



Kohl

Berechnungsbeispiele im Stahlbeton- und Spannbetonbau nach EC 2

2. Auflage

**Bauwerk
Beuth**

**Berechnungsbeispiele
im Stahlbeton- und
Spannbetonbau nach EC 2**

(Leerseite)

Dipl.-Ing. Matthias Kohl

Berechnungsbeispiele im Stahlbeton- und Spannbetonbau nach EC 2

2., vollständig überarbeitete Auflage

Beuth Verlag GmbH · Berlin · Wien · Zürich

Bauwerk

© 2016 Beuth Verlag GmbH
Berlin · Wien · Zürich

Am DIN-Platz
Burggrafenstraße 6
10787 Berlin

Telefon: +49 30 2601-0
Telefax: +49 30 2601-1260
Internet: www.beuth.de
E-Mail: kundenservice@beuth.de

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt.
Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechts ist ohne schriftliche Zustimmung
des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen,
Mikroverfilmungen und die Einspeicherung in elektronische Systeme.

Die im Werk enthaltenen Inhalte wurden von Verfasser und Verlag sorgfältig erarbeitet und
geprüft. Eine Gewährleistung für die Richtigkeit des Inhalts wird gleichwohl nicht übernommen.
Der Verlag haftet nur für Schäden, die auf Vorsatz oder grobe Fahrlässigkeit seitens des Verlages
zurückzuführen sind. Im Übrigen ist die Haftung ausgeschlossen.

Druck und Bindung:
Zakład Graficzny Colonel S.A., Kraków

Gedruckt auf säurefreiem, alterungsbeständigem Papier nach DIN EN ISO 9706.

ISBN 978-3-410-24978-8

Der Autor

Dr.-Ing. Matthias Kohl studierte an der TU Darmstadt Bauingenieurwesen mit der Vertiefungsrichtung konstruktiver Ingenieurbau und der Hauptvertiefung Massivbau.

Nach Beendigung seines Studiums arbeitete er mehrere Jahre als Tragwerksplaner und handlungsbevollmächtigter Projektleiter in einem national wie international agierenden Ingenieurbüro.

Von dort wechselte er als wissenschaftlicher Mitarbeiter zum Institut für Massivbau an die TU Hamburg-Harburg und promovierte. Heute ist Dr.-Ing. Kohl in führender Position für ein namhaftes, beratendes Unternehmen im Bereich des Bauprojektmanagements sowie von Technischen Due-Diligence-Verfahren tätig.



(Leerseite)

Vorwort zur 2. Auflage

Die nun vorliegende zweite Auflage erscheint aktualisiert und um insgesamt acht Beispiele erweitert. Die Überarbeitung wurde u. a. durch die Neufassung des Nationalen Anhangs zu DIN EN 1992-1-1 vom April 2013 erforderlich. Der vornehmliche Grund für die Aktualisierung liegt im Rückzug von DIN 1045-1 und dem Ende der Übergangsfristen.

Während die grundsätzliche Form der Aufarbeitung der einzelnen Beispiele inkl. der erläuternden Kommentarspalte unverändert bleibt, ist das Spektrum behandelter Beispielaufgaben mit der zweiten Auflage nochmals erweitert worden. Zu den bereits in der ersten Auflage behandelten Themen:

- Nachweise von Stahlbetonbauteilen im ULS und SLS
- Nachweise von Spannbetonbauteilen im ULS und SLS
- Rissbreitenberechnungen infolge Zwang- und Lastbeanspruchungen
- Aussteifungsberechnungen
- Bemessung von Stahlbetonflachdecken

sind auch die folgenden Themengebiete aufgenommen worden:

- Durchstanzen eines Einzelfundamentes
- Nachweis der Verbundfuge
- Verbundlose Vorspannung
- Spannbettbinder.

Auch die zweite Auflage soll Studierenden und Jungingenieuren die genannten Themenbereiche des Massivbaus praxisnah vermitteln. Sie kann aber auch Tragwerksplanern, die sich mit neuen Fragestellungen auseinandersetzen, dienlich sein. Dazu ist u. a. der Themenkomplex vorgespannter Bauteile deutlich erweitert worden.

Abschließend gilt es, den Herren Dipl.-Ing. T. Kohl, Dipl.-Ing. S. Kolloch und Dipl.-Ing. W. Mundt für die kritische Durchsicht der Beispiele zu danken. Dem Beuth/Bauwerk Verlag gebührt Dank für die vertrauensvolle Fortführung der sehr guten Zusammenarbeit.

Vorwort zur 1. Auflage

Um einerseits die Nachweisführung und Bemessung zu verdeutlichen und andererseits die Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Normen DIN 1045-1:2008-08 und DIN EN 1992-1-1:2011-01, Eurocode 2, aufzuzeigen, werden im vorliegenden Buch je 12 Bemessungsbeispiele für Stahlbeton- und Spannbetonbauteile nach DIN 1045-1 und DIN EN 1992-1-1, Eurocode 2, berechnet. Die statischen Systeme und geforderten Nachweise der Beispiele 1 bis 12 nach DIN 1045-1 sind die gleichen wie die der Beispiele 13 bis 24 nach DIN EN 1992-1-1, kurz: EC2-1-1.

Im Einzelnen werden folgende Themengebiete in den Beispielen behandelt:

- Nachweise von Stahlbetonbauteilen im ULS und SLS
- Nachweise von Spannbetonbauteilen im ULS und SLS
- Rissbreitenberechnungen infolge Zwang- und Lastbeanspruchungen
- Aussteifungsberechnungen
- Bemessung von Stahlbetonflachdecken.

