Gebiete entlang der Küste mit 5 km Breite landeinwärts sowie auf den Inseln der Ostsee. Auf den Inseln der Nordsee ist das vereinfachte Verfahren nur bis zu einer Gebäudehöhe von 10 m zugelassen.

Die Windlast ist direkt proportional zum Staudruck q :

$$q = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \quad (1.2)$$

wobei hinreichend genau für Luft $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ und v die der Berechnung zugrunde zu legende Windgeschwindigkeit ist.

$$q = \frac{v^2}{1600} \quad q \text{ in } \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \text{ und } v \text{ in } \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1.3)$$

Die auf ein Bauwerk wirkende Windlast ist von dessen Form abhängig. Sie setzt sich aus Druck-, Sog- und Reibungswirkungen zusammen. Auf das Gesamtbauwerk wirkt als resultierende Gesamtwindkraft:

$$F_w = c_f \cdot q(z_e) \cdot A_{\text{ref}} \quad (1.4)$$

Der Winddruck, der auf eine Außenfläche eines Bauwerkes wirkt, ist

$$w_e = c_{pe} \cdot q(z_e) \quad (1.5)$$

Der Winddruck, der auf eine Oberfläche im Inneren eines Bauwerkes wirkt, ist

$$w_i = c_{pi} \cdot q(z_i) \quad (1.6)$$

Hierin bedeuten:

- q der Geschwindigkeitsdruck
- c_f, c_{pe}, c_{pi} aerodynamische Beiwerte
- A_{ref} die Bezugsfläche für den Kraftbeiwert

Hier noch einige Hinweise zu den Windlasten, die auch bei den Beispielen benötigt werden:

Der Winddruck ist in der Norm positiv, der Windsog negativ definiert. Die Winddrücke wirken senkrecht zur Begrenzungsfläche des Baukörpers. Der Innendruck wirkt auf alle Raumabschlüsse eines Innenraumes gleichzeitig und mit gleichem Vorzeichen.

Treten bei einem Bauwerk Außendruck und Innendruck auf, so ist der Innendruck zu null anzusetzen, sofern er entlastend auf eine Reaktionsgröße einwirkt.

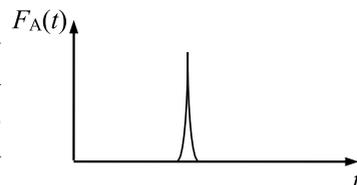
Die angegebenen Windlasten auf ein Bauwerk wirken nicht notwendigerweise gleichzeitig auf allen Punkten der Oberfläche. Der entsprechende Einfluss auf eine betrachtete Reaktionsgröße ist gegebenenfalls zu untersuchen. Dieses trifft insbesondere auf weit gespannte Rahmen- und Bogentragwerke zu. Eine in der Regel konservative Abschätzung besteht darin, die günstig wirkenden Lastanteile zu null zu setzen. Dies gilt z. B. für die Sogkräfte im Dachbereich, wenn diese auf die Bemessung eines Bauteils eine „entlastende“ Wirkung haben.

Die Außendruckbeiwerte c_{pe} für Bauwerke und Bauteile hängen von der Größe der Lasteinzugsfläche A ab. Sie werden in der Norm für die entsprechende Gebäudeform für Lasteinzugsflächen von 1 m^2 und von 10 m^2 als $c_{pe,1}$ bzw. $c_{pe,10}$ mit Zwischenwerten angegeben. Die Außendruckbeiwerte gelten für nicht hinterlüftete Wand- und Dachflächen. Der Außendruckbeiwert $c_{pe,10}$ gilt für die Berechnung des Bauwerkes bzw. der Bauteile. Die zum Teil größeren Werte für Lasteinzugsflächen $< 10 \text{ m}^2$ sind ausschließlich für die Berechnung der Ankerkräfte von unmittelbar durch Windeinwirkungen belasteten Bauteilen, den Nachweis der Verankerungen und ihrer Unterkonstruktion zu verwenden.

Bei der Berechnung der Windlasten ist zu berücksichtigen, ob es sich bei dem Bauwerk um einen geschlossenen Baukörper oder einen seitlich offenen Baukörper handelt. Eine Wand, bei der ein Anteil der Wandfläche von mehr als 30 % der Wandfläche offen ist, gilt als gänzlich offene Wand. Fenster, Türen und Tore dürfen dabei als geschlossen angesehen werden, sofern sie nicht betriebsbedingt bei Sturm geöffnet werden müssen, wie z. B. die Ausfahrtstore von Gebäuden für Rettungsdienste.

1.2.3 Außergewöhnliche Einwirkungen

Außergewöhnliche Einwirkungen F_{Ak} kommen mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit vor und sind z. B. Lasten aus Anprall von Fahrzeugen, aus Brandeinwirkungen, Erdbeben und Explosion.



Ziel ist es nachzuweisen, dass es unter den außergewöhnlichen Einwirkungen nicht zum Einsturz des Tragwerkes kommt. Deshalb sind schon bei der Planung des Tragwerkes bauliche und technische Maßnahmen zu treffen, die solche Auswirkungen auf das Tragwerk vermeiden bzw. die Folgen begrenzen. In DIN EN 1991-1-7 sind z. B. Lasten aus Anprall von Fahrzeugen an Straßen, bei Tankstellen, in Garagen, Werkstätten, Lagerräumen und dgl. angegeben.

1.2.4 Bemessungswerte der Einwirkungen

Es gilt das in DIN EN 1990 [C15/16] festgelegte Sicherheitskonzept. Für den Bemessungswert der ständigen Einwirkungen, wie z. B. die Eigenlast, gilt die Bezeichnung $G_{Ed} = \gamma_G \cdot G_k$ und für die veränderlichen Einwirkungen, wie z. B. Verkehrslasten auf Decken, Schnee und Wind, $Q_{Ed} = \gamma_Q \cdot Q_k$. Mehrere veränderliche Einwirkungen werden durch den Kombinationsfaktor ψ berücksichtigt. In den folgenden Tabellen sind die Einwirkungskombinationen, Teilsicherheitsbeiwerte und Kombinationsbeiwerte ψ nach DIN EN 1990 dargestellt.

