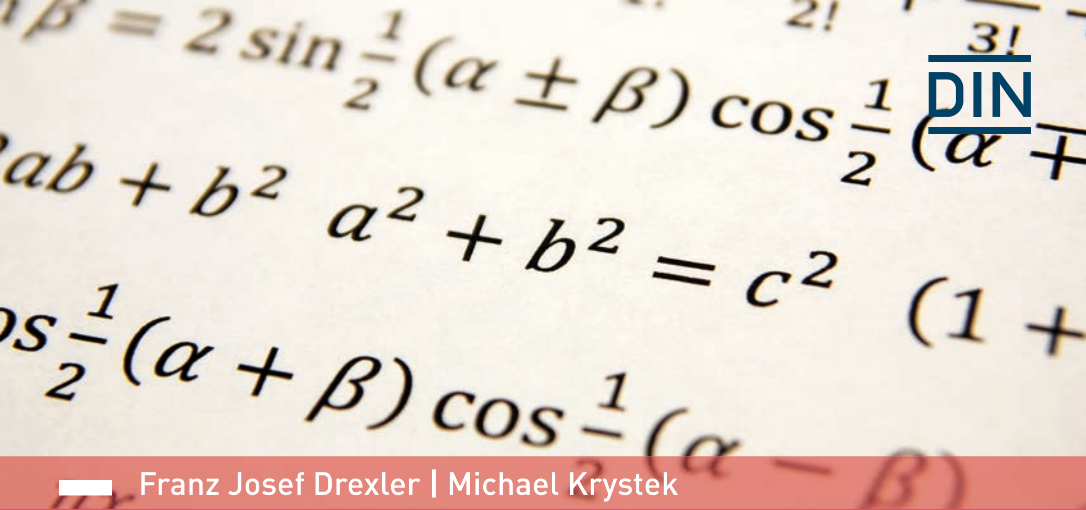

Franz Josef Drexler | Michael Krystek

Formeln, Zeichen und Symbole

Einführung in DIN EN ISO 80000-2

Beuth

DIN

Franz Josef Drexler
Michael Krystek

Formeln, Zeichen und Symbole

Einführung in DIN EN ISO 80000-2

1. Auflage 2019

Herausgeber:
DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

Beuth Verlag GmbH · Berlin · Wien · Zürich

Herausgeber: DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

Berlin · Wien · Zürich
Saatwinkler Damm 42/43
13627 Berlin

Telefon: +49 30 2601-0
Telefax: +49 30 2601-1260
Internet: www.beuth.de
E-Mail: info@beuth.de

Titelbild: © Fernando Batista – mit Genehmigung von Shutterstock.com
Satz: Autor
Druck: Drukarnia LEKO, Krakow
Gedruckt auf säurefreiem, alterungsbeständigem Papier nach DIN EN ISO 9706

ISBN 978-3-410-29172-5
ISBN 978-3-410-29173-2 (E-Book)

Vorwort

Dieses Buch wendet sich zunächst und vor allem an Physiker, Ingenieure und Techniker, die wissenschaftliche Artikel und Bücher über ihr Arbeitsgebiet oder technische Dokumentationen schreiben und dabei mathematische Zeichen und Symbole verwenden. Es führt in den international genormten mathematischen Formalismus nach DIN EN ISO 80000-2 ein und erläutert anhand vieler Beispiele dessen Verwendung. Es macht auch auf häufig vorkommende Fehler und Ungenauigkeiten bei der Anwendung mathematischer Zeichen und Symbole aufmerksam und hilft sie zu vermeiden.

Das Buch wendet sich auch an Studierende naturwissenschaftlich-mathematischer Ausbildungsrichtungen, sowie an die Lehrerinnen und Lehrer der Fächer Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik an weiterführenden Schulen. Sie erhalten dadurch Sicherheit im Umgang mit mathematischen Zeichen und Symbolen. Speziell für die letzte Gruppe sind auch Fußnoten eingefügt, welche die Wortherkunft der Namen und Begriffe erläutern, sowie biografische Hinweise auf Mathematiker geben.