Die Beispielsammlung richtet sich an Studierende des Bauingenieurwesens, Jungingenieure und Technikerschulen Bau. Sie kann aber auch Tragwerksplanern eine Hilfe sein, welche sich in ein neues Themenfeld (z. B. Spannbetonbau) oder von DIN 1045-1 in EC2-1-1 einarbeiten wollen. Damit werden die Beispiele nach DIN 1045-1 auch nach der bauaufsichtlichen Einführung der Eurocode-Normen, dem 1. Juli 2012, von Nutzen sein.

Bei der Zusammenstellung der Beispielaufgaben wurde auf Praxisnähe geachtet, allerdings steht die Systematik der Nachweisführung im Vordergrund. Zum besseren Verständnis werden die Nachweise in einer Kommentarspalte durch die Angabe der entsprechenden Abschnitte aus den Normen bzw. aus gängiger und relevanter Fachliteratur verdeutlicht sowie durch Skizzen illustriert.

Brandschutznachweise nach DIN 4102 bzw. EC2-1-2 sind nicht Gegenstand der Beispiele.

Abschließend geht an dieser Stelle ein Dank an die Herren Dipl.-Ing. W. Mundt und Dipl.-Ing. T. Kohl für die kritische Durchsicht der Beispiele; ebenso an den Beuth/Bauwerk Verlag für die angenehme und kooperative Zusammenarbeit.

Dipl.-Ing. Matthias Kohl

Hamburg, im September 2011

Inhaltsverzeichnis

Einführung und Begriffe	1
Beispiel 1:	
Zweifeldrige Radwegbrücke aus Stahlbeton	2
Beispiel 2:	
Stahlbeton-Zweifeldträger in einer Industriehalle	13
Beispiel 3:	
Stahlbetonträger für ein auskragendes Vordach	21
Beispiel 4:	
Einfeldträger aus Stahlbeton	30
Beispiel 5:	
Einachsig gespannte Unterzugdecke	41
Beispiel 6:	
Stahlbetontrog über einen Fluss	50
Beispiel 7:	
Rissbreitennachweise für eine Stahlbetonstützwand	61
Beispiel 8:	
Hohlkastenbrücke in Mischbauweise	66
Beispiel 9:	
Spannbettbinder	77
Beispiel 10:	
Vorgespannter Betonträger	84
Beispiel 11:	
Zweifeldrige Brücke aus Spannbeton	98

Beispiel 12:

Vorgespannte Fußgängerbrücke 110

Beispiel 13:

Stadionüberdachung mittels vorgespannter Spannbetonträger 119

Beispiel 14:

Vorgespannte Bibliothekdecke 131

Beispiel 15:

Vorgespannter Rahmenriegel 142

Beispiel 16:

Aussteifung eines Bürogebäudes 152

Beispiel 17:

Aussteifung eines Verwaltungsgebäudes und Bemessung einer Geschossdecke 156

Beispiel 18:

Nachweis der Aussteifung und Bemessung einer Unterzugdecke eines Bürohauses 163

Beispiel 19:

Aussteifung eines Schulgebäudes und Berechnung einer Geschossdecke 170

Beispiel 20:

Bemessung einer Flachdecke in Stahlbetonbauweise 179

Literaturverzeichnis 193

Stichwortverzeichnis 195

Einführung und Begriffe

Aufgrund des Rückzuges von DIN 1045-1 entfällt in der vorliegenden zweiten Auflage eine Gegenüberstellung der Berechnungsverfahren nach DIN und Eurocode. Somit werden die Beispiele, die nach der zurückgezogenen DIN 1045-1 vorgestellt worden sind, nicht weiter berücksichtigt. Stattdessen wurden die 12 Berechnungsbeispiele der ersten Auflage, denen Eurocode 2 zugrunde lag, um acht weitere Beispiele erweitert.

Die Basis für die Nachweisführung und Bemessung der Beispiele 1 bis 20 bildet DIN EN 1992-1-1 [7] (Eurocode 2) mit dem im April 2013 novellierten Nationalen Anhang [8]. Dieser enthält über die für Deutschland festgelegten Parameter (National Determined Parameter, kurz: NDP) hinaus auch ergänzende und EC2-1-1 nicht widersprechende Angaben (Noncontradictory Complementary Information, kurz: NCI) zur Anwendung der Norm.

Die national festgelegten Parameter (NDP) gelten für die Tragwerksplanung von Hoch- und Ingenieurbauten und legen u. a. Zahlenwerte und Klassen fest, die im Eurocode zur nationalen Entscheidung offen gelassen wurden.

Zudem stellen die vom Deutschen Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb) 2012 in Heft 600 [6] herausgegebenen Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA ein wesentliches Verdeutlichungsinstrument in der zweiten Auflage dar.

Um den Überblick über auftretende Fragestellungen zu erweitern, sind in die vorliegende Auflage weitere Nachweise eingeflossen. Dazu gehören u. a. das Durchstanzen eines Fundamentes, der Nachweis der Verbundfuge sowie der Ansatz der freien Spanngliedlage.

Auf Brandschutznachweise nach EC2-1-2 wurde verzichtet.

Beispiel 1: Zweifeldrige Radwegbrücke aus Stahlbeton

Gegeben ist eine Radwegbrücke aus Stahlbeton (C35/45 und B500B) über eine Bundesstraße als gabelgelagerter Stahlbeton-Zweifeldträger mit einer Spannweite von je $l = 14,0$ m. Die beiden Fußgängerwege werden dabei durch den Steg des Trägers begrenzt, der zusätzlich durch zwei Straßenlampen belastet wird.

