

Praxisgerechte Bemessungsansätze für das wirtschaftliche
Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung –
Verbundtragfähigkeit unter statischer Belastung

von

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.-Ing. E.h. Konrad Zilch
Dr.-Ing. Roland Niedermeier
Dipl.-Ing. Wolfgang Finckh

Praxisgerechte Bemessungsansätze für das wirtschaftliche
Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung –
Verbundtragfähigkeit unter statischer Belastung

von

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.-Ing. E.h. Konrad Zilch
Dr.-Ing. Roland Niedermeier
Dipl.-Ing. Wolfgang Finckh

1. Auflage 2012

Herausgeber:
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V. – DAfStb

Praxisgerechte Bemessungsansätze für das wirtschaftliche Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung - Verbundtragfähigkeit unter statischer Belastung

Kurzfassung

Das Verstärken von Betonbauteilen mit aufgeklebten CFK-Lamellen stellt ein gängiges Verfahren beim Bauen im Bestand dar. Anhand der in den letzten Jahrzehnten zahlreich durchgeführten Bauteilversuche hat sich gezeigt, dass bei aufgeklebter Bewehrung das Verbundversagen im Regelfall maßgebend wird und hier besondere Betrachtungsweisen erforderlich sind.

Beim Verstärken von Stahlbeton mit aufgeklebten CFK-Lamellen ist ein Verbundnachweis am Endverankerungspunkt alleine betrachtet nicht ausreichend. Die Verbundkräfte müssen am Ort der Beanspruchung übertragen werden. Diese Verbundkräfte können in den Elementen zwischen den Biegerissen, welche maßgeblich durch das Verbundverhalten der internen und externen Bewehrung beeinflusst werden, übertragen werden. Hierfür müssen die Modelle, welche an Endverankerungsversuchen abgeleitet wurden, um zusätzliche Effekte erweitert werden. Anhand von Versuchen wurde festgestellt, dass es neben einem Reibverbund zu einem selbstinduzierten Anpressen der CFK-Lamelle durch die Bauteilverkrümmung kommt. Aufbauend auf den Versuchen und zahlreichen theoretischen Überlegungen wurde erstmalig ein Modell zur Verbundkraftübertragung erstellt, welches die Verbundkraftherhöhung aus der Bauteilkrümmung berücksichtigt.

Auf Grundlage dieses Modelles wurde ein einfaches Bemessungsmodell erstellt, welches neben einem Endverankerungsnachweis einen Nachweis der Lamellenkraftänderung je Längeneinheit fordert. Beim nachträglichen Vergleich der Berechnungsergebnisse mit zahlreichen Versuchen aus der Literatur wurde eine sehr gute Übereinstimmung festgestellt.

Practice-oriented design approaches for the economic strengthening of reinforced concrete structures with adhesive bonded reinforcement – Bond resistance under static loading

Abstract

The strengthening of reinforced concrete structures with externally bonded CFRP-strips is a major construction method when building on existing structures. Numerous full scale tests carried out in recent decades had shown that usually the bond failure on structural elements with externally bonded reinforcement will prevail and particular approaches are needed for this failure.

When reinforced concrete is strengthened by using externally bonded CFRP strips it is not sufficient to perform checks just for the end anchorages. The bond forces must be transferred where the load is applied. These bond forces may be transferred by the elements in between the flexural cracks which are mainly influenced by the bond behavior of the internal and external reinforcing. Therefore the models which were derived from end anchorage tests must be expanded to include other effects as well. Laboratory tests show that aside from the bond friction a self-induced contact pressure on the CFRP strip occurs as a result from the element's curving under load. Based on the experimental investigation and numerous theoretical considerations a model for bond force transfer is presented which includes the increase in bond strength resulting from the deflection curvature of structural elements for the first time.

With these approaches a simplified design model is presented, which includes besides end anchorage verification a verification of the force increase per length.

In the subsequent comparison of the calculation results with numerous full scale tests from the literature a very good conformity was observed.

Vorwort

Der vorliegende Bericht über die Verbundtragfähigkeit unter statischer Belastung ist im Rahmen des Verbundforschungsvorhabens des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton „Praxisgerechte Bemessungsansätze für das wirtschaftliche Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung“ entstanden. Dieses Verbundforschungsvorhaben wurde in drei Arbeitspakete zu verschiedenen Themenschwerpunkten unterteilt:

- Arbeitspaket I: Verbundtragfähigkeit unter statischer Belastung, *in diesem Bericht dokumentiert,*
- Arbeitspaket II: Verbundtragfähigkeit unter nicht ruhender Belastung, *veröffentlicht in Budelmann und Leusmann (DAfStb Heft 593) /6/*
- Arbeitspaket III: Querkrafttragfähigkeit, *veröffentlicht in Zilch et al. (DAfStb Heft 594) /92/.*

Das gesamte Projekt wurde zu gleichen Teilen vom Bundesamt für Bau- und Raumwesen und von den nachfolgend aufgelisteten Firmen und Institutionen finanziert:

- Bilfinger Berger AG
- Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e. V.
- Förderverein Massivbau der Technischen Universität München
- Laumer Bautechnik GmbH
- Ludwig Freytag GmbH & Co
- Materialprüfungsamt für Bauwesen der Technischen Universität München
- MC-Bauchemie
- MPA Braunschweig
- S&P Clever Reinforcement GmbH
- Sika Deutschland GmbH
- StroCretec GmbH
- Zilch Müller Ingenieure

Das Forschungsvorhaben wurde durch den Arbeitskreis „Verstärken“ des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton betreut. Diesem Arbeitskreis gehörten folgende Personen an:

Herr Dr. Alex, Herr Breitschaft, Herr Dr. Bruder, Herr Dr. Brüggemann, Herr Professor Budelmann, Herr Finckh, Herr Dr. Fingerloos, Herr Grunewald, Herr Haun, Herr Dr. Husemann, Herr Kaltenbach, Herr Knöfel, Herr Krams, Herr Laumer, Herr Leusmann, Herr Dr. Andrä, Herr Dr. Niedermeier, Herr Nolte, Herr Dr. Meyer, Herr Dr. Peters, Herr Dr. Schmidhuber, Herr Thöle, Herr Tölle, Herr Dr. Wiens, Herr Welter, Frau Wittig, Herr Professor Zilch.

Besonders sei Herrn Dr. Alex vom Deutschen Institut für Bautechnik für die gute Zusammenarbeit und die zahlreichen konstruktiven Anregungen gedankt sowie Herrn Dr. Wiens vom Deutschen Ausschuss für Stahlbeton für die gelungene Koordination des gesamten Forschungsvorhabens.

Desweiteren möchten sich die Autoren bei den studentischen Hilfskräften Herrn Vincent Wellan, Markus Kresser, Alexander Schkarlat, Gregorius Besenius sowie Herrn Andreas Schneider für die Unterstützung bei der Ausarbeitung des Berichtes und der Durchführung der Versuche bedanken.

Der Forschungsbericht wurde mit Mitteln der Forschungsinitiative Zukunft Bau des Bundesamtes für Bauwesen und Raumordnung gefördert (Aktenzeichen: Z 6 – 10.08.18.7 - 08.23 / II 2 – F20-08-1-032). Die Verantwortung für den Inhalt des Berichtes liegt beim Autor.