Der Anhang enthält drei Verzeichnisse. Das erste Verzeichnis ist eine Zusammenstellung der genormten mathematischen Zeichen mit Verweisen auf die entsprechenden Nummern in DIN EN ISO 80000-2 und die zugehörigen Unicodes. Es stellt Autoren alle Zeichen rasch zur Verfügung. Das zweite Verzeichnis enthält die mathematischen Symbole mit Verweisen auf ihre entsprechenden Nummern in DIN EN ISO 80000-2. Das dritte Verzeichnis listet alle mathematischen Sachverhalte auf, für die es mehr als ein Zeichen oder Symbol gibt und stellt die Alternativen gegenüber.

Kochel am See, im Dezember 2018
Franz Josef Drexler

Berlin, im Dezember 2018
Michael Krystek

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Formelschreibweise und Formelsatz **3**

3 Mathematische Logik **5**

4 Mengen, Zahlenmengen, Intervalle **13**

5 Vergleichszeichen **21**

6 Operationen **25**

7 Kombinatorik **33**

8 Funktionen **37**

9 Komplexe Zahlen **53**

10 Matrizen und Determinanten **55**

11 Skalare, Vektoren, Tensoren **65**

12 Koordinatensysteme **83**

13 Elementare Geometrie **93**

14 Transformationen **101**

15 Spezielle Funktionen **109**

Anhänge **113**

A Mathematische Zeichen **115**

B Mathematische Symbole **119**

C Alternative Zeichen und Symbole **125**

1 Einleitung

Die vorherrschende Meinung unter Wissenschaftlern, Ingenieuren und Technikern[1] ist, dass mathematische Texte mit Zeichen und Symbolen niedergeschrieben werden, die stets eindeutig sind und von allen Mathematikern weltweit mit der gleichen Bedeutung verwendet werden. Wenn das tatsächlich so wäre, dann wäre es nicht notwendig, am Anfang jeder Publikation erst einmal zu erklären, welche Bedeutung die verwendeten Zeichen und Symbole haben, damit der Leser den Inhalt verstehen kann. Leider gilt das aber oft nur eingeschränkt, denn häufig unterbleibt die Definition der Zeichen und Symbole, sodass der Leser gezwungen ist, die Bedeutung aus dem Zusammenhang zu erschließen, wenn er denn dazu in der Lage ist. Wenn z. B. in einer Publikation das Zeichen $\mathbb{N}$ für die Menge der natürlichen Zahlen verwendet wird, bleibt unklar, ob der Verfasser die Null dazu zählt oder nicht. Ähnlich ist es beim Symbol log, das manchmal auch zur Bezeichnung des natürlichen Logarithmus verwendet wird.

Häufig gibt es für einen Sachverhalt mehrere Zeichen oder Symbole, die parallel verwendet werden können, ohne dass Missverständnisse entstehen, wie z. B. $\{\}$ oder $\varnothing$ für die leere Menge, $\vec{x}$ oder $\boldsymbol{x}$ für Vektoren, $\vec{u} \cdot \vec{v}$ oder $\langle \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \rangle$ für das Skalarprodukt und $f'(x)$ oder $\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}$ für den Term der Ableitungsfunktion. Welches der möglichen Zeichen oder Symbole ein Autor verwenden möchte, bleibt ihm überlassen.

Es gibt auch Zeichen, die gleichzeitig für zwei unterschiedliche Sachverhalte stehen, wie z. B. das Zeichen $\times$ für das Vektorprodukt und das kartesische Produkt oder die Betragsstriche für den Betrag einer Zahl und die Mächtigkeit einer Menge.

Zwei Zeichen allerdings spalten die Welt der Anwender: das Dezimaltrennzeichen (Komma oder Punkt) und das Multiplikationszeichen (halbhoher Punkt oder Kreuz). Im ersten Fall wird es wohl weltweit keine Einheitlichkeit geben, im zweiten beginnt das Pendel in Richtung des Multiplikationspunkts auszuschlagen, ohne dass eine Einheitlichkeit in Sicht ist, zumal einige Autoren aus dem angelsächsischen Sprachraum den Dezimalpunkt sogar halbhoch wie den Multiplikationspunkt schreiben, obwohl diese Schreibweise seit langem veraltet ist und nicht den heutigen Regeln entspricht.