Tabelle 1.2 Einwirkungskombination im Grenzzustand der Tragfähigkeit nach DIN EN 1990, Abschnitt 6.4.3

Bemessungssituation für	Einwirkungskombination
ständige und vorübergehende Einwirkungen E_d	$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} "+" \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} "+" \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$
außergewöhnliche Einwirkungen E_d	$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,A,j} \cdot G_{k,j} "+" A_d "+" (\psi_{1,1} \text{ oder } \psi_{2,1}) \cdot Q_{k,1} "+" \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$

"+" bedeutet: in Kombination mit

Tabelle 1.3 Einwirkungskombination im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nach DIN EN 1990, Abschnitt 6.5.3

Bemessungssituation für	Einwirkungskombination
charakteristische Kombination der Einwirkungen E_d	$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} "+" Q_{k,1} "+" \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$
häufige Kombination der Einwirkungen E_d	$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} "+" \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} "+" \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$
quasi-ständige Kombination der Einwirkungen E_d	$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} "+" \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$

Tabelle 1.4 Teilsicherheitsbeiwerte für Einwirkungen (STR-Tragwerks- und Querschnittsversagen) auf Tragwerke nach DIN EN 1990/NA, Tabelle NA.A.1.2(B)

	ständige Einwirkung	veränderliche Einwirkung	außergewöhnliche Einwirkung
ungünstige Auswirkung	$\gamma_G = 1,35$	$\gamma_Q = 1,5$	$\gamma_A = 1,0$
günstige Auswirkung	$\gamma_G = 1,0$	$\gamma_Q = 0$	$\gamma_A = 0$

Tabelle 1.5 Teilsicherheitsbeiwerte für Einwirkungen (EQU-Lagesicherheit) auf Tragwerke nach DIN EN 1990/NA, Tabelle NA.A.1.2(A)

Einwirkungen	Symbol	Situationen	
		P/T ¹⁾	A ¹⁾
Ständige Einwirkungen: Eigenlast des Tragwerkes und von nicht tragenden Bauteilen, ständige Einwirkungen, die vom Baugrund herrühren, Grundwasser und frei anstehendes Wasser destabilisierend	$\gamma_{G,dst}$	1,10	1,00
	$\gamma_{G,stb}$	0,90	0,95
Bei kleinen Schwankungen der ständigen Einwirkungen, wenn durch Kontrolle die Unter- bzw. Überschreitung von ständigen Lasten mit hinreichender Zuverlässigkeit ausgeschlossen wird destabilisierend	$\gamma_{G,dst}$	1,05	1,00
	$\gamma_{G,stb}$	0,95	0,95
Ständige Einwirkungen für den kombinierten Nachweis der Lagesicherheit, der den Widerstand der Bauteile (z.B. Zugverankerungen) einschließt destabilisierend	$\gamma_{G,dst}^*$	1,35	1,00
	$\gamma_{G,stb}^*$	1,15	0,95
Destabilisierende veränderliche Einwirkungen Außergewöhnliche Einwirkungen	γ_Q	1,50	1,00
	γ_A	–	1,00

¹⁾P: Ständige Situation T: Vorübergehende Situation A: Außergewöhnliche Situation

Tabelle 1.6 Kombinationsbeiwerte ψ_i für Einwirkungen auf Hochbauten nach DIN EN 1990/NA, Tabelle NA.A.1.1

Veränderliche Einwirkungen	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Nutzlasten im Hochbau (Kategorien siehe EN 1991-1-1)			
Kategorie A: Wohn- und Aufenthaltsräume	0,7	0,5	0,3
Kategorie B: Büros	0,7	0,5	0,3
Kategorie C: Versammlungsräume	0,7	0,7	0,6
Kategorie D: Verkaufsräume	0,7	0,7	0,6
Kategorie E: Lagerräume	1,0	0,9	0,8
Kategorie F: Fahrzeuggewicht ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
Kategorie G: 30 kN < Fahrzeuggewicht ≤ 160 kN	0,7	0,5	0,3
Kategorie H: Dächer	0	0	0
Schnee- und Eislasten, siehe DIN EN 1991-1-3			
für Orte bis zu NN + 1000 m	0,5	0,2	0
für Orte über NN + 1000 m	0,7	0,5	0,2
Windlasten, siehe DIN EN 1991-1-4	0,6	0,2	0
Baugrundsetzungen, siehe DIN EN 1997	1,0	1,0	1,0
Sonstige Einwirkungen	0,8	0,7	0,5

Für die **ständigen Einwirkungen** sind folgende Regeln zu beachten:

Wenn ständige Einwirkungen Beanspruchungen aus veränderlichen Einwirkungen verringern, gilt für den Bemessungswert der ständigen Einwirkung G

$$\gamma_G = 1,00$$

Dies gilt z. B. bei dem Tragsicherheitsnachweis bei Windsog.

Für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit enthält die DIN EN 1990 keine zahlenmäßigen Angaben. Teilsicherheitsbeiwerte, Kombinationsbeiwerte und Einwirkungskombinationen sind, soweit sie nicht in anderen Grund- oder Fachnormen geregelt sind, zu vereinbaren. Zum Beispiel wird für den Nachweis der Durchbiegungen i. Allg. der Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_F = 1,00$ angenommen. Dagegen gelten für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit die Regeln für den Nachweis der Tragsicherheit, wenn mit dem Verlust der Gebrauchstauglichkeit eine Gefährdung für Leib und Leben verbunden sein kann.

In Tabelle 1.7 ist eine Übersicht über die Teilsicherheitsbeiwerte und Einwirkungskombinationen für geschlossene Hallen ohne Kranbahn mit einer Dachneigung $< 30^\circ$ angegeben. Es ist stets die ungünstigste, d. h. maßgebende Einwirkungskombination für jedes einzelne Bauteil und jede Verbindung nachzuweisen.

Bei unsymmetrischen Systemen ist der Wind von links und von rechts zu berücksichtigen. Im Eckbereich treten Windlasten längs und quer zur Halle auf. Sogspitzen in den Dacheck- und -randbereichen sind für die Bauteile und die Befestigungsmittel der Dachhaut mit den zugehörigen Außendruckbeiwerten zu berechnen.

Tabelle 1.7 Teilsicherheitsbeiwerte für Hallen mit geringer Dachneigung $< 30^\circ$

Lastfälle	g	s	w	A	Bemerkung
LF1	1,00				Eigenlast
LF2		1,00			Schneelast
LF3			1,00		Windlast
LF4				1,00	Anprall
Nachweis der Tragsicherheit					
LT1	1,35	1,50	0,90		
LT2	1,35	0,75	1,50		für Orte bis zu NN + 1000 m
LT3	1,35	1,50			
LT4	1,35		1,50		
LT5	1,00		1,50		z. B. Verankerung, öffnende Momente
LT6	1,00	0,20		1,00	für Orte bis zu NN + 1000 m
LT7	1,00		0,20	1,00	
Nachweis der Gebrauchstauglichkeit					
LG1	1,00	1,00			seltene Kombination, z. B. Pfetten
LG2	1,00		1,00		seltene Kombination, z. B. Wandriegel
LG3	1,00	1,00	0,60		seltene Kombination

1.3 Beanspruchungen

1.3.1 Arten der Beanspruchung

Beanspruchungen sind die von den Einwirkungen verursachten Zustandsgrößen im Tragwerk. Beanspruchungen sind z. B.:

- Schnittgrößen wie Biegemomente, Querkräfte, Normalkräfte
- Spannungen σ, τ
- Durchbiegungen.