Der Träger wird durch seine Eigenlast g_{k1} , Ausbaulasten $g_{k2} = 1,0$ kN/m² und durch die veränderliche Einwirkung $q_k = 5,0$ kN/m² (Fußgänger, Radfahrer) belastet. Außerdem durch die beiden Straßenlampen (jeweils $G_k = 4,0$ kN).

Die statische Höhe des Trägers beträgt $d = 67,5$ cm.

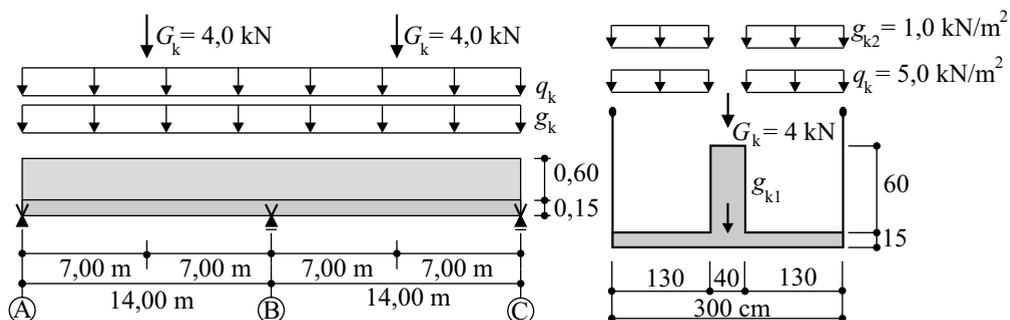


Bild 1-1: System

Aufgabe 1.1:

Ermitteln Sie den Druckstrebenwinkel θ im maßgebenden Bereich des Mittelaufagers B (links).

Aufgabe 1.2:

Führen Sie im maßgebenden Bereich links des Mittelaufagers B alle erforderlichen Nachweise zur Aufnahme der Querkraft: Druckstrebe $V_{Rd,max}$, Ermittlung einer sinnvollen lotrechten Bügelbewehrung a_{sw} , Mindestbewehrung $a_{sw,min}$, Bügelabstand s .

Aufgabe 1.3:

Bestimmen Sie die statisch erforderliche Bewehrung in Querrichtung am Anschnitt des Flansches. Die statische Höhe beträgt $d = 10$ cm.

Aufgabe 1.4:

Führen Sie den Nachweis des Zuggurtanschlusses für das linke Feld. Der Druckstrebenwinkel kann dabei zu $\cot\theta_r = 1,0$ angesetzt werden. Im Steg und in den

Platten ist eine Längsbewehrung von 9 $\phi 20$ bzw. $\phi 12-15$ angeordnet. Diejenige in den Platten kann auf der kompletten Breite $b = 1,30$ m angerechnet werden.

Aufgabe 1.5:

Infolge Wartungsarbeiten am Brückengeländer ist lediglich ein Weg begeh- bzw. befahrbar. Aus dieser einseitigen Belastung resultiert eine zusätzliche Torsionsbelastung.

Führen Sie nachfolgend alle erforderlichen Nachweise für eine kombinierte Beanspruchung aus Querkraft und Torsion am Mittelaufleger (links) in Achse B. Berechnen Sie dazu den Druckstrebenwinkel θ , der aus der kombinierten Beanspruchung resultiert. Ermitteln Sie dann die erforderliche Bügel-, Umfangs- und Längsbewehrung aus der Torsionsbeanspruchung.

Berechnen Sie die Kernfläche A_k beim Torsionsnachweis vereinfachend ohne Ansatz der auskragenden Platten und mit einer Betondeckung von $c_{nom,bü} = 3,5$ cm. Als Bügel und umlaufende Längsbewehrung sollen $\phi 10$ verwendet werden.

Aufgabe 1.6:

Bestimmen Sie die notwendige Länge der oberen Biegezugbewehrung ($\phi_s = 25$ mm) im Bereich des Mittelauflegers in Achse B ($g+q$ auf beiden Feldern und beiden Radwegen). Ermitteln Sie hierzu zunächst die erforderliche Verankerungslänge, den Abstand der Momentennullpunkte im Bereich der Mittelstütze sowie das Versatzmaß; schließlich ist noch die Verankerungslänge am Endaufleger A (q beidseitig auf einem Feld) bei einer Bewehrung im Feld von 9 $\phi 20$ zu bestimmen. Alle Auflager besitzen eine Breite von $a = 40$ cm. Zeichnen Sie dann die Zugkraftdeckungslinie.

Lösung: **Aufgabe 1.1:**

Eigenlast

$$g_{k1} = [2 \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 1,30 \text{ m} + 0,40 \text{ m} \cdot 0,75 \text{ m}] \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 17,3 \text{ kN/m} \quad [1] \text{ Kap. 4, 1.4.1}$$

Querkräfte in Achse B:

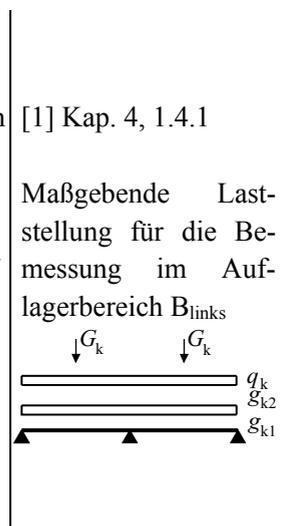
Infolge ständiger Lasten g_{k1} , g_{k2} und G_k :

$$V_{gk,B,li} = -0,625 \cdot (17,3 \text{ kN/m} + 2,6 \text{ kN/m}) \cdot 14,0 \text{ m} - 0,688 \cdot 4,0 \text{ kN}$$

$$V_{gk,B,li} = -176,9 \text{ kN}$$

Infolge veränderlicher Lasten q_k :

$$V_{qk,B,li} = -0,625 \cdot 13,0 \text{ kN/m} \cdot 14,0 \text{ m} = -113,7 \text{ kN}$$