[1] In diesem Buch wird aus Gründen der besseren Lesbarkeit überwiegend die männliche Form verwendet. Sie bezieht sich aber stets auf Personen beiderlei Geschlechts.

Wenn es um Funktionen geht, findet sich leider auch in renommierten Zeitschriften ein wüstes Durcheinander der Begriffe. Vor allem wird oft nicht zwischen den Begriffen „Funktion“, „Funktionsterm“, „Funktionsgleichung“ und „Funktionsgraph“ („Graph“[1]) unterschieden. Das überträgt sich dann auch auf Ableitungen und Integrale.

In diesem Buch wird an den entsprechenden Stellen auf diese Probleme hingewiesen und es werden Vorschläge gemacht, welche Zeichen und Symbole in diesen Fällen am besten geeignet sind. Selbstverständlich ist es jedem Autor freigestellt, die Zeichen und Symbole zu verwenden, die er bevorzugt oder sogar vollkommen neue zu erfinden. Die Lesbarkeit einer Publikation wird dadurch aber in der Regel nicht besser und es sollte auch bedacht werden, dass sich mancher Leser möglicherweise nur die Kernaussagen anschaut und dabei Textstellen überspringt, in denen die im übrigen Text verwendeten Zeichen und Symbole definiert werden.

[1] Anstelle von „Graph“ (einer Funktion) darf nach der neuen Rechtschreibung auch „Graf“ geschrieben werden. Wir verwenden in diesem Buch aber durchgängig die vorrangig empfohlene Schreibweise „Graph“, konform zum Regelwerk des Rats der deutschen Rechtschreibung 2006.

2 Formelschreibweise und Formelsatz

> Wenn dies auch nicht von großer Wichtigkeit scheinen möchte, da es hauptsächlich auf der von mir in die Rechnung eingeführten Bezeichnungsweise dieser Größen beruht …, so hat doch eben diese Art der Bezeichnung nachmals der ganzen Analysis so große Hilfsmittel verschafft, dass dadurch ein fast neues Feld erschlossen wurde …
>
> Leonard Euler, 1760

Dieses Buch handelt von den mathematischen Zeichen und Symbolen. Die in den nationalen und internationalen Normen festgelegten Regeln zur Darstellung von Zeichen und Symbolen und die Schreibweise von Formeln, die im Folgenden kurz vorgestellt werden sollen, sind sehr hilfreich, um ein einheitliches Druckbild bei Veröffentlichungen zu erhalten und die Lesbarkeit zu verbessern. Weitere Hinweise zur Formelschreibweise und zum Formelsatz finden sich in DIN 1338:1998.

Bei allen Fonts gibt es die Möglichkeit der Darstellung von Buchstaben, Ziffern und Sonderzeichen in aufrecht stehender oder kursiver Schreibweise. Dieser Unterschied wird bei der Darstellung mathematischer Zeichen und Symbole ausgenutzt.

Alle Variablen, wie z. B. x, y, z, sowie alle Laufindizes, wie in $\sum_{i=1}^{n} x_i$, werden kursiv geschrieben. Das gilt auch für alle Parameter und die Zeichen für Funktionen, wie z. B. die Buchstaben a und f in dem Ausdruck $f_a(x) = x^a$.

Ziffern und durch Ziffern wiedergegebene Zahlen werden immer aufrecht stehend geschrieben, wie z. B. 0,14; $1{,}25 \cdot 10^{-3}$; 2/3. Dasselbe gilt auch für die Symbole aller explizit definierten Funktionen, wie z. B. sin; exp; log; Γ, und die aller mathematischen Konstanten, wie z. B. $\mathrm{e} = 2{,}718\,281\,8\ldots$ (Eulersche Konstante), $\pi = 3{,}141\,592\,65\ldots$ (Kreiszahl) und $\gamma = 0{,}577\,215\,6\ldots$ (Euler-Mascheroni-Konstante).

Symbole für Operatoren werden stets aufrecht stehend geschrieben, wie z. B. grad; div; rot. Das gilt auch für alle Buchstaben, die Ableitungen symbolisieren, wie z. B. der Buchstabe d in $\mathrm{d}f/\mathrm{d}x$, und für die speziellen Symbole ∂; $\vec{\nabla}$ und Δ.