Die Beanspruchungen E_d werden mit den Bemessungswerten der Einwirkungsgrößen F_d berechnet.

Die Einwirkungskombinationen führen bei den stabförmigen Stahlbauteilen zu verschiedenen Schnittgrößenkombinationen. Man unterscheidet deshalb:

- Zugstab
- Druckstab
- Biegestab mit einachsiger Biegung
- Biegestab mit zweiachsiger Biegung
- Stab mit Druck (Zug) und einachsiger Biegung
- Stab mit Druck (Zug) und zweiachsiger Biegung.

Dabei ist zu beachten, dass ein Bauteil je nach Einwirkungskombination verschiedene Schnittgrößenkombinationen erfahren kann.

1.3.2 Gleichgewicht am verformten System

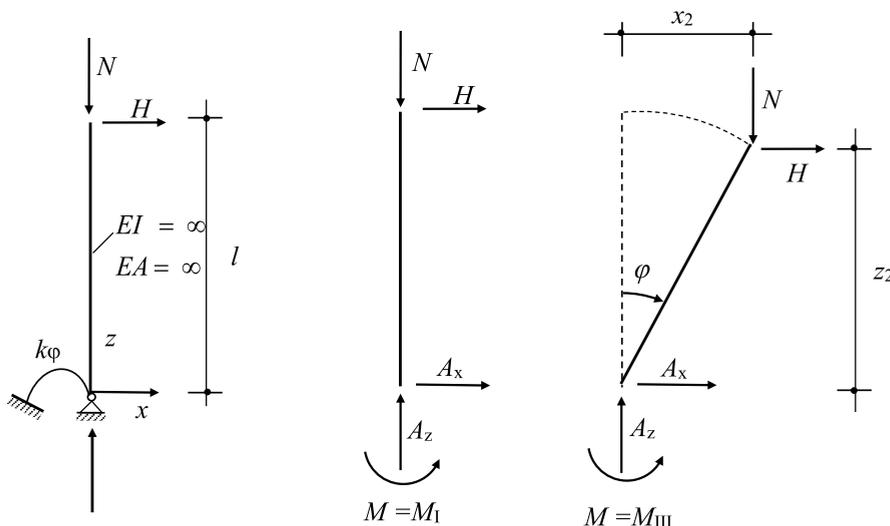


Abb. 1.2 Stütze mit elastischer Lagerung

Das Erläuterungsbeispiel für das Gleichgewicht am verformten System ist eine Stütze mit einer elastischen Lagerung nach Abb. 1.2.

Das einzige elastische Element dieses Systems ist eine Drehfeder mit der Federsteifigkeit k_φ . Die Biegesteifigkeit $E \cdot I$ und die Dehnsteifigkeit $E \cdot A$ des Druckstabes seien im Verhältnis zu der Feder unendlich groß. Das System ist durch eine Vertikalkraft N und eine Horizontalkraft H belastet. Für die Berechnung der Schnittgrößen und der Verformungen sind die folgenden Gleichungen erforderlich:

- die Elementsteifigkeitsmatrix, in welche das Werkstoffgesetz eingeht
- die Gleichgewichtsbedingungen
- die kinematische Verträglichkeit, d. h. die Beziehungen der globalen Verformungen zu den Elementverformungen.

Für die Drehfeder wird ein ideal-elastisches Verhalten angenommen. Die Elementsteifigkeitsmatrix lautet mit dem Federmoment M und der zugehörigen Elementverformung φ_E :

$$M = k_\varphi \cdot \varphi_E \quad (1.7)$$

Diese Beziehung gilt unabhängig davon, ob es sich um kleine oder große Elementverformungen handelt. Für das Gleichgewicht am verformten System werden zunächst große Verformungen angenommen. Dies wird als Theorie III. Ordnung bezeichnet.

$$\begin{aligned} \sum X = 0 & & A_x + H = 0 & & A_x = -H \\ \sum Z = 0 & & A_z - N = 0 & & A_z = N \\ \sum M(A) = 0 & & N \cdot x_2 + H \cdot z_2 - M = 0 \end{aligned}$$

Die Koordinaten des Punktes 2 des verformten Systems sind in diesem Beispiel nicht unabhängig voneinander. Es gilt mit der globalen Verformung φ :

$$x_2 = l \cdot \sin \varphi \quad z_2 = l \cdot \cos \varphi$$

Die kinematische Verträglichkeit zwischen der Elementverformung und globalen Verformung lautet:

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_E \\ N \cdot l \cdot \sin \varphi + H \cdot l \cdot \cos \varphi - k_\varphi \cdot \varphi &= 0 \\ \frac{N \cdot l}{k_\varphi} &= \frac{\varphi}{\sin \varphi} - \frac{H \cdot l \cdot \cos \varphi}{k_\varphi \cdot \sin \varphi} \end{aligned}$$

Es wird das Verhältnis $\varphi_0 = \frac{H}{N}$ eingeführt, was einer linearen Erhöhung der Belastung entspricht.

$$\frac{N \cdot l}{k_\varphi} = \frac{\varphi}{\sin \varphi} - \varphi_0 \frac{N \cdot l \cdot \cos \varphi}{k_\varphi \cdot \sin \varphi} = \frac{\varphi}{\sin \varphi} \cdot \frac{1}{1 + \varphi_0 \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}}$$

$$\frac{N \cdot l}{k_\varphi} = \frac{\varphi}{\sin \varphi + \varphi_0 \cdot \cos \varphi} \quad (1.8)$$

Baupraktisch von Interesse sind jedoch kleine Verformungen. Man spricht im Stahlbau von Theorie II. Ordnung, wenn die Verformungen klein gegenüber den Abmessungen des Systems sind. Für den Winkel φ gelten die Taylorreihen:

$$\sin \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \dots$$

$$\cos \varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \dots$$

Für kleine Winkel gilt näherungsweise:

$$\sin \varphi = \varphi \quad \cos \varphi = 1 \quad (1.9)$$

Damit lautet die Gleichung (1.8) für Theorie II. Ordnung:

$$\frac{N \cdot l}{k_\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi + \varphi_0} \quad (1.10)$$

Für die Berechnung des Gleichungssystems am unverformten System, die als Theorie I. Ordnung bezeichnet wird, gilt für die Verformung φ :

$$\frac{N \cdot l}{k_\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi_0} \quad (1.11)$$

Es soll die Gleichung (1.8) für die folgenden Parameter diskutiert werden:

- (a) $\varphi_0 = 0$ d. h. $H = 0$
 (b) $\varphi_0 = 0,05$ d. h. $H = N / 20$

Fall (a) $\varphi_0 = 0$

Wird der Druckstab ideal zentrisch belastet, dann ist die Verformung gleich null. Der Stab bleibt in seiner Ursprungslage. Dies ist die Gerade I.(a) nach Theorie I. Ordnung in Abb. 1.3.