Inhalt

0	Abkürzungen und Bezeichnungen	7
1	Einleitung.....	11
2	Grundlagen und Stand des Wissens.....	11
2.1	Verbundkraftübertragung geklebter Bewehrung.....	11
2.2	Verbundkraftübertragung am Endverankerungspunkt.....	13
2.2.1	Grundlagen	13
2.2.2	Modell von Niedermeier	13
2.2.3	Modell von Neubauer.....	15
2.2.4	Modell von Zehetmaier	15
2.2.5	Modell von Ulaga	16
2.3	Verbundkraftübertragung am Bauteil.....	16
2.3.1	Allgemeines	16
2.3.2	Theoretische Untersuchungen am Zwischenrisselement.....	17
2.3.3	Experimentelle Untersuchungen am Zwischenrisselement.....	22
2.3.4	Andere Konzepte	25
3	Experimentelle Untersuchungen	27
3.1	Vorbemerkung	27
3.2	Versuchsprogramm	27
3.3	Materialien und Verarbeitung.....	29
3.3.1	Beton.....	29
3.3.2	Betonstahl.....	31
3.3.3	Rissbleche	31
3.3.4	CFK-Lamellen	32
3.3.5	Epoxidharzklebstoff.....	32
3.3.6	Verarbeitung	32
3.4	Versuche zum Verbundverhalten einbetonierter Bewehrung.....	33
3.4.1	Versuchsdurchführung.....	33
3.4.2	Ergebnisse	33
3.5	Verbundversuche am idealisierten Endverankerungspunkt	36
3.5.1	Versuchsdurchführung.....	36
3.5.2	Ergebnisse.....	37
3.6	Verbundversuche am idealisierten Zwischenrisselement	38
3.6.1	Versuchsdurchführung.....	38
3.6.2	Ergebnisse	39
3.7	Verbundversuche an Bauteilen.....	41
3.7.1	Versuchsdurchführung.....	41
3.7.2	VVBS1	43
3.7.3	VVBS2	45
3.7.4	VVBS3	47
3.7.5	VVBV1	49
3.7.6	VVP1	51
3.7.7	VVP2.....	53
3.7.8	VVP3.....	56
4	Folgerungen für die Verbundkraftübertragung.....	58
4.1	Allgemeines	58
4.2	Verbundkraftübertragung am Endverankerungspunkt.....	58
4.2.1	Verwendeter Ansatz	58
4.2.2	Auswertung der durchgeführten Verbundversuche	59
4.2.3	Bemessungsempfehlung	62
4.2.4	Vergleich mit weiteren Versuchsergebnissen an CFK-Lamellen	62
4.3	Verbundkraftübertragung am idealisierten Zwischenrisselement.....	64

4.3.1	Folgerungen für die Verbundkraftübertragung	64
4.3.2	Vergleich mit den Versuchsergebnissen	65
4.3.3	Erweiterung des Ansatzes	67
4.4	Bauteilspezifische Einflüsse auf die Verbundkraftübertragung	75
4.4.1	Allgemeines	75
4.4.2	Vergleich der Versuchsergebnisse	76
4.4.3	Einfluss der Krümmung	76
4.4.4	Erweiterung des vorhandenen Modells	79
4.4.5	Bestimmung der Größen aus den Versuchen	80
4.4.6	Betrachtung der negativ vorgekrümmten Platte	82
4.4.7	Betrachtung der Versuche am vorgespannten Träger	87
4.4.8	Betrachtung des Zweifeldträgers	90
4.4.9	Bemessungsmodell.....	94
5	Entwicklung eines Nachweiskonzeptes.....	95
5.1	Allgemeines	95
5.2	Diskussion verschiedener Möglichkeiten.....	95
5.2.1	Dehnungsbegrenzung mit Endverankerungsnachweis	95
5.2.2	Kontinuierlicher Nachweis mit festem Betrag der Spannungsänderung	97
5.2.3	Kontinuierlicher Nachweis über jedes Zwischenrisselement.....	97
5.2.4	Diskrete Nachweisstellen mit realistischem Verbundansatz	98
5.3	Herleitung eines Nachweiskonzeptes.....	98
5.3.1	Konzept.....	98
5.3.2	Erweiterung des Niedermeier Ansatzes der Verbundkraftübertragung am ZRE	98
5.3.3	Modellierung	101
5.4	Vereinfachungen des Nachweises der Verbundkraftübertragung am ZRE.....	103
5.4.1	Konstante Verbundkraftänderung ohne Grenzdehnung.....	103
5.4.2	Konstante Verbundkraftänderung mit Grenzdehnung.....	106
5.5	Diskussion verschiedener Endverankerungsnachweise	112
5.5.1	Allgemeines	112
5.5.2	Nachweis von Neubauer und Niedermeier	113
5.5.3	Nachweis von Zehetmaier	113
5.5.4	Fazit	115
6	Vergleich des Bemessungsansatzes mit weiteren Versuchen.....	115
6.1	Versuchsträger VVBS3.....	115
6.2	Versuche an Einfeldträgern	118
6.2.1	Allgemeines	118
6.2.2	Genaueres Verfahren	118
6.2.3	Vergleich der verschiedenen Nachweise	123
7	Zusammenfassung	123
	Literatur	125
	Anhang A - Versuchsergebnisse Ausziehversuch	130
	Anhang B - Versuchsergebnisse Endverankerungskörper	136
	Anhang C - Versuchsergebnisse Zwischenrisselemente	140
	Anhang D - Versuchsergebnisse Bauteile.....	141
	Anhang E - Rechenergebnisse Versuchsnachrechnung	176

0 Abkürzungen und Bezeichnungen

Abkürzungen

CF	Kohlenstofffaser
CFK	Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff
DGL	Differentialgleichung
ZRE	Zwischenrisselement

Bezeichnungen

Große lateinische Buchstaben

A	Beiwert zur Lösung der DGL des verschieblichen Verbundes
B	Beiwert zur Lösung der DGL des verschieblichen Verbundes

Kleine lateinische Buchstaben

d	Statische Nutzhöhe
k	Anpassungsfaktor für die effektive Verbundlänge

Hochzeiger

a	Auflagnächster Biegeriss
---	--------------------------

Indizes

E	Einwirkung
G	Klebstoff
L	Geklebte Bewehrung (CFK-Lamelle, Stahllasche, CFK-Gelege)
R	Widerstand
b	Verbund
d	Bemessungswert
k	Charakteristischer Wert
m	Mittelwert
s	Betonstahl

Große lateinische Buchstaben mit Indizes

A_{gt}	Gesamte Dehnung bei Höchstkraft des Stahls
A_L	Querschnitt der Lamelle/ der Verstärkung
A_s	Querschnitt des Betonstahls
C_F	Anpassungsfaktor an die Versuchswerte nach Holzenkämpfer
E_c	E-Modul des Betons
E_L	E-Modul der Lamelle/ der Verstärkung
E_s	E-Modul des internen Bewehrungsstahls
F_L	Lamellenkraft
aufn ΔF_L	Aufnehmbare Lamellenkraftänderung am Zwischenrisselement
F_{BL}	Kraft im aufgeklebten Bügel
$F_{Lb,max}$	Maximale Verbundkraft am auflagnächsten Biegeriss
F_{Lb}	Verbundkraft

ΔF_L	Lamellenkraftunterschied am Zwischenenrisselement
F_s	Betonstahlzugkraft
G_g	Schubmodul des Klebstoffes
G_F	Verbundbruchenergie
G_e	Elastische Verbundbruchenergie
K_F	Verhältnis zwischen Lamellenkraft und Lamellenkraftänderung nach Neubauer
R_m	Zugfestigkeit nach DIN EN 10002
R_{eH}	Oberer Wert der Streckgrenze nach DIN EN 10002
$W_{c,0}$	Widerstandsmoment des Betonquerschnittes im ungerissenen Zustand