Das häufigste Symbol für eine Klammer[1] ist die runde Klammer ( ). Daneben gibt es auch die geschweifte Klammer { } und die eckige Klammer [ ], die aber möglichst nicht zur Gliederung mathematischer Formeln verwendet werden sollten, da sie bereits eine bestimmte Bedeutung haben, wie z. B. als Mengen- bzw. Intervallklammer. Klammern können geschachtelt werden, wie z. B. $3\big(a - 2(b + c)\big)$, wobei ihre Größe der leichteren Lesbarkeit wegen auch von innen nach außen zunehmen kann.

Das Argument einer Funktion wird immer in eine Klammer geschrieben, die ohne Abstand hinter dem Symbol für die Funktion steht, wie z. B. bei $f(x)$ oder $\cos(\omega t + \varphi)$. Enthält das Argument einer explizit definierten Funktion kein Rechenzeichen, dann darf die Klammer auch weggelassen werden. Stattdessen wird dann zwischen dem Symbol für die Funktion und dem Argument ein schmales Leerzeichen eingefügt, wie z. B. bei $\cos x$ oder $\log 2$. Ist dadurch die Gefahr einer Verwechslung gegeben, dann muss das Argument in eine Klammer gesetzt werden. So ist z. B. $\sin(x) - y$ anstelle von $\sin x - y$ zu schreiben, um die Verwechslung mit $\sin(x - y)$ auszuschließen.

In einer Auflistung von mathematischen Symbolen werden entweder das Semikolon oder das Komma als Trennzeichen verwendet, wobei das Semikolon vorzuziehen ist, da die Verwendung des Kommas die Lesbarkeit beeinträchtigen könnte oder es sogar zu einer Verwechslung mit dem Komma als Dezimaltrennzeichen kommen kann, wenn Zahlen in der Auflistung auftreten. Im Gegensatz zum Komma findet das Semikolon in Fließtexten sonst selten Verwendung.

Um die Lesbarkeit von Zahlen mit vielen Ziffern zu erhöhen, sollte nach jeder dritten Ziffer, beidseitig vom Dezimaltrennzeichen ausgehend, stets ein schmales Leerzeichen eingefügt werden, wie z. B. in $x = 23\,548{,}001\,28$. Der Punkt sollte grundsätzlich nicht als Trennzeichen für Gruppen von Tausendern verwendet werden.

Manchmal sind Terme oder Gleichungen so lang, dass sie nicht mehr in eine Zeile passen und deshalb umgebrochen werden müssen. Der Umbruch sollte stets unmittelbar nach einem Rechen- oder Gleichheitszeichen erfolgen, denn durch das Zeichen am Ende einer Zeile wird unmissverständlich signalisiert, dass der Term oder die Gleichung in der nächsten Zeile, die sich möglicherweise sogar auf der nächsten Seite befindet, noch fortgesetzt wird. Das Zeichen, nach dem die Trennung erfolgt ist, darf aber in der nächsten Zeile keinesfalls wiederholt werden. Außerdem sollte jede Trennung innerhalb einer Klammer möglichst vermieden werden.

[1] In vielen Texten finden wir bedauerlicherweise Aussagen der Art „der Term muss in Klammern gesetzt werden“ oder ähnliches. Korrekterweise sollte es aber „der Term muss in eine Klammer gesetzt werden“ oder auch „der Term muss eingeklammert werden“ heißen, denn selbst wenn jede Klammer aus zwei Teilen besteht (Klammer auf, Klammer zu), so ist es doch nur eine einzige Klammer.