Bemessungsquerkraft infolge ständiger und veränderlicher Lasten:

In Achse B:

$$V_{Ed,B,li} = -[1,35 \cdot 176,9 \text{ kN} + 1,5 \cdot 113,7 \text{ kN}] = -409,4 \text{ kN}$$

Bei $x = d = 67,5 \text{ cm}$ vom Auflagerrand:

$$V_{Ed,B,li,red}(x = 13,32^5 \text{ m})$$

$$\text{mit: } (g+q)_d = (1,35 \cdot 19,9 + 1,5 \cdot 13,0) \text{ kN/m} \cdot 0,675 \text{ m} = 31,3 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,B,li,red}(x = 13,32^5 \text{ m}) = -409,4 \text{ kN} + 31,3 \text{ kN} = -378,1 \text{ kN}$$

EC2-1-1, NCI zu 6.2.1(8)

$$x = l - d = 13,32^5 \text{ m}$$

Ermittlung des Druckstrebenwinkels:

$$1,0 \leq \cot \theta \leq \frac{1,2}{1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed,B,li,red}} \leq 3,0$$

EC2-1-1, Gl. 6.7aDE

für $\alpha = 90^\circ$

$$V_{Rd,cc} = c \cdot 0,48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot b_w \cdot z \text{ (für Bauteile ohne Normalkraft)}$$

mit:

$$c = 0,5$$

$$f_{ck} = 35 \text{ MN/m}^2$$

$$b_w = 0,40 \text{ m}$$

$$z = 0,9 \cdot d = 60,75 \text{ cm} \approx 61 \text{ cm}^1)$$

EC2-1-1, Gl. 6.7bDE

EC2-1-1, Bild 6.5

EC2-1-1, 6.2.3(1)

$$V_{Rd,cc} = 191,6 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = \frac{1,2}{1 - 191,6 / 378,1} = 2,43 \quad \rightarrow: \theta = 22,3^\circ$$

Lösung: **Aufgabe 1.2:**

Nachweis der Druckstrebe:

EC2-1-1, Gl. 6.9

$V_{Ed} < V_{Rd,max}$ (beim Nachweis der Druckstrebe wird die Querkraft nicht abgemindert, EC2-1-1, NCI zu 6.2.1(8))

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z / [\cot \theta + \tan \theta]$$

mit:

$$v_1 = 0,75 \cdot v_2$$

$$\text{mit: } v_2 = (1,1 - f_{ck}/500) \leq 1,0 \quad [v_2 = 1,03 \geq 1,0 \rightarrow: v_2 = 1,0]$$

$$\alpha_{cw} = 1,0$$

lotrechte Bügel mit $\alpha = 90^\circ$

EC2-1-1, NDP zu 6.2.3(3)

EC2-1-1, NDP zu 6.2.3(3)

$$b_w = 0,4 \text{ m}$$

$$z = 0,9 \cdot d = 0,9 \cdot 0,675 \text{ m} = 0,61 \text{ m}$$

EC2-1-1, 6.2.3(1)

$$f_{cd} = 0,85 \cdot 35 \text{ MN/m}^2 / 1,5 = 19,83 \text{ MN/m}^2$$

EC2-1-1, Gl. 3.15

¹⁾ vereinfachend wird auf $z = d - 2 \cdot c_{v,1} \geq d - c_{v,1} - 3 \text{ cm}$ nach EC2-1-1, NCI zu 6.2.3(1) verzichtet

darin ist $\alpha_{cc} = 0,85$ nach EC2-1-1, NDP zu 3.1.6 (2)

$$V_{Rd,max} = 0,75 \cdot 19,83 \text{ MN/m}^2 \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 0,61 \text{ m} / [2,43 + 1/2,43]$$

$$V_{Rd,max} = 1,28 \text{ MN}$$

$V_{Rd,max} > V_{Ed,B,li} \rightarrow$: die Druckstrebe ist nachgewiesen

Nachweis der Zugstrebe – Ermittlung der Querkraftbewehrung:

$$V_{Ed,B,li,red} < V_{Rd,s}$$

$$\text{erf. } a_{sw} = V_{Ed,B,li,red} / [f_{ywd} \cdot z \cdot \cot\theta]$$

$$\text{erf. } a_{sw} = 0,378 \text{ MN} \cdot 10^4 / [435 \text{ MN/m}^2 \cdot 0,61 \text{ m} \cdot 2,43] = 5,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

gewählt: Bü $\phi 10-20 \rightarrow$: vorh. $a_{sw} = 7,8 \text{ cm}^2/\text{m}$

Mindestbewehrung:

$$a_{sw,min} = \rho_{w,min} \cdot b_w \cdot \sin\alpha$$

mit:

$$\rho_{w,min} = 0,16 \cdot f_{ctm} / f_{yk} = 0,16 \cdot 3,2 / 500 = 0,102 \%$$

$$a_{sw,min} = 0,102 \cdot 40 \text{ cm} \cdot 1,0 = 4,08 \text{ cm}^2/\text{m} < \text{vorh. } a_{sw} = 7,8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Kontrolle des Bügelabstandes:

$$V_{Ed,B,li,red} / V_{Rd,max} = 0,378 / 1,28 = 0,3 \leq 0,3$$

$$s_{l,max} = 0,7h \text{ oder } 30 \text{ cm} \quad (0,7h = 0,525 \text{ m})$$

$$s_{l,max} = 30 \text{ cm} > \text{vorh. } s = 20 \text{ cm}$$

Lösung: **Aufgabe 1.3:**

$m_{Ed,max}$ = Moment am Anschnitt Steg/Platte

$$m_{Ed,max} = [1,35 \cdot (1,0 + 0,15 \cdot 25) + 1,50 \cdot 5,0] \text{ kN/m}^2 \cdot (1,3 \text{ m})^2 / 2$$

$$m_{Ed,max} = 11,8 \text{ kNm/m}$$

$$\mu_{Eds} = (0,0118 \text{ MNm/m}) / [1,0 \text{ m} \cdot (0,1 \text{ m})^2 \cdot 19,83 \text{ MN/m}^2] = 0,06$$

$$\omega = 0,06$$

$$\text{erf. } a_s = [1 / 435 \text{ MN/m}^2] \cdot [0,06 \cdot 1,0 \text{ m} \cdot 0,10 \text{ m} \cdot 19,83 \text{ MN/m}^2 \cdot 10^4]$$

$$\text{erf. } a_s = 2,74 \text{ cm}^2/\text{m}$$

gewählt: Stäbe $\phi 8-15$ oben und unten (konstruktiv)

$$\text{vorh. } a_s = 3,35 \text{ cm}^2/\text{m}$$

EC2-1-1, Gl. 6.8

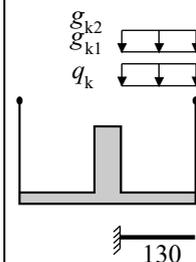
EC2-1-1, NCI zu 6.2.1(8)

$$f_{ywd} = 435 \text{ MN/m}^2$$

EC2-1-1, Gl. 9.4

EC2-1-1, NDP zu 9.2.2(5)

EC2-1-1, Tab. NA.9.1



[1] Kap. 5, Tafel 2a

f_{cd} mit $\alpha_{cc} = 0,85$ nach EC 2-1-1, Gl. 3.15

Lösung: **Aufgabe 1.4:**

Auflagerkraft A :

Infolge ständiger Lasten g_{k1} , g_{k2} und G_k :

$$A_{gk} = 0,375 \cdot (17,3 \text{ kN/m} + 2,6 \text{ kN/m}) \cdot 14,0 \text{ m} + 0,313 \cdot 4,0 \text{ kN}$$

$$A_{gk} = 104,5 \text{ kN} + 1,3 \text{ kN} = 105,8 \text{ kN}$$

Infolge veränderlicher Lasten q_k : (ein Feld)

$$A_{qk} = 0,438 \cdot 13,0 \text{ kN/m} \cdot 14,0 \text{ m} = 79,7 \text{ kN}$$

$$A_d = 1,35 \cdot 105,8 \text{ kN} + 1,5 \cdot 79,7 \text{ kN} = 262,4 \text{ kN}$$

Ermittlung von M_{\max} und x_0 :

Δx = halber Abstand von $M = 0$ und $M = M_{\max}$

M_{\max} befindet sich an der Stelle, an der die Querkraft $V = 0$ ist.

$$x_0 = 262,4 \text{ kN} / [1,35 \cdot 19,9 \text{ kN/m} + 1,5 \cdot 13 \text{ kN/m}] = 5,66 \text{ m}$$

$$\Delta x = x_0 / 2 = 5,66 \text{ m} / 2 = 2,83 \text{ m}$$

$$M(\Delta x = 2,83 \text{ m}) = M_{\max} = A_d \cdot \Delta x - (g + q)_d \cdot \Delta x^2 / 2$$

$$M = 262,4 \cdot 2,83 \text{ kNm} - [(1,35 \cdot 19,9 + 1,5 \cdot 13) \text{ kN/m}] \cdot (2,83 \text{ m})^2 / 2$$

$$M = 556,9 \text{ kNm}$$

Bemessungswert der einwirkenden Längsschubkraft:

$$V_{Ed} = \Delta F_d \approx F_{sd} \cdot A_{s1a} / \Sigma A_{s1}$$

mit:

$$F_{sd} = M_{Ed} / z = 0,557 \text{ MNm} / (0,9 \cdot 0,675 \text{ m}) = 0,917 \text{ MN}$$

$$A_{s1a} = [1,13 \text{ cm}^2 / 0,15 \text{ m}] \cdot 1,3 \text{ m} = 9,8 \text{ cm}^2 \text{ (für einen Flansch)}$$

$$\Sigma A_{s1} = 19,6 \text{ cm}^2 + 9 \cdot 3,14 \text{ cm}^2 = 47,9 \text{ cm}^2 \text{ (im Untergurt)}$$

$$V_{Ed} = \Delta F_d \approx 0,917 \text{ MN} \cdot 9,8 \text{ cm}^2 / 47,9 \text{ cm}^2 = 0,188 \text{ MN}$$

$$v_{Ed} = \Delta F_d / [h_f \cdot \Delta x] = 0,188 \text{ MN} / [0,15 \cdot 2,83 \text{ m}^2] = 0,443 \text{ MN/m}^2$$