Kleine lateinische Buchstaben mit Indizes

b_L	Lamellenbreite / Breite der Verstärkung
b_c	Breite des zu verstärkenden Betonbauteils
d_{RVE}	Repräsentatives Volumenelement
d_s	Stabdurchmesser
s_f	Abstand der Biegerisse
f_L	Festigkeit der Verstärkung
f_b	Verbundfestigkeit
f_c	Betondruckfestigkeit (Zylinder)
$f_{c,cube}$	Betonwürfeldruckfestigkeit (150 mm Kantenlänge)
$f_{c,cube,200}$	Betonwürfeldruckfestigkeit (200 mm Kantenlänge)
f_{cb}	Verbundfestigkeit nach Matthyss
f_{ck}	Charakteristische Betonwürfeldruckfestigkeit (150 mm Kantenlänge)
f_{cm}	Mittlere Betondruckfestigkeit (Zylinder)
f_{ct}	Betonzugfestigkeit
f_{ctk}	Charakteristische Betonzugfestigkeit
f_{ctm}	Mittlere Betonzugfestigkeit
$f_{ctm,surf}$	Mittlere Oberflächenzugfestigkeit des Betons
f_y	Fließgrenze des Betonstahls
k_b	Breiteneinflussfaktor der Lamelle zum Bauteil
k_{cr}	Beiwert für den Verbund im Träger nach CNR-DT-200
k_{GF}	Verhältnisswert zwischen Reibenergie und elastisch-plastischer Verbundenergie
l_0	Spannweite des Trägers
l_{sb}	Verbundlänge des Betonstahls
l_{Lb}	Verbundlänge der geklebten Bewehrung
$l_{Lb,max}$	Effektive Verbundlänge
s_L	Schlupf der Verstärkung
s_{L1}	Elastischer Schlupf des bilinearen Verbundansatzes
s_{L0}	Maximaler Schlupf nach dem bilinearen Verbundansatz
s_{so}	Schlupf des Betonstahls am oberen Ende des RILEM Ausziehversuches
t_L	Lamellendicke / Dicke des Verstärkungsmaterials
t_g	Klebstoffdicke
Δx	Längendifferenz
Z_L	Innerer Hebelarm der Lamelle / Verstärkung
Z_m	Mittlerer innerer Hebelarm
Z_s	Innerer Hebelarm des Betonstahls

Kleine griechische Buchstaben mit Indizes

α_s	Verhältniswert des E-Moduls des Betonstahls zum E-Modul des Betons
γ_c	Sicherheitsbeiwert für den Beton
γ_{LL}	Sicherheitsbeiwert CFK-Lamellen
γ_{LG}	Sicherheitsbeiwert CFK-Gelege
γ_{BA}	Sicherheitsbeiwert Verbund aufgeklebt
γ_{BE}	Sicherheitsbeiwert Verbund in Schlitze verklebt
ϵ_L	Dehnung der Lamelle / Verstärkung
ϵ_m	Mittlere Dehnung
$\epsilon_{L,max}$	Dehnung der Verstärkung
ϵ_s	Dehnung des Betonstahls
ϵ_y	Dehnung des Betonstahls bei Erreichen der Streckgrenze
κ	Krümmung
λ	Beiwert zur Lösung der DGL des verschieblichen Verbundes
σ_L	Lamellenspannung
aufn. $\Delta\sigma_L$	Aufnehmbare Lamellendifferenzspannung am Zwischenrisselement
$\Delta\sigma_L$	Lamellendifferenzspannung am Zwischenrisselement
aufn. $\Delta\sigma_{L,G}$	Aufnehmbare Lamellendifferenzspannung am Zwischenrisselement aufgrund des bilinearen Ansatzes
aufn. σ_L^a	Aufnehmbare Lamellenspannung am äußersten Biegeriss
τ_b	Verbundspannung
τ_c	Schubspannung des Betons
τ_L	Verbundspannung der Lamelle
$\tau_{L,lim}$	Grenzwert der konstanten Verbundspannung nach SIA 166
τ_{L1}	Maximale Verbundspannung des bilinearen Ansatzes
τ_{LR}	Reibverbundspannung
ω	Beiwert zur Lösung der DGL des verschieblichen Verbundes

1 Einleitung

Etwa 60 % des gesamten Bauvolumens in Deutschland entfallen auf das Bauen im Bestand. Das nachträgliche Verstärken von Bauteilen mit geklebter Bewehrung ist häufig die Voraussetzung für die Umnutzungsfähigkeit bestehender Gebäude und leistet als materialsparendes Verfahren einen wesentlichen Beitrag zur nachhaltigen Nutzung der vorhandenen Bausubstanz. Für Betonbauwerke steht mit der geklebten Bewehrung ein bewährtes Verfahren zur Verfügung, welches eine nachträgliche Erhöhung bzw. Wiederherstellung der Tragfähigkeit sowie eine Verbesserung der Gebrauchstauglichkeit ermöglicht. Als zusätzliche Bewehrung werden Stahllaschen und Faserverbundwerkstoffe in Form von Lamellen und Gelegen aus kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffen in Verbindung mit Epoxidharzklebern eingesetzt.

Kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe weisen eine hohe Zugfestigkeit auf. Sie werden bei der Verstärkung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen als zusätzliche Biegezugbewehrung mit Epoxidharzklebern entweder auf die Bauteiloberfläche aufgeklebt oder in Schlitzen verklebt, die im Bereich der Betondeckung in die Bauteiloberfläche gesägt werden.

Die aufgeklebte Bewehrung löst sich meist vor dem Erreichen der Zugfestigkeit von der Bauteiloberfläche. Die Ablösung der Klebearmierung kann auf mehrere Ursachen zurückzuführen sein und in verschiedenen Bereichen eines Biegeträgers auftreten. Als Verbundversagen wird üblicherweise die großflächige Ablösung der aufgeklebten Bewehrung durch die Ausbildung einer Bruchebene knapp unter der Betonoberfläche bezeichnet.

Das Verbundverhalten aufgeklebter Bewehrung ist aufgrund der bruchmechanischen Begrenzung der von den oberflächennahen Betonschichten aufnehmbaren Verbundenergie spröde und unterscheidet sich damit vom Verbundverhalten einbetonierter Bewehrung. Da am Lamellenende weitgehend unabhängig von der Verbundlänge nur begrenzte Zugkräfte verankert werden können, müssen für eine wirtschaftliche Ausnutzung der Werkstoffe auch angrenzende Bereiche für den Zugkraftaufbau über Verbundspannungen genutzt werden. Für den Nachweis der Verbundtragfähigkeit sind deshalb sowohl der Endverankerungsbereich als auch die zwischen den Biegerissen gelegenen Verbundbereiche, die so genannten Zwischenrisselemente, zu betrachten.

In Abhängigkeit von der Bauteilgeometrie, dem statischen System, der Bewehrungsanordnung und der Belastung wird entweder der Endverankerungsnachweis oder der Nachweis am Zwischenrisselement maßgebend. Für die verschiedenen Verfahren mit aufgeklebter Bewehrung stehen derzeit grundsätzlich geeignete Modellansätze für die Beschreibung der bei diesem Zugkraftaufbau auftretenden Phänomene zur Verfügung, die meist jedoch nur ungünstig wirkende Einflussgrößen berücksichtigen. Diese Modellansätze wurden in der Vergangenheit allerdings noch nicht so kombiniert, ergänzt und an geeigneten Bauteilversuchen verifiziert, dass nicht nur ungünstig, sondern auch günstig wirkende Einflussgrößen berücksichtigt werden. Neben theoretischen Studien waren dazu, in Ergänzung bekannter Versuchsreihen, zusätzlich ausgewählte experimentelle Untersuchungen erforderlich. Außerdem müssen die Ansätze für die Anwendung in der Praxis vereinfacht werden. Das wesentliche Ziel des Projektes ist also die Formulierung praxisgerechter Bemessungskonzepte, die im Gegensatz zu den bereits vorliegenden Ansätzen eine sichere und wirtschaftliche Bemessung von Verstärkungsmaßnahmen mit aufgeklebter Bewehrung ermöglichen.