3 Mathematische Logik

$\wedge \quad \vee \quad \neg \quad \Rightarrow \quad \Leftrightarrow \quad \forall \quad \exists \quad \exists^1$

Die mathematische Logik[1] ist aus der Philosophie hervorgegangen und heute ein Zweig der Mathematik. Sie beschäftigt sich mit Aussagen und deren Beziehungen. Der Begriff „Logik“ geht vermutlich auf Aristoteles[2] zurück. Aussagen in einem präzisen mathematischen Sinn (und nur so werden wir diesen Begriff verwenden) sind nichts weiter als Feststellungen über Sachverhalte, die entweder zutreffen können oder auch nicht. Es muss aber immer, zumindest im Prinzip, feststellbar sein, ob eine betrachtete Aussage wahr (d. h. zutreffend) oder falsch (d. h. nicht zutreffend) ist. Wenn das nicht möglich ist, dann liegt keine Aussage vor. Bei den unüberschaubar vielen Aussagen, die wir im täglichen Leben antreffen, sei es in den Medien, in Büchern oder in Gesprächen, ist es für uns oft schwer, festzustellen, ob sie wahr oder falsch sind, oder ob überhaupt Aussagen vorliegen. Ludwig Wittgenstein[3] hat sich, vor allem in seinem *Tractatus logico-philosophicus* (1921), intensiv mit dieser Fragestellung beschäftigt.

Ein Problem haben alle Wissenschaften gemeinsam: Sie müssen, um sich mitteilen zu können, Wörter aus der Umgangssprache verwenden, die in aller Regel nicht eindeutig und damit interpretierbar sind oder die, je nach Zusammenhang, ihre Bedeutung ändern. Die Wissenschaftler geben ihnen eine genauere Definition (meistens jedenfalls), die dann aber oft in der umgangssprachlichen Verwendung zu Verwirrungen und Unverständnis

[1] Die Väter der modernen mathematischen Logik sind **George Boole** und **Augustus de Morgan**. Boole, geboren 1815-11-02 in Lincoln, England, gestorben 1864-12-08 in Ballintemple, Irland, war englischer Mathematiker, Logiker und Philosoph. De Morgan, geboren 1806-06-27 in Madurai, Indien, gestorben 1871-03-18 in London, war englischer Mathematiker und erster Präsident der London Mathematical Society.

[2] **Aristoteles** (altgriechisch: Ἀριστοτέλης), geboren 384 v.u.Z. in Stageira, Makedonien, gestorben 322 v.u.Z. in Chalkis, Euböa, gehört zu den bekanntesten und einflussreichsten Philosophen der Geschichte. Sein Lehrer war Platon, doch hat Aristoteles zahlreiche Disziplinen entweder selbst begründet oder maßgeblich beeinflusst, darunter Wissenschaftstheorie, Logik, Biologie, Physik, Ethik, Staatstheorie und Dichtungstheorie.

[3] **Ludwig Wittgenstein,** geboren 1889-04-26 in Wien, gestorben 1951-04-29 in Cambridge, England, war österreichischer Logiker und Philosoph.

führt, wenn sie nicht im entsprechenden Kontext interpretiert wird. Wie soll auch ein Arzt einen Bruch kürzen oder ein Mathematiker einen Bruch schienen oder gar operieren? Wir werden im Weiteren derartige Probleme immer wieder ansprechen.

Beispiel 3.1
Mathematische Aussagen sind „1 ist eine natürliche“ Zahl (wahr) oder „4 ist kleiner als 3“ (falsch). Aber auch „auf der Erde gibt es Leben“ ist eine Aussage, dagegen „auf Alpha Centauri b[1] gibt es Leben“ ist keine, da wir nicht feststellen können, ob sie zutrifft oder nicht, so sehr manche Astronomen das auch hoffen, und weil wir auch keine Definition des Unterschieds zwischen „belebt“ und „unbelebt“ besitzen.

Aussagen treten meist nicht allein auf. Sie sind mit anderen Aussagen verknüpft, oft in der Form, dass wir sagen, dieses *und* jenes sei geschehen, dieses *oder* jenes treffe zu oder es sei *zwar* dieses *aber nicht* jenes der Fall. Dabei entstehen neue Aussagen, die dann als Gesamtheit wieder wahr oder falsch sein können. Wenn ein Gebrauchtwagenhändler ein Fahrzeug mit den Worten anbietet, dass es drei Jahre alt sei und erst 10 000 Kilometer gefahren, dann sagt er nur dann die Wahrheit, wenn die beiden Teilaussagen gemeinsam zutreffen, ansonsten lügt er, auch wenn eine der beiden Behauptungen zutreffen sollte. Im Gegensatz zur Umgangssprache sind derartige Verknüpfungen von Aussagen in der mathematischen Logik präzise definiert.