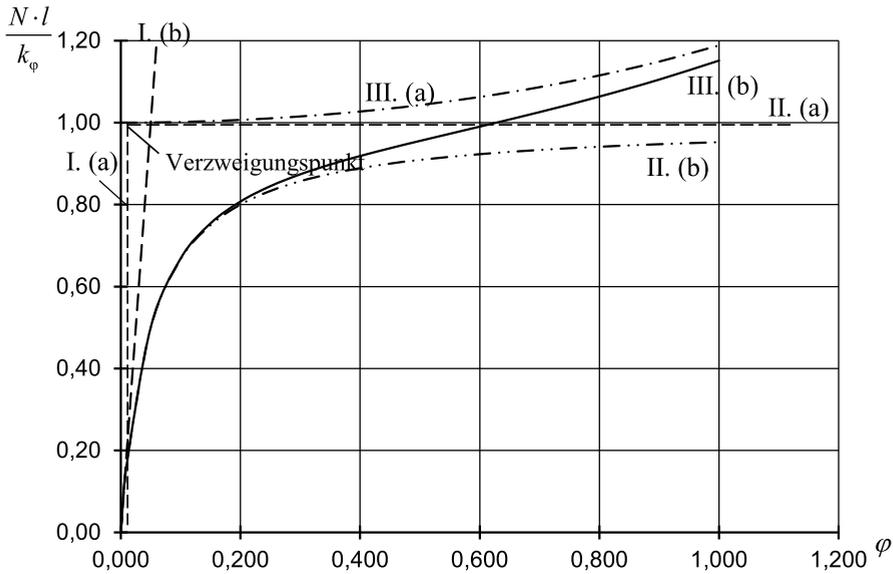


Abb. 1.3 Gleichgewicht am verformten System

Wird das System durch geringe Einwirkungen gestört, erhält man eine benachbarte Gleichgewichtslage mit der Verformung $\varphi \neq 0$. Es gilt die Beziehung:

$$\frac{N \cdot l}{k_{\varphi}} = \frac{\varphi}{\sin \varphi} \quad (1.12)$$

Es gilt für den Grenzwert von $\varphi \rightarrow 0$:

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\varphi}{\sin \varphi} = 1 \rightarrow \frac{N \cdot l}{k_{\varphi}} = 1 \quad (1.13)$$

Dies ist der Anfangspunkt der Kurve III.(a) für das Gleichgewicht nach Theorie III. Ordnung. Da sich das Gleichgewicht für den zentrisch belasteten Druckstab an diesem Punkt verzweigt, nennt man diesen ausgezeichneten Punkt den Verzweigungspunkt und die zugehörige Last die Verzweigungslast N_{cr} des Systems. Sie wird auch als ideale Knicklast oder kritische Last des Systems bezeichnet. Man erhält die ideale Knicklast auch mit der Gleichgewichtsbedingung nach Theorie II. Ordnung. Dies ist die Gerade II.(a). Aus Gleichung (1.12) folgt für $\sin \varphi = \varphi$:

$$\frac{N \cdot l}{k_{\varphi}} = 1 \rightarrow N_{\text{cr}} = \frac{k_{\varphi}}{l} \quad (1.14)$$

Diese Gleichung gilt für jedes beliebige φ . Wichtig ist, dass die ideale Knicklast mit dem Gleichgewicht nach Theorie II. Ordnung berechnet werden kann und keine Berechnung nach Theorie III. Ordnung erforderlich ist. Es gelten für die Verformung $\varphi = 0$ folgende Gleichgewichtsaussagen:

$N > N_{cr}$	labiles Gleichgewicht
$N = N_{cr}$	indifferentes Gleichgewicht
$N < N_{cr}$	stabiles Gleichgewicht

Die Kurve III.(a) sagt etwas über das Verhalten des Systems aus, wenn die Last N größer als die kritische Last ist. Man erkennt, dass dieses System bei großen Verformungen φ im überkritischen Bereich noch geringe Tragreserven besitzt. Die Tangente an diese Kurve hat mit zunehmender Verformung φ einen positiven Anstieg. Dieses Verhalten liegt auch bei idealen biegesteifen Druckstäben vor. Bei realen Druckstäben versagt der Stab schon unterhalb der idealen Knicklast, wie im Kapitel Druckstab erläutert wird.

Fall (b) $\varphi_0 = 0,05$

Durch die zusätzliche Horizontallast H wird die Stütze schon nach Theorie I. Ordnung durch Biegung und Normalkraft beansprucht. Über die Kurven, die sich für das Gleichgewicht nach Theorie I., II. und III. Ordnung ergeben, können folgende Aussagen getroffen werden:

1. Nach Theorie I. Ordnung besteht die lineare Beziehung zwischen der Belastung und der Verformung φ . Die Gerade I.(b) ist die Tangente an die Kurven II.(b) und III.(b) für Theorie II. und III. Ordnung im Punkt für $N = 0$.
2. Die Kurve II.(b) nähert sich asymptotisch der Geraden II.(a) für die ideale Knicklast.
3. Für kleine Verformungen ist die Differenz zu der Kurve III.(b) gering, dagegen gegenüber Kurve I.(b) sehr deutlich.
4. Die Kurve III.(b) für Theorie III. Ordnung mit Querbeltung nähert sich asymptotisch der Kurve III.(a) für Theorie III. Ordnung ohne Querbeltung.

Der Verlauf dieser Kurven gilt nicht nur für die Verformung φ , sondern auch für das Moment in der Stütze und der Drehfeder.

In der Baupraxis ist die Berechnung der Beanspruchungen des Systems nach Theorie II. Ordnung ausreichend, da i. Allg. kleine Verformungen vorliegen.

1.3.3 Beanspruchungen nach Theorie II. Ordnung

Die Gleichgewichtsbedingungen zur Berechnung der Schnittgrößen sind am verformten Tragwerk aufzustellen, da dies bei einer **Druckbeanspruchung** zu größeren Schnittgrößen führt (1-1, 5.2 (2)). Das Gleichgewicht am verformten System wird als Theorie II. Ordnung, das Gleichgewicht am unverformten System als Theorie I. Ordnung bezeichnet.