2 Grundlagen und Stand des Wissens

2.1 Verbundkraftübertragung geklebter Bewehrung

Zum Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung stehen prinzipiell mehrere Verfahren zur Verfügung, das oberflächliche Verkleben von Stahl oder Faserverbundwerkstoffen sowie das in Schlitze Verkleben von CFK-Lamellen. Die in Schlitze verklebten CFK-Lamellen zeigen ein sehr effektives Verbundverhalten, welches mit dem der gerippten Betonstahlbewehrung vergleichbar ist. Aus diesem Grund können hier ähnliche Bemessungsmodelle wie für Betonstahlbewehrung verwendet werden (vergleiche zum Beispiel Blaschko /3/). Im Gegensatz dazu wird das Verbundverhalten aufgeklebter Bewehrung durch die mäßige Zugfestigkeit der oberflächennahen Betonschichten beschrieben.

Anhand der in den letzten Jahrzehnten zahlreichen durchgeführten Bauteilversuchen hat sich gezeigt, dass bei aufgeklebter Bewehrung das Verbundversagen im Regelfall maßgebend wird und hier besondere Betrachtungsweisen erforderlich sind.

Im konventionellen Stahlbetonbau wird zum Nachweis des Verbundes üblicherweise ein Endverankerungsnachweis durchgeführt, welcher auf Verbundwerten aus Ausziehversuchen basiert. Führt man einen solchen Nachweis in ähnlicher Form, so können bei Bauteilen mit aufgeklebter Bewehrung nicht die vollen Zugkräfte verankert werden, da ab einer bestimmten Verankerungslänge die Verbundkraft nicht mehr gesteigert werden kann (siehe auch Bild 2.1). Aus den Bauteilversuchen geht jedoch hervor, dass deutlich höhere Lamellenkräfte an der Stelle des Momentenmaximums erreicht werden, wie es allein durch den Endverankerungsnachweis möglich wäre. Gerade bei CFK-Lamellen, die eine sehr hohe Zugspannung aufnehmen können, wäre somit die alleinige Betrachtung des Endverankerungsnachweises stark unwirtschaftlich. Die Verbundkraftübertragung muss wie im Bild 2.1 vielmehr an den Stellen stattfinden, an welchen die Kräfte auftreten.

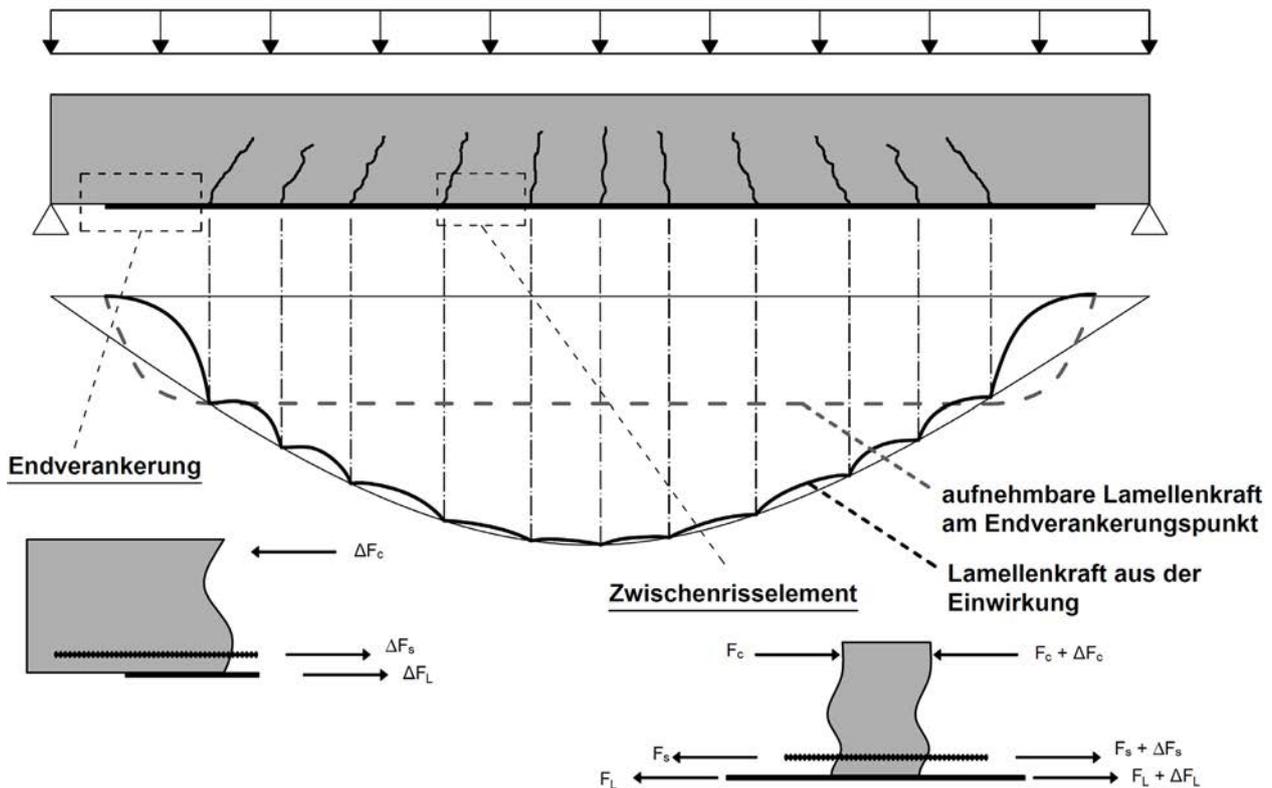


Bild 2.1: Prinzip der Verbundkraftübertragung bei Bauteilen mit aufgeklebten CFK-Lamellen, unterteilt in Endverankerung und Zwischenrisselement

Fig. 2.1: Principle of the bond force transfer on structural elements with externally bonded CFRP-strips divided in end anchorage and intermediate crack element

Aus diesem Grund werden für eine Nachweisführung zwei Bereiche unterschieden, der Endverankerungsbereich und der restliche Bereich des Bauteils. Dies zeigen auch die Bauteilversuche, bei welchen es entweder zu einem Endverankerungsversagen oder zu einem intermediären Verbundversagen kam.

Am Endverankerungspunkt müssen die Lamellenkräfte verankert werden, welche sich am auflagnächsten Biegeriss einstellen. Die aufnehmbaren Verbundkräfte am Endverankerungsbereich werden durch sogenannte idealisierte Endverankerungsversuche bestimmt, bei welchen die aufgeklebte Bewehrung in Längsrichtung abgezogen wird. Der genaue Versuchsaufbau wird in Kapitel 3.5, und die Auswertung dieser Versuche in Kapitel 4.2 erläutert.

Im restlichen Bereich des Bauteils kann die Verbundkraft an Elementen, welche durch Biegerisse getrennt werden, den sogenannten Zwischenrisselementen, übertragen werden. An einem solchen Zwischenrisselement herrschen immer eine Grundlamellenkraft am niedrig beanspruchten Rissufer und diese Grundlamellenkraft mit einer zusätzlichen Kraft am höher beanspruchten Rissufer. Diese zusätzliche Lamellenkraft muss über Verbund ins Bauteil übertragen werden. Die verschiedenen theoretischen und experimentellen Untersuchungen zur Verbundkraftübertragung im Bauteil an den Zwischenrisselementen werden in Kapitel 2.3 vorgestellt.