Nachweis der Druckstrebe:

$$v_{Ed} < v_{Rd,max} = v \cdot f_{cd} \cdot \sin \theta_f \cdot \cos \theta_f$$

mit:

$$v = v_1 = 0,75$$

$$b_w = h_f = 0,15 \text{ m (Höhe des Flansches)}$$

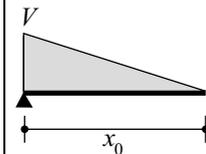
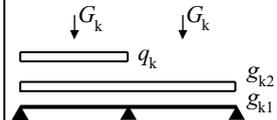
$$z = \Delta x = 2,83 \text{ m}$$

$$\cot \theta_f = 1,0 \text{ (gegeben)} \rightarrow \theta = 45^\circ$$

EC2-1-1, 6.2.4(1)

[1] Kap. 4, 1.4.1

Maßgebende Laststellung für die Bemessung im Auflagerbereich A



EC2-1-1, 6.2.4(3)

EC2-1-1, 6.2.4(3) und

[21] Kap. 7.7

Geg.: $\phi 12-15$

Geg.: $9 \phi 20 + \phi 12-15$

EC2-1-1, Gl. 6.20

EC2-1-1, Gl. 6.22

EC2-1-1, NDP zu 6.2.3(3)

EC2-1-1, NDP zu 6.2.4(4)

$$v_{Rd,max} = 0,75 \cdot 19,83 \text{ MN/m}^2 \cdot \sin(45^\circ) \cdot \cos(45^\circ)$$

$$v_{Rd,max} = 7,4 \text{ MN/m}^2$$

$$v_{Rd,max} > v_{Ed}$$

Nachweis der Zuggurtquerbewehrung:

$$\text{erf. } (A_{sf}/s_f) = v_{Ed} \cdot h_f / [f_{yd} \cdot \cot \theta_f]$$

$$\text{erf. } a_{sf} = 0,443 \text{ MN/m}^2 \cdot 0,15 \text{ m} / [435 \text{ MN/m}^2 \cdot 1,0]$$

$$\text{erf. } a_{sf} = 1,53 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m} = 1,53 \text{ cm}^2/\text{m}$$

gewählt: $\phi 8-15$ oben und unten (siehe Aufgabe 1.3)

Lösung: **Aufgabe 1.5:**

Bemessungsquerkraft infolge ständiger und veränderlicher Lasten:

In Achse B:

$$V_{Ed,B,li} = -409,4 \text{ kN}$$

Bei $x = d = 67,5 \text{ cm}$ vom Auflager (siehe Fußnote S. 4):

$$V_{Ed,B,li,red}(x = 13,32^5 \text{ m}) = -378,1 \text{ kN}$$

Bemessungstorsionsmoment infolge veränderlicher Lasten:

In Achse B:

$$m_{T,d} = 1,5 \cdot 5,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,3 \text{ m} \cdot (1,3 \text{ m} + 0,4 \text{ m})/2 = 8,3 \text{ kNm/m}$$

$$M_{T,Ed,li} = m_{T,d} \cdot l/2 = 8,3 \text{ kNm/m} \cdot 7,0 \text{ m} = 58,0 \text{ kNm}$$

Achsabstände der Längsbew. von der Bauteiloberfläche:

$$s = c_{nom,bü} + \phi_w + \phi/2 = [35 + 10 + 10/2] \text{ mm} = 50 \text{ mm}$$

Die Flansche werden vernachlässigt:

$$A_k = [40 \text{ cm} - 2 \cdot 5,0 \text{ cm}] \cdot [75 \text{ cm} - 2 \cdot 5,0 \text{ cm}] = 1.950 \text{ cm}^2$$

$$u_k = 2 \cdot [40 \text{ cm} - 2 \cdot 5,0 \text{ cm} + 75 \text{ cm} - 2 \cdot 5,0 \text{ cm}] = 190 \text{ cm}$$

$$t_{ef,i} = 2 \cdot s = 100 \text{ mm}$$

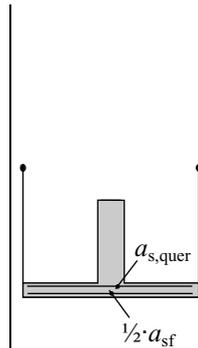
$$z_i = h_k = 75 \text{ cm} - 2 \cdot 5,0 \text{ cm} = 65 \text{ cm}$$

$$V_{Ed,T,i} = \frac{T_{Ed} \cdot z_i}{2 \cdot A_k} = \frac{58,0 \text{ kN} \cdot 0,65 \text{ m}}{2 \cdot 0,195 \text{ m}^2} = 96,7 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,V} = \frac{|V_{Ed}| \cdot t_{ef,i}}{b_w} = \frac{409,4 \text{ kN} \cdot 0,100 \text{ m}}{0,40 \text{ m}} = 102,35 \text{ kN}$$

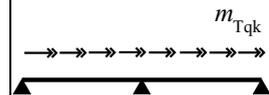
$$V_{Ed,T+V} = 96,7 \text{ kN} + 102,4 \text{ kN} = 199,1 \text{ kN}$$

$$1,0 \leq \cot \theta \leq \frac{1,2}{1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed}} \leq 3,0$$



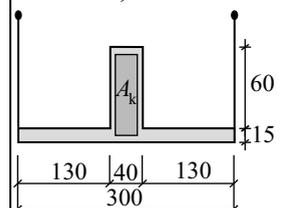
siehe Aufgabe 1.1

EC2-1-1, 6.2.1(8)



[1] Kap. 4, 1.1.5

EC2-1-1, Bild 6.11



EC2-1-1, Gl. 6.26 und
Gl. 6.27 mit: $z = h_k$

EC2-1-1, NCI zu
6.3.2(2)