Sind S und T Aussagen, so bezeichnet die Verknüpfung $S \wedge T$ eine Aussage, die genau dann wahr ist, wenn beide Teilaussagen wahr sind, bzw. die falsch ist, wenn mindestens eine Teilaussage falsch ist. Wir sprechen $S \wedge T$ aus als „S und T“ und meinen damit genauer „S und zugleich T“.

Beispiel 3.2
Ist S die Aussage „10 ist eine natürliche Zahl“, T die Aussage „10 ist eine Quadratzahl“ und U die Aussage „10 ist durch 3 teilbar“, dann sind die Aussagen $S \wedge T$, $S \wedge U$, $T \wedge U$ falsch. Ersetzen wir aber 10 durch 9, dann sind alle drei Aussagen wahr. Ersetzen wir dagegen 10 durch 12, so ist nur die Aussage $S \wedge U$ wahr.

Sind S und T Aussagen, so bezeichnet die Verknüpfung $S \vee T$ eine Aussage, die genau dann falsch ist, wenn beide Teilaussagen falsch sind und die wahr ist, wenn mindestens eine Teilaussage wahr ist. Wir sprechen $S \vee T$ aus als „S oder T“ und meinen damit genauer „S oder auch T“.

Beispiel 3.3
Wenn wir sagen: „Die Gleichung $2x - 6 = 0$ hat die Lösungen $x = 3$ oder $x = 4$“, dann ist die Aussage $(x = 3) \vee (x = 4)$ wahr.

[1] Alpha Centauri b ist ein Exoplanet, der den hellsten Stern im Sternbild Centaurus umkreist. Er ist etwa 4,3 Lichtjahre von unserem Sonnensystem entfernt und die Astronomen halten ihn für den erdähnlichsten der bisher entdeckten Exoplaneten.

In der Umgangssprache ist die Sache nicht so eindeutig wie in der mathematischen Logik. Wenn die nette Kellnerin fragt: „Wollen Sie den Kaffee mit Milch und Zucker" und ich sage „Ja", dann weiß ich, was ich bekomme, nämlich beides, fragt sie dagegen „Wollen Sie den Kaffee mit Milch oder Zucker" und ich sage wieder „Ja", dann vermute ich, dass sie mich einfach nur fragend anschaut. Sie meint nämlich mit ihrem „oder" das exklusive (ausschließende) oder, d. h. genau eines von beiden, und wartet auf eine Entscheidung von mir, ich dagegen das inklusive (einschließende) oder, mir ist es also egal, wenn nur mindestens eines von beiden im Kaffee ist.

Ist S eine Aussage, so bezeichnet $\neg S$ die Negation dieser Aussage, die genau dann wahr ist, wenn S falsch ist und die falsch ist, wenn S wahr ist. Wir sprechen $\neg S$ aus als „nicht S". Die Negation der Negation einer Aussage ist wieder die ursprüngliche Aussage, d. h. es gilt $\neg(\neg S) = S$.

Beispiel 3.4
Wenn es nicht so ist, dass es nicht regnet, dann regnet es.

Die Aussage „S oder T, aber nicht beides" (das exklusive oder), können wir jetzt folgendermaßen darstellen:

$$(S \wedge \neg T) \vee (\neg S \wedge T)\ .$$

Wenn jemand zu mir sagt: „Jetzt sei doch logisch!", dann deutet er damit an, dass ich aus irgendwelchen Voraussetzungen einen falschen Schluss gezogen habe. Was meint er aber mit „einen falschen Schluss ziehen"? Schauen wir, was Logiker dazu sagen.

Sind S und T Aussagen, so bezeichnet der Ausdruck $S \Rightarrow T$ eine Aussage, die genau dann falsch ist, wenn S wahr ist und T falsch. Wir sprechen $S \Rightarrow T$ aus als „wenn S dann T". Gelegentlich sagen wir auch „aus S folgt T" oder „S impliziert[1] T".