2.2 Verbundkraftübertragung am Endverankerungspunkt

2.2.1 Grundlagen

2.2.1.1 Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes

Alle vorgestellten Modelle basieren auf der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes, welche bereits 1938 von Volkersen /83/ für genietete Verbindungen aufgestellt wurde.

Der Verbund aufgeklebter Bewehrung wurde erstmals konsequent nach Holzenkämpfer /39/ unter Vernachlässigung der Betonverformungen mit der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes, wie sie in Gleichung (2.1) dargestellt ist, über den Lamellenschlupf s_L , die Verbundspannungsschlupfbeziehung $\tau(s_L)$, die Lamellendicke t_L und den Elastizitätsmodul E_L der Lamelle beschrieben.

$$s_L'' - \frac{1}{E_L \cdot t_L} \cdot \tau(s_L) = 0 \quad (2.1)$$

2.2.1.2 Bilineare Verbundspannungsschlupfbeziehung

Als Verbundspannungsschlupfbeziehung hat sich der bilineare Verbundansatz, wie er in Bild 2.2 dargestellt ist, mit einem linear elastischen Ast und einem plastisch entfestigten Ast als brauchbare näherungsweise Beschreibung für den idealisierten Endverankerungsversuch herausgestellt.

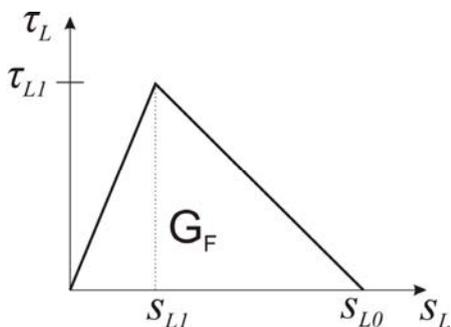


Bild 2.2: Bilineare Verbundspannungsschlupfbeziehung zur Beschreibung des Verbundes aufgeklebter Bewehrung

Fig. 2.2: Bilinear bond slippage relationship for the description of the bond of externally bonded reinforcement

Die drei Parameter, die maximale Verbundspannung τ_{L1} , die zugehörige Verschiebung s_{L1} sowie die Grenzverschiebung s_{L0} werden an idealisierten Endverankerungsversuchen bestimmt. Hierfür gibt es drei Möglichkeiten:

1. Es wird die allgemeine Lösung der Differentialgleichung an die in den Verbundversuchen vorliegenden Randbedingungen angepasst. Mit dieser speziellen Lösung kann anschließend der Verlauf der Relativverschiebungs-Längsdehnungskurve für verschiedene Kombinationen der Parameter des bilinearen Verbundansatzes bestimmt werden. Über die Methode der kleinsten Abstandsquadrate wird dann die Parameterkombination festgelegt, bei welcher die geringste Abweichung zu der experimentell ermittelten Relativverschiebungs-Längsdehnungskurve auftritt. Eine genaue Beschreibung der Durchführung sowie der Auswertung wird von Zilch und Niedermeier /90/ gegeben.
2. Der Parameter s_{L1} wird über theoretische Überlegungen bestimmt. Häufig erfolgt die Bestimmung über die elastische Verformung des Betons und des Klebstoffes. Mit dem bekannten Parameter s_{L1} kann nun die Bestimmung der Parameter s_{L0} und τ_{L1} über die Linearisierung des bilinearen Verbundansatzes erfolgen.
3. Bestimmung zweier Parameter aus theoretischen Überlegungen und Bestimmung des letzten Parameters aus der Gesamtkraft.

2.2.2 Modell von Niedermeier

Auf Grundlage zahlreicher Verbundversuche an idealisierten Endverankerungskörpern mit aufgeklebten Stahllaschen ermittelt Niedermeier /51/ im Rahmen eines DIBt-Forschungsvorhabens /89/ die Parameter für

den bilinearen Verbundansatz. Ausgehend von der DGL des verschieblichen Verbundes von Holzenkämpfer /39/ ermittelt er die Parameter des bilinearen Verbundansatzes rein aus den Versuchsergebnissen. Über die Methode der kleinsten Abstandsquadrate legt er die Parameterkombination fest, bei welcher die geringste Abweichung zu der experimentell ermittelten Relativverschiebungs-Längsdehnungskurve auftritt. Auf Grundlage seiner zahlreichen Versuche ist er in der Lage, die Einflussgrößen der Betonfestigkeit zu bestimmen. Bei einer Kombination aus der Oberflächenzugfestigkeit /17/ und der Druckfestigkeit, welche er mit dem Rückprallhammer nach Schmid /17/ ermittelt, erhält er die geringsten Standardabweichungen zwischen den einzelnen Versuchen. Aufbauend auf dieser Beziehung wertet er seine Versuche statistisch aus und ermittelt aus seinen Versuchen Mittel- und Fraktilwerte. Somit kommt er auf die Faktoren für den bilinearen Ansatz, welche in Tabelle 2.1 gegeben sind.

Tabelle 2.1: Parameter des bilinearen Verbundansatzes nach Niedermeier für Stahllaschen

Table 2.1: Parameters of the bilinear bond approach for steel plates according to Niedermeier

Maßzahl	τ_{L1}	S_{L1}	S_{L0}
-	N/mm ²	mm	mm
Mittelwerte	$3,9363 \cdot 10^{-1} \cdot \sqrt{f_{c,cube,200} \cdot f_{ctm,surf}}$	$3,4858 \cdot 10^{-2}$	$1,9517 \cdot 10^{-1}$
5 % Fraktilwert	$2,7349 \cdot 10^{-1} \cdot \sqrt{f_{c,cube,200} \cdot f_{ctm,surf}}$	$1,9420 \cdot 10^{-2}$	$1,8472 \cdot 10^{-1}$

Aus den Werten der Tabelle 2.1 kann die Verbundbruchenergie G_F des bilinearen Verbundansatzes über die Fläche nach Gleichung (2.2) bestimmt werden.

$$G_F = \frac{s_{L0} \cdot \tau_{L1}}{2} \quad (2.2)$$

Über eine linearisierte Zurückrechnung kann die maximal aufnehmbare Lamellenspannung am idealisierten Endverankerungspunkt mit Gleichung (2.3) bestimmt werden. Die zugehörige effektive Verbundlänge $l_{Lb,max}$, nach der die bruchmechanisch begrenzte Lamellenspannung am Endverankerungspunkt nicht mehr ansteigt, kann mit Gleichung (2.4) bestimmt werden. Der Bereich vor der maximalen Verbundlänge wird von Niedermeier über eine Parabel der exakten Lösung aus dem bilinearen Verbundansatz mit Gleichung (2.5) angenähert. Um eine bessere Übereinstimmung dieser Näherung mit den Versuchswerten zu erreichen, wurde noch der empirische Faktor $k = 1,128$ von Niedermeier /51/ in die Gleichung für die maximale Verbundlänge eingeführt.

$$\text{aufn. } \sigma_{L,max}^a = \sqrt{\frac{E_L \cdot \tau_{L1} \cdot s_{L0}}{t_L}} \quad (2.3)$$

$$l_{Lb,max} = \frac{2}{k} \sqrt{\frac{E_L \cdot t_L \cdot s_{L0}}{\tau_{L1}}} \quad (2.4)$$

$$\text{aufn. } \sigma_L^a = \begin{cases} \text{aufn. } \sigma_{L,max}^a \cdot \frac{l_{Lb}}{l_{Lb,max}} \left(2 - \frac{l_{Lb}}{l_{Lb,max}} \right) & l_{Lb} < l_{Lb,max} \\ \text{aufn. } \sigma_{L,max}^a & l_{Lb} \geq l_{Lb,max} \end{cases} \quad (2.5)$$