Das Gleichgewicht am unverformten System nach Abb. 1.2 lautet für das Moment:

$$M_I = H \cdot l$$

Das Gleichgewicht am verformten System lautet mit der Verformung φ_{II} , wobei vorausgesetzt wird, dass diese Verformung klein gegenüber den Abmessungen des Systems ist:

$$M_{II} = H \cdot l + N \cdot l \cdot \varphi_{II}$$

oder

$$M_{II} = M_I + \Delta M \quad \text{mit } \Delta M = N \cdot l \cdot \varphi_{II}$$

Man erkennt:

Das Gleichgewicht am verformten System führt bei Druckkräften, die in diesem Fall positiv definiert werden, zu einer Vergrößerung des Momentes. Der Zuwachs ΔM hängt von dem Produkt aus der Normalkraft N und der Verformung φ_{II} ab. Dies bedeutet, dass die Berechnung nach Theorie II. Ordnung nicht linear ist und das Superpositionsprinzip für die Überlagerung mehrerer Lastfälle nicht mehr gilt. Bei der Berechnung nach Theorie II. Ordnung sind also zunächst die Einwirkungen zu kombinieren und anschließend die Berechnung und der Nachweis durchzuführen.

Die noch unbekannte Verformung φ_{II} kann mit der Elementsteifigkeitsmatrix bestimmt werden.

$$M_{II} = k_\varphi \cdot \varphi_{II}$$

Damit erhält man die Gleichung zur Berechnung des Momentes nach Theorie II. Ordnung.

$$M_{II} = \frac{M_I}{1 - \frac{N \cdot l}{k_\varphi}} \tag{1.15}$$

Wenn der Nenner dieser Gleichung gleich null wird, wird die Schnittgröße nach Theorie II. Ordnung unendlich groß unabhängig von der Art und der Größe der Einwirkung. Dies ist der Fall, wenn die Normalkraft

$$N = \frac{k_{\varphi}}{l} \quad (1.16)$$

wird. Dieser Wert ist ein spezifischer Wert des Systems und wird, wie schon erläutert, als **Verzweigungslast** N_{cr} bezeichnet.

$$M_{\text{II}} = \frac{M_{\text{I}}}{1 - \frac{N}{N_{\text{cr}}}} \quad (1.17)$$

Die Gleichung (1.17) ist genau für Systeme aus starren Stäben mit elastischen Federn. Sie ist aber auch eine sehr gute Näherung für elastische Stabsysteme, wenn für jeden Stab die Normalkraft und die zugehörige Verzweigungslast eingesetzt werden. Im Kapitel Biegung und Normalkraft werden die Lösungen einfacher Systeme hergeleitet bzw. angegeben und mit Näherungsverfahren verglichen. Für die weitere Betrachtung werden die folgenden Abkürzungen eingeführt:

$$k = \frac{M_{\text{II}}}{M_{\text{I}}} = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{\text{cr}}}} = \frac{1}{1 - q_{\text{cr}}} \quad (1.18)$$

$$\text{mit } q_{\text{cr}} = \frac{N}{N_{\text{cr}}} \quad (1.19)$$

$$\alpha_{\text{cr}} = \frac{N_{\text{cr}}}{N} \quad (1.20)$$

Der Vergrößerungsfaktor k ist das Verhältnis der Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung zu den Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung.

Tabelle 1.8 Abgrenzungskriterium für Theorie I. und II. Ordnung

$q_{\text{cr}} = \frac{N}{N_{\text{cr}}}$	k	$\alpha_{\text{cr}} = \frac{N_{\text{cr}}}{N}$	Anmerkung
0	1,00	∞	Theorie I. Ordnung erlaubt
0,1	1,11	10,00	
0,2	1,25	5,00	Theorie II. Ordnung baupraktischer Bereich
0,3	1,43	3,33	
0,4	1,67	2,50	
0,5	2,00	2,00	sehr weiches System
0,6	2,50	1,67	
0,7	3,33	1,43	
0,8	5,00	1,25	
0,9	10,00	1,11	
1,0	∞	1,00	

Dieser Vergrößerungsfaktor k gilt auch für die Verformungen. Der Faktor q_{cr} dient als Abgrenzungskriterium und ist für die vereinfachte Berechnung der Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung erforderlich. Der Kehrwert davon wird als Verzweigungslastfaktor α_{cr} bezeichnet. Dieser Verzweigungslastfaktor α_{cr} ist von grundsätzlicher Bedeutung zur Berechnung der Verzweigungslasten.

Die Zunahme der Beanspruchung beträgt nach Tabelle 1.8 bei $q_{cr} = 0,2$ schon 25 %. Für die Berechnung der Beanspruchung gilt nach (1-1, (5.1)) folgende Regelung. Der Einfluss der sich nach Theorie II. Ordnung ergebenden Verformungen auf das Gleichgewicht darf vernachlässigt werden, wenn der Zuwachs der maßgebenden Schnittgrößen infolge der Verformungen nicht größer als 10 % ist. Diese Bedingung kann als erfüllt angesehen werden, wenn bei einer elastischen Berechnung

$$q_{cr} = \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \leq 0,1 \quad \text{bzw.} \quad \alpha_{cr} = \frac{N_{cr}}{N_{Ed}} \geq 10 \quad (1.21)$$

und bei einer plastischen Berechnung

$$q_{cr} = \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \leq 0,067 \quad \text{bzw.} \quad \alpha_{cr} = \frac{N_{cr}}{N_{Ed}} \geq 15 \quad (1.22)$$

sind. Es sind sowohl für die Einwirkungen als auch für die Widerstandsgrößen, die im folgenden Abschnitt besprochen werden, die Bemessungswerte einzusetzen. Es soll der Einfluss der Theorie II. Ordnung an einem einfachen Beispiel einer eingespannten Stütze nach Abb. 1.4 diskutiert werden. Das System ist durch eine vertikale Kraft N und eine horizontale Einzellast H belastet. Die vertikale Kraft wird vereinfacht mit N bezeichnet, da es sich hier um einen Stab mit einer konstanten Normalkraft N handelt.

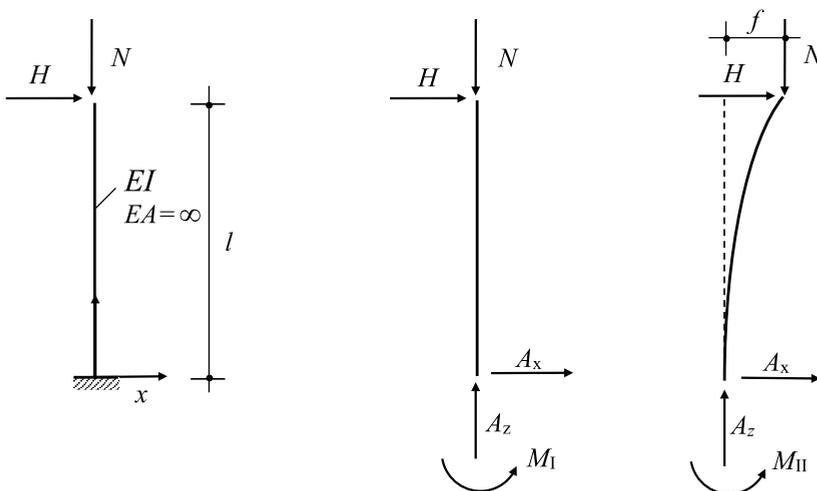


Abb. 1.4 Eingespannte Stütze

Die ideale Knicklast N_{cr} lautet für dieses System, (s. auch Abschnitt Druckstab):

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_{cr}^2} \quad \text{mit} \quad L_{cr} = 2 \cdot l$$

L_{cr} – Knicklänge des Systems

Der Vergrößerungsfaktor

$$k = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}}$$

für die Berechnung des Momentes nach Theorie II. Ordnung ist umso größer,

- je größer die Normalkraft N
 - je größer die Knicklänge L_{cr} des Stabes und
 - je kleiner die Biegesteifigkeit $E \cdot I$ des Stabes
- ist.