EC2-1-1, Gl. NA.
6.27.1

EC2-1-1, Gl. 6.7aDE

$$V_{Rd,cc} = c \cdot 0,48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot t_{ef,i} \cdot z$$

mit:

$$c = 0,5$$

$$t_{ef,i} = 0,100 \text{ m}$$

$$z = 0,9 \cdot d = 61 \text{ cm (siehe Fußnote S. 4)}$$

$$\rightarrow: V_{Rd,cc} = 47,9 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = \frac{1,2}{1 - 47,9 \text{ kN} / 199,1 \text{ kN}} = 1,58 \rightarrow: \theta = 32,3^\circ$$

Bügelbewehrung aus Querkraftbeanspruchung:

$$V_{Ed,B,li,red} < V_{Rd,s}$$

$$a_{sw,V} = |V_{Ed,B,li,red}| / [f_{ywd} \cdot z \cdot \cot \theta]$$

$$a_{sw,V} = 0,378 \text{ MN} \cdot 10^4 / [435 \text{ MN/m}^2 \cdot 0,61 \text{ m} \cdot 1,58] = 9,1 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Bügelbewehrung aus Torsionsbeanspruchung:

$$a_{sw,T} = T_{Ed} \cdot \tan \theta / [f_{yd} \cdot 2A_k]$$

$$a_{sw,T} = 58,0 \text{ kNm} \cdot 10 \cdot \tan(32,3^\circ) / [435 \text{ MN/m}^2 \cdot 2 \cdot 1950 \text{ cm}^2 \cdot 10^{-4}]$$

$$a_{sw,T} = 2,2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

gewählt Bü $\phi 12-12^5$

$$\text{vorh. } a_{sw,T+V} = 18,1 \text{ cm}^2/\text{m (zweischnittig)}$$

$$18,1 \text{ cm}^2/\text{m} > [2 \cdot 2,2 \text{ (aus T)} + 9,1 \text{ (aus V)}] \text{ cm}^2/\text{m} = 13,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Torsionslängsbewehrung:

$$A_{sl} = T_{Ed} \cdot u_k \cdot \cot \theta / [f_{yd} \cdot 2A_k]$$

$$A_{sl} = 0,058 \text{ MNm} \cdot 1,90 \text{ m} \cdot 10^4 \cdot 1,58 / [435 \text{ MN/m}^2 \cdot 2 \cdot 0,195 \text{ m}^2]$$

$$A_{sl} = 10,26 \text{ cm}^2 \text{ (bzw. } a_{sl} = 5,40 \text{ cm}^2/\text{m)}$$

Gewählt: $\phi 12-20$ als Torsionsbewehrung

$$\text{vorh. } a_{sl} = 5,65 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Nachweis der Druckstrebe infolge Querkraft:

$V_{Ed,B,li} < V_{Rd,max}$ (beim Nachweis der Druckstrebe wird die Querkraft nicht abgemindert, EC2-1-1, NCI zu 6.2.1(8))

$$|V_{Ed,B,li}| = 409,4 \text{ kN}$$

$$b_w = 0,40 \text{ m}$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z / [\cot \theta + \tan \theta]$$

$$V_{Rd,max} = 0,75 \cdot 19,83 \text{ MN/m}^2 \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 0,61 \text{ m} / [1,58 + 1/1,58]$$

$$V_{Rd,max} = 1,64 \text{ MN} > V_{Ed,B,li}$$

EC2-1-1, Gl. 6.7bDE

EC2-1-1, NCI zu 6.3.2(2)

EC2-1-1, Gl. 6.8

EC2-1-1, NCI zu 6.2.1(8),

$$f_{ywd} = 435 \text{ MN/m}^2$$

EC2-1-1, Gl. NA. 6.28.1

erf. $a_{sw,T}$ wurde an einer Ersatzwand ermittelt und ist deshalb für den Balkenquerschnitt zu verdoppeln.

EC2-1-1, Gl. 6.28

EC2-1-1, Gl. 6.9

α_{cw} , v_1 , f_{cd} siehe Aufgabe 1.2

Nachweis der Druckstrebe infolge Torsion:

$$T_{Rd,max} = 2 \cdot v \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{ef,i} \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta$$

mit:

$$v = 0,525$$

$$\alpha_{cw} = 1,0$$

$$T_{Rd,max} = 0,525 \cdot 19,83 \text{ MN/m}^2 \cdot 2 \cdot 1950 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 0,1 \text{ m} \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta$$

$$T_{Rd,max} = 183,4 \text{ kNm}$$

$$T_{Rd,max} > T_{Ed}$$

Interaktion V/T :

$$[T_{Ed}/T_{Rd,max}]^2 + [V_{Ed}/V_{Rd,max}]^2 \leq 1$$

$$[58,0/183,4]^2 + [409,4/1640]^2 = 0,16 < 1$$

Lösung: **Aufgabe 1.6:**

Im Stützbereich (oben) liegen mäßige Verbundbedingungen vor:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd}$$

mit:

$$\eta_1 = 0,7$$

$$\eta_2 = 1,0$$

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot f_{ctk;0,05}/\gamma_C$$

mit:

$$\alpha_{ct} = 1,0$$

$$f_{ctk;0,05} = 2,2 \text{ MN/m}^2$$

$$\rightarrow: f_{bd} = 2,25 \cdot 0,7 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 2,2 \text{ MN/m}^2 / 1,5 = 2,31 \text{ MN/m}^2$$

$$l_{b,rqd} = (\phi/4) \cdot (\sigma_{sd}/f_{bd})$$

$$l_{b,rqd} = (25 \text{ mm}/4) \cdot (435/2,31) \text{ MN/m}^2 \cdot 10^{-1} = 118 \text{ cm}$$