Setzt man nun die Größen für das 5 % Fraktil aus Tabelle 2.1 in die Gleichungen (2.3)-(2.5) ein und rechnet man die Würfeldruckfestigkeit mit $f_{c,cube} = 1,18 \cdot f_{cm}$ in die Zylinderdruckfestigkeit um, so erhält man die Beziehung, welche auch in den derzeitigen allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen /12/ enthalten ist (Gleichungen (2.6)-(2.8)). Hierbei ist noch die Spannung durch die Multiplikation mit der Lamellendicke und der Lamellenbreite in die Kraft umgerechnet.

$$F_{Lbk,max} = 0,24 \cdot b_L \sqrt{E_{Lk} \cdot t_L \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm,surf}}} \quad (2.6)$$

$$l_{Lb,max} = 1,4 \cdot \sqrt{\frac{E_{Lk} \cdot t_L}{\sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm,surf}}}} \quad (2.7)$$

$$F_{Lbk} = \begin{cases} F_{Lbk,max} \cdot \frac{l_{Lb}}{l_{Lb,max}} \left(2 - \frac{l_{sb}}{l_{Lb,max}} \right) & l_{Lb} < l_{Lb,max} \\ F_{Lbk,max} & l_{Lb} \geq l_{Lb,max} \end{cases} \quad (2.8)$$

2.2.3 Modell von Neubauer

Neubauer /46/ adaptiert das Verbundmodell von Holzenkämpfer /39/, welches für aufgeklebte Stahllaschen aufgestellt wurde, auf CFK-Lamellen. Dabei leitet er wie auch Holzenkämpfer /39/ die Parameter für den bilinearen Verbundansatz aufgrund mechanischer Überlegungen her. Die maximale Verbundspannung leitet er über den Mohr-Coulombschen Spannungskreis anhand der Betonzugfestigkeit her und kommt somit auf die Gleichung (2.9), wobei er noch einen Faktor k_b zur Berücksichtigung der Lastausbreitung im Beton einfügt.

$$\tau_{L1} = 1,8 \cdot k_b \cdot f_{ct} \quad (2.9)$$

Den Schlupf für den ansteigenden elastischen Ast leitet er über die elastische Verformung einer repräsentativen Volumeneinheit des Betons her. Damit kommt er auf Gleichung (2.10). Die Tiefe der repräsentativen Volumeneinheit d_{RVE} beträgt hierbei nach Holzenkämpfer /39/ 50 mm.

$$s_{L1} = 4,5 \cdot k_b \cdot f_{ct} \cdot \frac{d_{RVE}}{E_c} \quad (2.10)$$

Über die Verbundenergie rechnet er aus der maximalen Verbundspannung des bilinearen Verbundansatzes über die Dreiecksfläche den maximalen Schlupf zurück.

$$s_{L0} = \frac{1,11 \cdot G_F}{k_b \cdot f_{ct}} \quad (2.11)$$

Die Verbundenergie berechnet er in Abhängigkeit der Zugfestigkeit aus den Versuchen zurück. Dabei berücksichtigt er ebenfalls eine günstige Lastausbreitung mit dem Faktor k_b aus Gleichung (2.13). Die Versuchsergebnisse berücksichtigt er mit dem Faktor C_F , welchen er für den Mittelwert der Versuche zu 0,202 bestimmt.

$$G_F = k_b^2 \cdot f_{ct} \cdot C_F \quad (2.12)$$

$$k_b = 1,06 \cdot \sqrt{\frac{2 - \frac{b_L}{b_c}}{1 + \frac{b_L}{400}}} \quad 1,0 \leq k_b \leq 1,29 \quad (2.13)$$

Aus den Beziehungen der Gleichungen (2.9)-(2.13) und seinen Versuchen kommt er zu den Randwerten des bilinearen Verbundansatzes nach Tabelle 2.2. Einen 5 % Fraktilwert bestimmt er nachträglich aus dem nivellierten Ansatz und kommt auf 78 % der mittleren Verbundkraft F_{Lbm} . Mit einer Zurückrechnung kommt man auf einen C_F Wert von 0,123.

Tabelle 2.2: Parameter des bilinearen Verbundansatzes nach Neubauer für CFK-Lamellen

Table 2.2: Parameters of the bilinear bond approach for CFRP-strips according to Neubauer

Maßzahl	τ_{L1}	s_{L1}	s_{L0}
-	N/mm ²	mm	mm
Mittelwerte	$\tau_{L1} = 1,8 \cdot k_b \cdot f_{ct}$	$s_{L1} = 4,5 \cdot k_b \cdot f_{ct} \cdot \frac{d_{RVE}}{E_c}$	$s_{L0} = 0,224 \cdot k_b$
5 % Fraktilwert	$\tau_{L1} = 1,8 \cdot k_b \cdot f_{ct}$	$s_{L1} = 4,5 \cdot k_b \cdot f_{ct} \cdot \frac{d_{RVE}}{E_c}$	$s_{L0} = 0,136 \cdot k_b$

2.2.4 Modell von Zehetmaier

Zehetmaier /85/ adaptiert das Verbundmodell von Niedermeier /51/ auf CFK-Lamellen. Er wertet hierfür 6 Endverankerungsversuche und 32 Dehnkörperversuche, welche im Rahmen eines DFG- und eines DIBt-Forschungsvorhabens /96/ durchgeführt wurden, auf die gleiche Weise wie Niedermeier aus und kommt somit auf die Faktoren für den bilinearen Ansatz in Tabelle 2.3.

Tabelle 2.3: Parameter des bilinearen Verbundansatzes nach Zehetmaier für CFK-Lamellen

Table 2.3: Parameters of the bilinear bond approach for CFRP-strips according to Zehetmaier

Maßzahl	τ_{L1}	S_{L1}	S_{L0}
-	N/mm ²	mm	mm
Mittelwerte	$4,80 \cdot 10^{-1} \cdot \sqrt{f_{c,cube,200} \cdot f_{ctm,surf}}$	$6,33 \cdot 10^{-3}$	$2,12^{-1}$
5 % Fraktilwert	$1,93 \cdot 10^{-1} \cdot \sqrt{f_{c,cube,200} \cdot f_{ctm,surf}}$	$2,89 \cdot 10^{-4}$	$3,07^{-1}$

2.2.5 Modell von Ulaga

Ulaga /81/ bestimmt aufgrund mechanischer Überlegungen die Beziehungen der Randwerte des bilinearen Verbundansatzes mit den Gleichungen (2.14)-(2.16).

$$s_{L1} = \frac{t_g}{G_g} \cdot \tau_{L1} \quad (2.14)$$

$$\tau_{L1} = a \cdot f_{ct} = a \cdot 0,3 \cdot f_c^{2/3} \quad (2.15)$$

$$s_{L0} = \text{const.} \quad (2.16)$$

Hierbei fällt auf, dass der elastische Ast des bilinearen Ansatzes mit Gleichung (2.14) rein über den Klebstoff beschrieben wird; die elastischen Verformungen des Betons bleiben unberücksichtigt.

Mithilfe dieser Gleichungen und zahlreichen Versuchen aus der Literatur gibt er die Werte für ein Mittelwertmodell nach Tabelle 2.4 an. Charakteristische Werte werden in seiner Arbeit nicht angegeben, jedoch wird sein Modell in die Schweizer Vorschrift SIA 166 /71/ übernommen, wobei die Verbundbruchenergie um 17 % abgemindert wird.