Die exakte Berechnung des Biegemomentes nach Theorie II. Ordnung ist sehr aufwändig, siehe Abschnitt Biegung und Normalkraft. Deshalb wird die Berechnung von Tragwerken i. Allg. mit entsprechenden Stabwerksprogrammen durchgeführt. Die Berechnung der Beispiele erfolgt hier mit dem Stabwerksprogramm **GWSTATIK [18]**. Die theoretischen Grundlagen sind in dem Abschnitt GWSTATIK dargestellt. Für einfache Systeme können die Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung auch mit Näherungsverfahren berechnet werden. Die Kenntnisse der exakten Lösung einfacher Systeme und der Näherungsverfahren sind erforderlich, um die Ergebnisse von EDV-Programmen überprüfen zu können.

1.4 Berechnung von Federsteifigkeiten

In den Normen, vielen Programmen, Lösungen von Knickbedingungen und statischen Problemen werden oft Federsteifigkeiten der Auflager, wie Drehfedern, Wegfedern, Drehbettungen oder Wegbettungen benötigt. Die Berechnung der Federsteifigkeiten soll anhand einiger Beispiele erläutert werden.

1. Beispiel

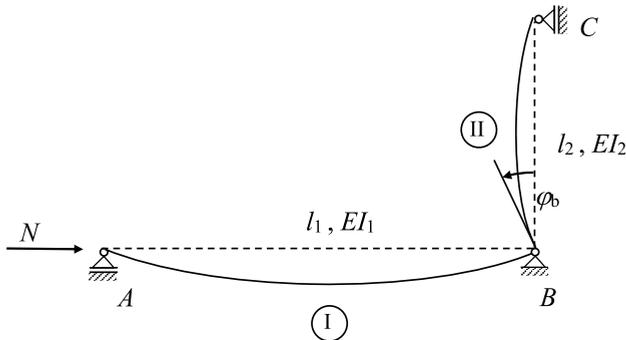


Abb. 1.5 System und Verformungen

Statisch bestimmte oder unbestimmte, normalkraftfreie Tragwerksteile mit einem Freiheitsgrad im Anschlussbereich können durch elastische Federn ersetzt werden.

Der elastische Teil II, welcher normalkraftfrei ist, wirkt auf den Teil I wie eine Drehfeder. Schneidet man im Punkt B das unbekannte Moment M_b frei, erhält man zwei Teilsysteme mit folgender Belastung und das zugehörige Ersatzsystem.

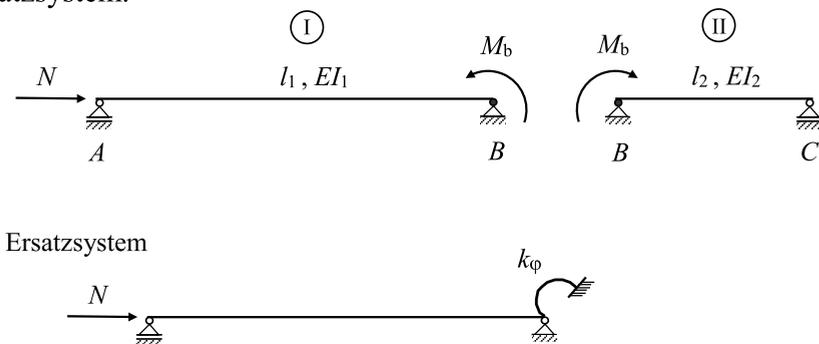


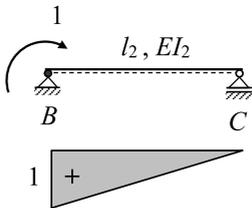
Abb. 1.6 Teilsysteme und Ersatzsystem

Für die Drehfeder gilt die elastostatische Grundgleichung

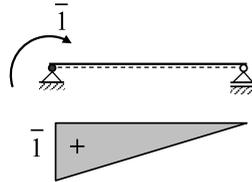
$$M = k_{\varphi} \cdot \varphi \quad (1.23)$$

Die Federsteifigkeit k_φ des Teilsystems II lässt sich auf folgende Weise bestimmen. Das Teilsystem II wird mit dem Moment $M_b = 1$ belastet und die zugehörige Verdrehung φ_1 berechnet. Mit der Gleichung (1.23) wird für die Drehfeder:

$$k_\varphi = \frac{1}{\varphi_1}$$



M-Fläche



\bar{M} -Fläche

$$E \cdot I_2 \cdot \varphi_1 = \int_l M \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot l_2 \quad k_\varphi = \frac{1}{\varphi_1} = 3 \cdot \frac{E \cdot I_2}{l_2} \quad (1.24)$$

2. Beispiel

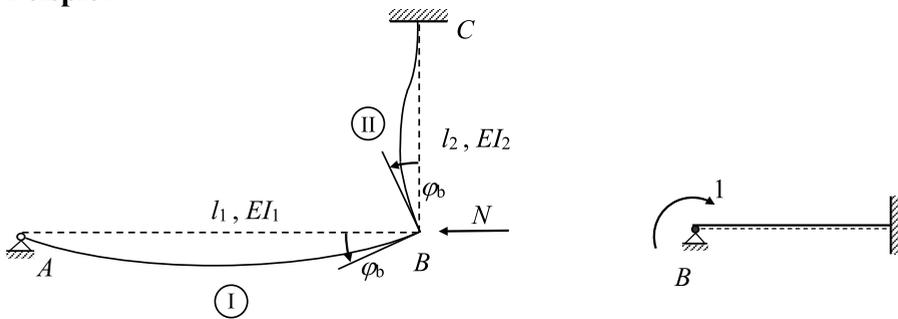
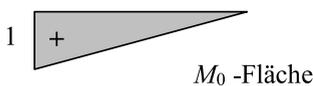
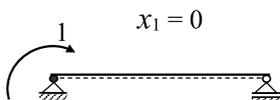


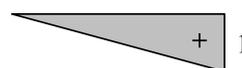
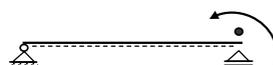
Abb. 1.7 System und Verformungen

Das Teilsystem II ist hier für die Berechnung der Federsteifigkeit k_φ ein einfach statisch unbestimmtes System.