Ein Ausdruck der Form $S \Rightarrow T$ wird *Implikation* genannt, wobei S den *Vordersatz* (Prämisse) der Implikation und T ihren *Hintersatz* (Konklusion) bezeichnet. Aus der Definition der Implikation ergibt sich, dass sie stets wahr ist, wenn der Vordersatz falsch ist, d. h. aus einer logisch falschen Prämisse folgt jede beliebige Aussage.[2]

Beispiel 3.5
Ist S die (falsche) Aussage „Eins ist gleich null." und T die (ebenfalls falsche) Aussage „2021 ist ein Schaltjahr.", so ist die Aussage „Wenn eins gleich null ist, dann ist 2021 ein Schaltjahr." wahr.

Wenn jemand sagt: „Wenn du eine Million im Lotto gewonnen hast, dann bin ich der Kaiser von China.", ist das dann eine wahre oder eine falsche Aussage? Die Antwort auf diese Frage hängt vom Kontext ab. Wenn er diesen Satz zu einem Aufschneider sagt, dann handelt es sich mit großer Wahrscheinlichkeit um eine wahre Aussage.

[1] Von lateinisch *implicare* = einwickeln, verknüpfen, verbinden.

[2] Das ist der logische Grundsatz: „aus Falschem folgt Beliebiges", lateinisch *ex falso sequitur quodlibet*, der meistens mit e.f.q. (*ex falso quodlibet*) abgekürzt wird.

Die Implikation spielt eine große Rolle in der Mathematik, denn die mathematischen Theoreme haben häufig die Form einer Implikation, wobei der Vordersatz *Voraussetzung* genannt wird und der Hintersatz *Behauptung*. Mathematiker sagen dann auch häufig, dass die Behauptung eine *notwendige Bedingung* für die Voraussetzung sei, bzw. dass die Voraussetzung eine *hinreichende Bedingung* für die Behauptung sei.

Sind S und T Aussagen, so bezeichnet der Ausdruck $S \Leftrightarrow T$ eine Aussage, die genau dann wahr ist, wenn die Aussagen S und T beide wahr oder beide falsch sind. Wir sprechen $S \Leftrightarrow T$ aus als „S genau dann, wenn T“ oder als „S ist äquivalent[1] zu T“. Die Aussage $S \Leftrightarrow T$ hat dieselbe Bedeutung wie die Aussage $(S \Rightarrow T) \land (T \Rightarrow S)$.

Beispiel 3.6
Ist S die Aussage „ein Dreieck hat drei Symmetrieachsen“ und T die Aussage „ein Dreieck ist gleichseitig“, so gilt $S \Leftrightarrow T$.

Die Eigenschaften der logischen Verknüpfungen von Aussagen können übersichtlich in sogenannten *Wahrheitswerttabellen* zusammengefasst werden:

S	T	$S \land T$	$S \lor T$	$S \Rightarrow T$	$S \Leftrightarrow T$
wahr	wahr	wahr	wahr	wahr	wahr
wahr	falsch	falsch	wahr	falsch	falsch
falsch	wahr	falsch	wahr	wahr	falsch
falsch	falsch	falsch	falsch	wahr	wahr

Wir zeigen die Anwendung einer Wahrheitswerttabelle am Beispiel der Implikation. Dazu stellen wir die folgende Tabelle auf:

S	T	$S \land \neg T$	$\neg S \lor T$	$S \Rightarrow T$
wahr	wahr	falsch	wahr	wahr
wahr	falsch	wahr	falsch	falsch
falsch	wahr	falsch	wahr	wahr
falsch	falsch	falsch	wahr	wahr

Aus dieser Tabelle können wir unmittelbar ablesen, dass die Implikation $S \Rightarrow T$ nur dann falsch ist, wenn die Aussage $S \land \neg T$ wahr ist, d. h. wenn S wahr und gleichzeitig T falsch ist. Das entspricht aber genau der oben angegebenen Definition der Implikation. Außerdem können wir der Tabelle noch entnehmen, dass die Ausdrücke $\neg S \lor T$ und $S \Rightarrow T$ stets zu denselben Wahrheitswerten führen, d. h. die Implikation ist äquivalent zur Aussage $\neg S \lor T$.

[1] Zusammengesetzt aus lateinisch *aequus* = gleich und *valere* = wert sein.