Tabelle 2.4: Parameter des bilinearen Verbundansatzes nach Ulaga

Table 2.4: Parameters of the bilinear bond approach according to Ulaga

Maßzahl	τ_{L1}	S_{L1}	S_{L0}
-	N/mm ²	mm	mm
Ulaga /81/ (Mittelwerte)	$4/3 \cdot 0,3 \cdot f_c^{2/3}$	$\frac{t_g}{G_g} \cdot \tau_{L1}$	0,225
SIA 166 /71/	$4/3 \cdot f_{ctm}$	-	0,1875

2.3 Verbundkraftübertragung am Bauteil

2.3.1 Allgemeines

Wie aus Kapitel 2.1 bzw. Bild 2.1 ersichtlich ist, ist bei aufgeklebter Bewehrung neben der Verbundkraftübertragung im Endverankerungsbereich auch eine Verbundkraftübertragung am Bauteil nötig. In Deutschland und anderen europäischen Ländern hat sich zur Verbundkraftübertragung am Bauteil die Betrachtung eines Elementes zwischen den Biegerissen, des sogenannten Zwischenrisselements, weitestgehend durchgesetzt. Erstmals formuliert Niedermeier 1997 in /49/ grundlegende Gedanken zur Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement, für welche er 1999 in /50/ erstmalig eine theoretische Lösung auf Grundlage der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes angibt. Auch Neubauer gibt kurz darauf eine solche theoretische Lösung für die Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement an. Beide theoretischen Lösungen sind in Kapitel 2.3.2 kurz erläutert.

Neben den rein theoretischen Lösungen abstrahiert Thorenfeldt /78/ erstmalig das Zwischenrisselement experimentell und führte wenige Versuche am sogenannten idealisierten Zwischenrisselement durch. Deutlich mehr Versuche führt anschließend Schilde /67/ durch, wobei er in circa der Hälfte seiner Versuche noch einen Rissversatz simuliert. Beide experimentellen Untersuchungen sind in Kapitel 2.3.3 kurz zusammengefasst.

Neben dem Ansatz der Verbundkraftübertragung am Zwischenrisselement existieren international noch zahlreiche weitere Modelle zur Verbundkraftübertragung am Bauteil, welche entweder eine Dehnungsbegrenzung durch die Definition einer Grenzdehnung angeben oder den Lamellenkraftzuwachs limitieren. Ein Überblick über solche Modelle ist in Kapitel 2.3.4 angegeben.

2.3.2 Theoretische Untersuchungen am Zwischenrisselement

2.3.2.1 Modell von Niedermeier

Allgemeine Lösung der Differentialgleichung (DGL) am Zwischenrisselement:

Auf Grundlage der bilinearen Verbundspannungsschlupfbeziehung löst Niedermeier /51/ die DGL des verschieblichen Verbundes mit den Randbedingungen des Zwischenrisselements. Dafür stellt er die folgenden acht verschiedenen Fälle auf. Bei den Fällen eins bis fünf wirkt der Beton zwischen den Rissen mit. Bei den Fällen sechs bis acht, welche den Grenzzustand der Tragfähigkeit darstellen, kommt es zu keiner Mitwirkung des Betons. Er gibt für alle Fälle die Rand- und Übergangsbedingungen an. Da der maximale Zugspannungszuwachs nur ohne Mitwirkung des Betons zustande kommt, werden hier nur die Fälle sechs bis acht wiedergegeben. Für diese Fälle löst Niedermeier die DGL des verschieblichen Verbundes mit den Randbedingungen nach Bild 2.3.

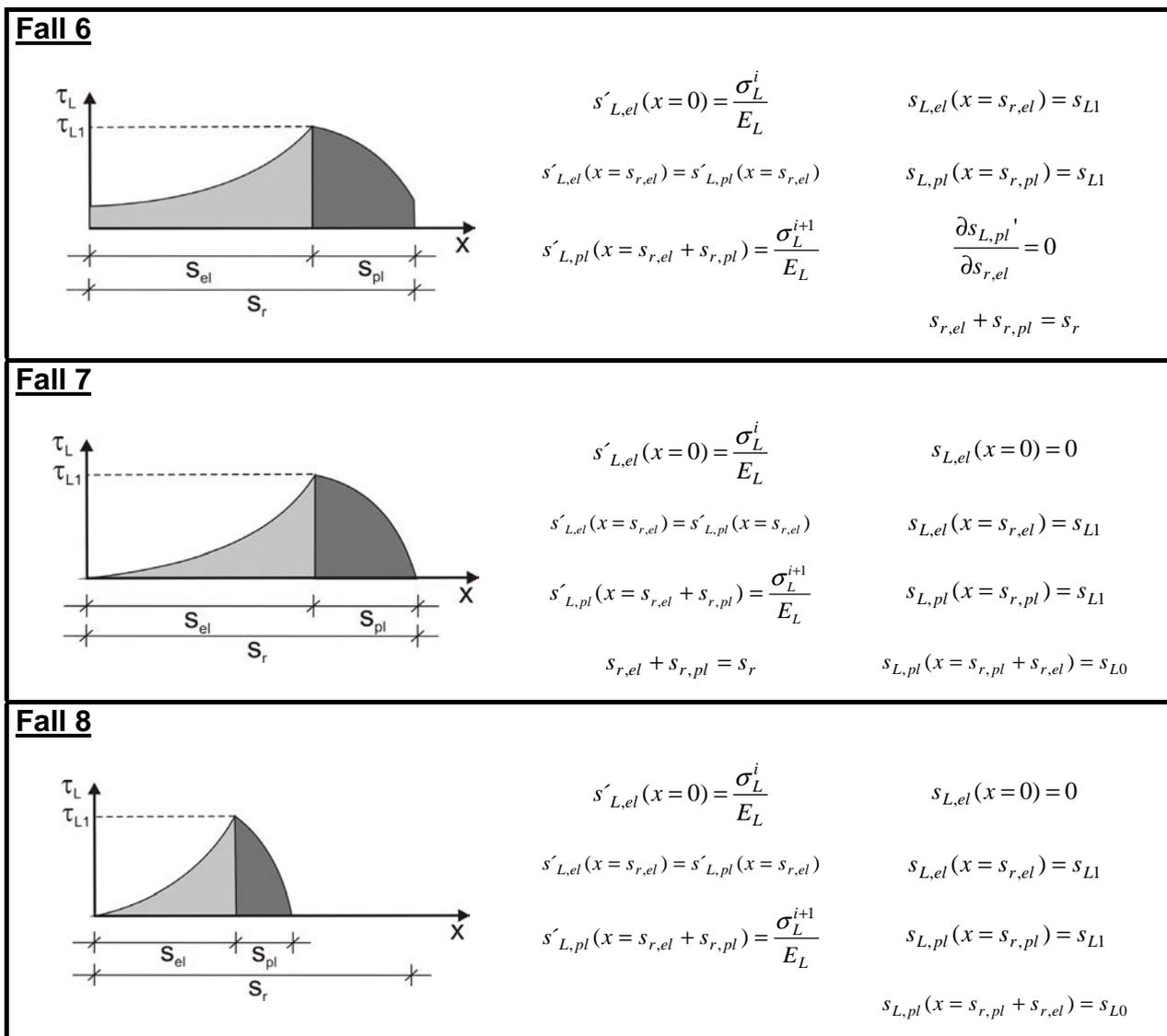


Bild 2.3: Randbedingungen am Zwischenrisselement nach Niedermeier für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) (Fälle 6-8)