Wahl des statisch bestimmten Hauptsystems für die Berechnung der Unbekannten X_1 .



M_0 -Fläche

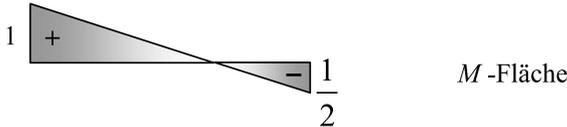


M_1 -Fläche

$$E \cdot I \cdot \delta_{10} = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 1 \cdot l_2 = \frac{l_2}{6} \quad E \cdot I \cdot \delta_{11} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot l_2 = \frac{l_2}{3}$$

$$X_1 = -\frac{E \cdot I_2 \cdot \delta_{10}}{E \cdot I_2 \cdot \delta_{11}} = -\frac{1}{2}$$

Mit dem Superpositionsgesetz $M = M_0 + X_1 \cdot M_1$ erhält man die endgültige Momentenfläche für das Moment $M_b = 1$. Die M -Fläche und \bar{M} -Fläche sind gleich.



$$E \cdot I_2 \cdot \varphi_1 = \int_l M \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{1}{4} \cdot l_2 \quad k_\varphi = \frac{1}{\varphi_1} = 4 \cdot \frac{E \cdot I_2}{l_2}$$

Es kann auch der Reduktionssatz angewendet werden.

3. Beispiel

Für die Wegfeder gilt die elastostatische Grundgleichung

$$F = k \cdot v \tag{1.25}$$

Analog zu der Berechnung der Drehfedersteifigkeit gilt für die Wegfedersteifigkeit:

$$k = \frac{1}{v_1}$$

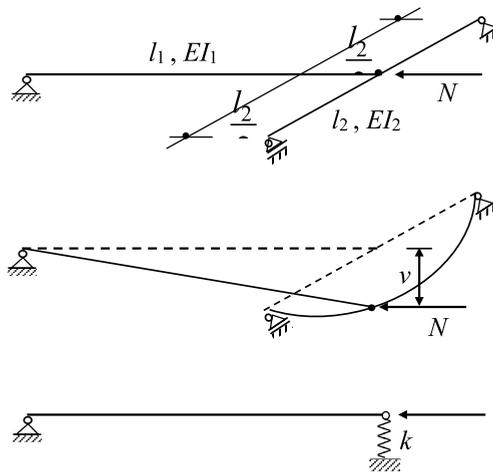
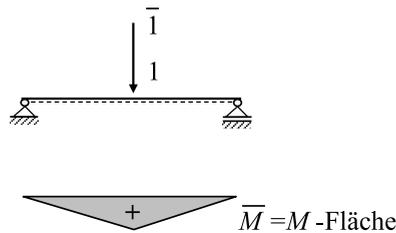


Abb. 1.8 System, Verformungen und Ersatzsystem



$$E \cdot I_2 \cdot v_1 = \int_l M \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{1}{48} \cdot l^3 \quad k = \frac{1}{v_1} = 48 \cdot \frac{E \cdot I_2}{l^3} \quad (1.26)$$

1.5 Parallel und hintereinander geschaltete Federn

Die folgenden Betrachtungen sind von grundsätzlicher Bedeutung für das elastische Verhalten von Systemen. Sie erleichtern oft das Verständnis komplizierter Zusammenhänge. Zunächst soll ein einfaches System aus zwei Federn betrachtet werden, die an den Endpunkten A und B miteinander verbunden sind und im Punkt A gelagert sind. Man bezeichnet dieses System als ein System parallel geschalteter Federn.

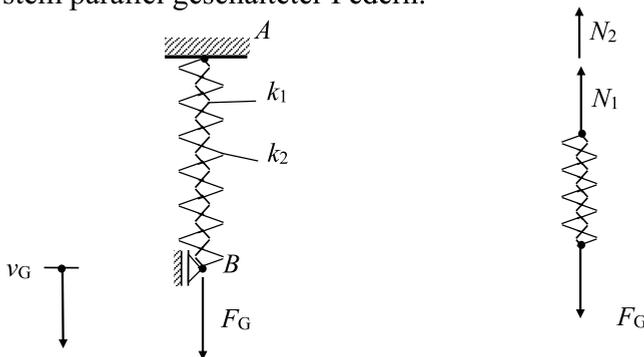


Abb. 1.9 System parallel geschalteter Federn

Die elastostatischen Grundgleichungen, die auch als Elementsteifigkeitsmatrizen der Federn bezeichnet werden, lauten für die beiden Federn:

$$N_1 = k_1 \cdot v_1 \quad N_2 = k_2 \cdot v_2 \quad (1.27)$$

Das Gleichgewicht an dem Freischnitt ergibt:

$$F_G = N_1 + N_2 \quad (1.28)$$

Die kinematischen Verträglichkeiten zwischen der globalen Verformung v_G und den Elementverformungen v_1 und v_2 sind:

$$v_G = v_1 = v_2 \quad (1.29)$$

Es werden die Gleichungen (1.27) und (1.29) in (1.28) eingesetzt und man erhält eine Beziehung zwischen der Belastung F_G und der globalen Verformung v_G , die auch als Systemsteifigkeitsmatrix bezeichnet wird.

$$F_G = k_G \cdot v_G \text{ mit } k_G = k_1 + k_2 \quad (1.30)$$

Die Federkräfte sind:

$$N_1 = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \cdot F_G \quad N_2 = \frac{k_2}{k_1 + k_2} \cdot F_G \quad (1.31)$$

Aus den Gleichungen ergeben sich für Systeme, die sich wie parallel geschaltete Federn verhalten, die folgenden Zusammenhänge:

- Die Steifigkeiten addieren sich.
- Die äußere Belastung verteilt sich auf die Teilsysteme im Verhältnis der Steifigkeiten.
- Die Federkräfte addieren sich.
- Die Verformungen sind gleich.

Nun soll ein einfaches System aus zwei Federn betrachtet werden, die an dem Punkt B miteinander verbunden und im Punkt A gelagert sind. Man bezeichnet dieses System als ein System hintereinander geschalteter Federn.