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot (A_{s,erf}/A_{s,vorh}) \cdot l_{b,rqd}$$

darin:

$$A_{s,erf}/A_{s,vorh} = 0 \quad (A_{s,erf} = 0 \text{ außerhalb der Zugkraftdeckungsline})$$

$$l_{b,min} \geq \max. \begin{cases} 0,3 \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_4 \cdot l_{b,rqd} = 0,3 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 118 \text{ cm} = 35,4 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \\ 6,7 \cdot \phi = 6,7 \cdot 2,5 \text{ cm} = 16,8 \text{ cm} \end{cases}$$

EC2-1-1, Gl. 6.30

EC2-1-1, NDP zu 6.2.2(6)

α_{cw} s. Aufgabe 1.1

$$\theta = 32,3^\circ$$

EC2-1-1, Gl. NA. 6.29.1

EC2-1-1, Bild 8.2

EC2-1-1, Gl. 8.2

EC2-1-1, 8.4.2(2)

EC2-1-1, 8.4.2(2)

EC2-1-1, NCI zu 8.4.2(2)

EC2-1-1, NDP zu 3.1.6(2)

EC2-1-1, Tab. 3.1

EC2-1-1, Gl. 8.3 mit

$\sigma_{sd} = f_{yd}$ nach NCI zu 8.4.4(1)

EC2-1-1, Gl. 8.4 mit $A_{s,erf}/A_{s,vorh}$ nach [12]

EC2-1-1, Gl. 8.6 bzw.

NCI zu 8.4.4(1) und

Tab. 8.2; $\alpha_1 = \alpha_4 = 1,0$

$$\text{Versatzmaß } a_1 = [z/2] \cdot \cot\theta = [0,9 \cdot 0,675 \text{ m}/2] \cdot 2,43 = 74 \text{ cm}$$

EC2-1-1, Gl. 9.2

Auflagerkraft B_d :

$$B_d = 2 \cdot |V_{\text{Ed,B,li}}| = 2 \cdot 409,4 \text{ kN} = 818,8 \text{ kN}$$

siehe Aufgabe 1.1

Stützmoment über Mittelaufleger B:

$$M_{\text{Ed}}(x = 14,0 \text{ m}) = -(g + q)_d \cdot l^2/8 - 0,188 \cdot G_d \cdot l$$

[1] Kap. 4, 1.4.1

$$M_{(g+q)_d} = -(1,35 \cdot 19,9 \text{ kN/m} + 1,5 \cdot 13,0 \text{ kN/m}) \cdot (14,0 \text{ m})^2/8$$

$$M_{(g+q)_d} = -1135,9 \text{ kNm}$$

$$M_{G_d} = -1,35 \cdot 0,188 \cdot 4 \text{ kN} \cdot 14 \text{ m} = -14,2 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{Ed}}(x = 14,0 \text{ m}) = -1135,9 \text{ kNm} - 14,2 \text{ kNm} = -1150,1 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{Ed}} = -1150,1 \text{ kNm} + 40,9 \text{ kNm} = -1109,2 \text{ kNm}$$

Abminderung des Stützmomentes:

EC2-1-1, Gl. 5.9

$$\Delta M_{\text{Ed}} = F_{\text{Ed,sup}} \cdot a/8 = 818,8 \text{ kN} \cdot 0,4 \text{ m}/8 = 40,9 \text{ kNm}$$

Geg.: $a = 40 \text{ cm}$ und

$$\rightarrow: M_{\text{Ed}} = -1150,1 \text{ kNm} + 40,9 \text{ kNm} = -1109,2 \text{ kNm}$$

$F_{\text{Ed,sup}} = B_d$

Bemessung:

$$\mu_{\text{Eds}} = 1,109 \text{ MN}/[0,40 \text{ m} \cdot 0,675^2 \text{ m}^2 \cdot 19,83 \text{ MN/m}^2] = 0,307$$

[1] Kap. 5, Tafel 2a

$$\omega = 0,382$$

$$\text{erf. } A_s = (1/f_{yd}) \cdot [\omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}]$$

$$\text{erf. } A_s = (1/435 \text{ MN/m}^2) \cdot [0,382 \cdot 0,40 \text{ m} \cdot 0,675 \text{ m} \cdot 19,83 \text{ MN/m}^2]$$

$$\text{erf. } A_s = 4,70 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 = 47,0 \text{ cm}^2$$

gewählt: 10 $\phi 25$

$$\text{vorh. } A_s = 49,1 \text{ cm}^2$$

Abstand des Momentennullpunktes vom Mittelaufleger B:

$$M_{\text{Ed}}(x_0) = 0,5 \cdot B_d \cdot x_0 - (g + q)_d \cdot x_0^2/2 - M_{\text{Ed,B}}$$

$$M_{\text{Ed}}(x_0) = 0,5 \cdot 818,8 \text{ kN} \cdot x_0 - 46,37 \text{ kN/m} \cdot x_0^2/2 - 1109,2 \text{ kNm} = 0$$

$(g + q)_d = 46,37 \text{ kN/m}$

$$x_0^2 - 17,66 \cdot x_0 + 47,85 = 0$$

$$x_0 = \frac{17,66}{2} - \sqrt{\left(\frac{17,66}{2}\right)^2 - 47,85} = 3,34 \text{ m}$$

Gesamtlänge des Bewehrungsstabes:

$$l_{\text{ges}} = 2 \cdot [x_0 + a_1 + l_{b,\text{min}}] = 2 \cdot [3,34 \text{ m} + 0,74 \text{ m} + 0,354 \text{ m}] = 8,87 \text{ m}$$