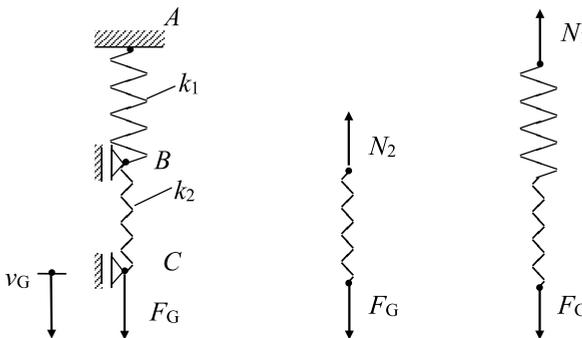


Abb. 1.10 System hintereinander geschalteter Federn

Gleichgewicht an den Freischnitten:

$$F_G = N_1 = N_2 \quad (1.32)$$

Kinematische Verträglichkeit:

$$v_G = v_1 + v_2 \quad (1.33)$$

Systemsteifigkeitsmatrix:

$$F_G \cdot \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) = v_G$$

$$F_G = k_G \cdot v_G \text{ mit } k_G = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} \text{ oder } \frac{1}{k_G} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (1.34)$$

Die Elementverformungen sind:

$$v_1 = \frac{\frac{1}{k_1}}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} \cdot v_G \quad v_2 = \frac{\frac{1}{k_2}}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} \cdot v_G \quad (1.35)$$

Aus den Gleichungen ergeben sich für Systeme, die sich wie hintereinander geschaltete Federn verhalten, die folgenden Zusammenhänge:

- Die Nachgiebigkeiten addieren sich.
- Die Elementverformungen verteilen sich auf die Teilsysteme im Verhältnis der Nachgiebigkeiten. Die schwächste Feder bestimmt die Größe der Systemsteifigkeit.
- Die Elementverformungen addieren sich.
- Die Federkräfte sind gleich.

1.6 Schwingung des Feder-Masse-Systems

Der Nachweis der Eigenfrequenz ist neben der Durchbiegung ein Gebrauchstauglichkeitsnachweis. Es wird das Feder-Masse-System untersucht, um die Begriffe zu definieren und für einfache Systeme die Eigenfrequenz zu berechnen. Für das einfache System in Abb. 1.11, das mit der Gewichtskraft G belastet ist, gilt:

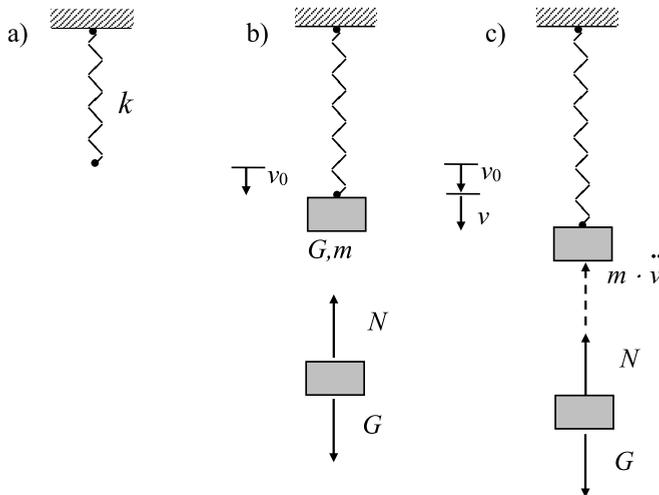


Abb. 1.11 Feder-Masse-System

Fall a)

Die Feder ist im ungedehnten Zustand und die Federkraft ist gleich null.

Fall b)

Das System befindet sich in der Gleichgewichtslage oder auch statische Ruhelage genannt. Es gilt für die Feder die elastostatische Grundgleichung und aus der Gleichgewichtsbedingung folgt:

$$\begin{aligned} N &= k \cdot v_0 \\ G &= N = k \cdot v_0 \end{aligned} \quad (1.36)$$

Fall c)

Wird die Feder über die statische Ruhelage hinaus gedehnt, erhält man mit der Newtonschen Grundgleichung die Bewegungsgleichung:

$$\begin{aligned} N &= k \cdot (v_0 + v) \\ m \cdot \ddot{v} &= G - N = k \cdot v_0 - k(v_0 + v) = -k \cdot v \\ m \cdot \ddot{v} + k \cdot v &= 0 \end{aligned} \quad (1.37)$$

Die Gleichung (1.37) ist die Schwingungsgleichung des Feder-Masse-Systems. In die Schwingungsgleichung geht nicht die Gewichtskraft, sondern nur die Masse m ein. Die Differenzialgleichung kann umgeformt werden.

$$\ddot{v} + \frac{k}{m} \cdot v = 0 \quad (1.38)$$

Lösungsansatz:

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \frac{k}{m} \\ v &= A_1 \cdot \sin \omega \cdot t + A_2 \cdot \cos \omega \cdot t \end{aligned} \quad (1.39)$$

ω – Kreisfrequenz der Schwingung

Ein Sonderfall ist die periodische harmonische Schwingung nach Abb. 1.12 mit

$$v = A_1 \cdot \sin \omega \cdot t \quad (1.40)$$

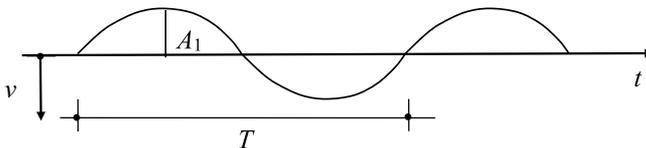


Abb. 1.12 Periodische harmonische Schwingung

Es gelten die folgenden Beziehungen:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} \quad (1.41)$$

T – Schwingungszeit in s

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \quad (1.42)$$

f – Frequenz in Hz

Die Frequenz f gibt die Anzahl der Schwingungszyklen pro Sekunde an.

Beispiel: Balken auf zwei Stützen mit einer konzentrierten Masse.

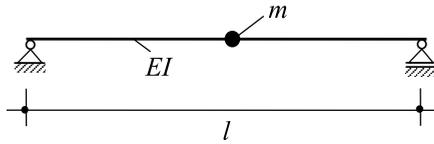


Abb. 1.13 Balken mit einer konzentrierten Masse

Für die Berechnung der Frequenz gilt:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{mit} \quad k = \frac{48 \cdot E \cdot I}{l^3} \quad \omega = 6,93 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m \cdot l^3}}$$

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = 1,10 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m \cdot l^3}}$$

Die Federsteifigkeit k für dieses System wurde in Abschnitt 1.4 mit Gleichung (1.26) berechnet.

Ist die Masse m gleichmäßig über den Träger verteilt, ist die Lösung

$$\omega = \pi^2 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m \cdot l^3}}$$

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m \cdot l^3}} = 1,57 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m \cdot l^3}} \quad (1.43)$$

Die Eigenfrequenz kann für das Feder-Masse-System auch mit der Durchbiegung v_0 der statischen Ruhelage aus Gleichung (1.36) berechnet werden [22].

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot g}{m \cdot g}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot g}{G}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{v_0}} \quad (1.44)$$

Mit $g = 981 \text{ cm/s}^2$ und v_0 in cm erhält man eine einfache Formel für die Berechnung der Frequenz von Systemen, die als Feder-Masse-System dargestellt werden können.

$$f = \frac{5}{\sqrt{v_0}} \quad v_0 \text{ in cm} \quad (1.45)$$

Die Gleichung (1.45) ist auch für Übersichtsrechnungen bei gleichmäßig verteilter Masse gut geeignet.