Fig. 2.3: Boundary conditions at the intermediate crack element according to Niedermeier for the ultimate limit state (ULS) (cases 6-8)

Für den Fall 6 (Gleichung (2.17)) und den Fall 7 (Gleichung (2.18)) kann keine explizite Lösung gefunden werden, da entweder die Relativverschiebung s_{LIII} oder die Spannung σ_L^i unbekannt ist. In diesen Fällen muss die Lösung iterativ ermittelt werden.

$$\text{aufn.}\Delta\sigma_L^{i+1} = E_L \cdot \omega \cdot \lambda \cdot (A_{IV} \cdot \cos(\omega \cdot \lambda \cdot s_r) - B_{IV} \cdot \sin(\omega \cdot \lambda \cdot s_r)) - \sigma_L^i \quad (2.17)$$

$$\text{aufn.}\Delta\sigma_L^{i+1} = E_L \cdot \omega \cdot \lambda \cdot (A_{IV} \cdot \cos(\omega \cdot \lambda \cdot s_r) - B_{IV} \cdot \sin(\omega \cdot \lambda \cdot s_r)) - \sigma_{L,grenz}^i \quad (2.18)$$

Für den Fall 8 lässt sich jedoch eine explizite Lösung mit Gleichung (2.19) finden.

$$\text{aufn.}\Delta\sigma_L^{i+1} = \sigma_{L,grenz}^i \cdot (\cosh(\omega \cdot s_{r,el}) \cdot \cos(\omega \cdot \lambda \cdot s_{r,pl}) - 1) + E_L \cdot \omega \cdot \lambda \cdot (s_{L0} - s_{L1}) \cdot \sin(\omega \cdot \lambda \cdot s_{r,pl}) \quad (2.19)$$

Lösung für den durch Verbund aufnehmbaren Spannungszuwachs

Die vorherigen Gleichungen lassen sich nicht geschlossen lösen, deshalb linearisiert Niedermeier den bilinearen Verbundansatz für die Fälle 6 bis 8 und erhält daraus die in Bild 2.4 dargestellte Lösung für das Zwischenrisselement.

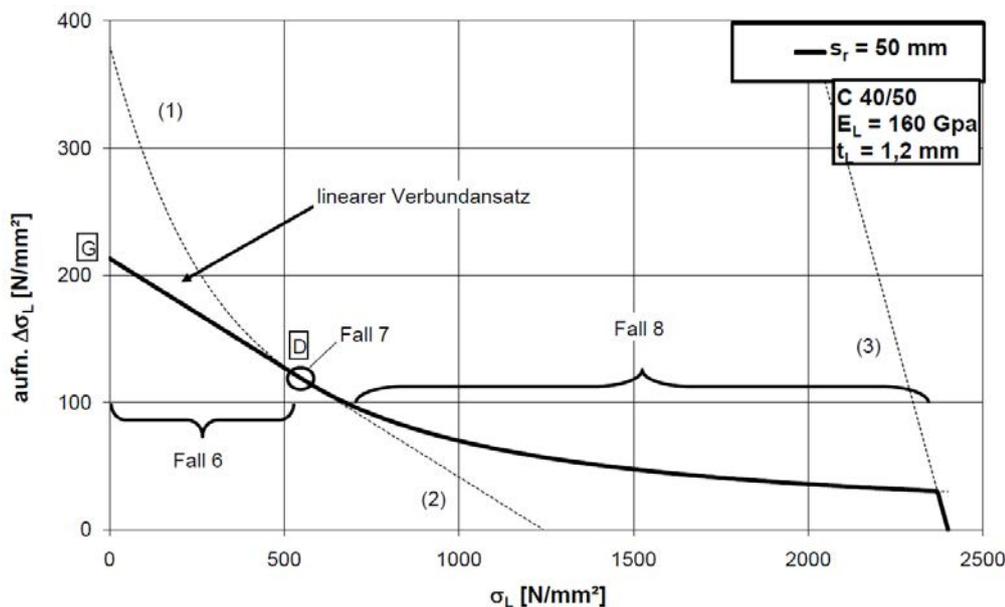


Bild 2.4: Durch Verbund aufnehmbarer Spannungszuwachs am Zwischenrisselement nach Niedermeier

Fig. 2.4: stress increase bearable by bond at the intermediate crack element according to Niedermeier

Mit der dargestellten Beziehung am Zwischenrisselement kann in Abhängigkeit der Lamellengrundspannung die zusätzlich aufnehmbare Lamellenspannung berechnet werden. Diese Beziehung gliedert sich prinzipiell in zwei Bereiche, einen Bereich 1 bei niedrigerer Lamellengrundspannung, in welchem der Einfluss der Rissabstände einght, und einen Bereich 2, in welchem der Rissabstand für die aufnehmbare Verbundspannung an einem Zwischenrisselement keinen Einfluss mehr hat. Mit einer Linearisierung des bilinearen Ansatzes erhält Niedermeier den durch Verbund aufnehmbaren Zuwachs der Lamellenspannung $\text{aufn.}\Delta\sigma_L$ für den Bereich 2 (Gleichung (2.20)). Diese Gleichung hängt ausschließlich von der Verbundbruchenergie, den Lamellenkennwerten sowie von der Spannung am geringer beanspruchten Rissufer ab.

$$\text{aufn.}\Delta\sigma_L = \sqrt{\frac{2 \cdot G_F \cdot E_L}{t_L} + \sigma_L^2} - \sigma_L \quad (2.20)$$

Der Bereich 1, bei welchem die Länge des Zwischenrisselementes s_r berücksichtigt werden muss, tritt nur auf, wenn der Rissabstand kleiner ist als die maximale Verbundlänge $l_{Lb,max}$ nach Gleichung (2.4). Der aufnehmbare Spannungszuwachs kann durch eine Gerade (Gleichung (2.21)) zwischen dem Punkt G und dem Punkt D beschrieben werden. Der Punkt G ist der Punkt, an dem keine Lamellengrundspannung herrscht. Die durch Verbund aufnehmbare Lamellenspannung errechnet sich nach den Gleichungen (2.3) bis (2.5), wobei statt der Verbundlänge in Gleichung (2.5) der Rissabstand eingesetzt wird.

$$\text{aufn.}\Delta\sigma_L = \text{aufn.}\Delta\sigma_L^G - \frac{\text{aufn.}\Delta\sigma_L^G - \text{aufn.}\Delta\sigma_L^D}{\sigma_L^D} \cdot \sigma_L \quad (2.21)$$

Der Punkt D stellt die Grundspannung dar, ab der der Rissabstand keinen Einfluss mehr auf die Verbundtragfähigkeit hat. Dieser errechnet sich nach Gleichung (2.22). Die zugehörige aufnehmbare Lamellenspannung kann mit Gleichung (2.20) ermittelt werden.

$$\sigma_L^D = \frac{s_{L0} \cdot E_L}{s_r} - \tau_{L1} \cdot \frac{s_r}{4 \cdot t_L} \quad (2.22)$$

Zusätzlich wird die durch Verbund aufnehmbare Lamellenspannung sowie die Grundspannung noch durch die Zugfestigkeit der CFK-Lamelle bzw. der Fließgrenze der Stahllasche begrenzt.

2.3.2.2 Modell von Neubauer

Allgemeine Lösung der Differentialgleichung am Zwischenrisselement

Neubauer /46/ löst wie Niedermeier /51/ die DGL des verschieblichen Verbundes mit den Randbedingungen am Zwischenrisselement. Hierbei linearisiert er ebenfalls die bilineare Verbundspannungsschlupfbeziehung, um eine geschlossene Lösung zu erhalten.

$$x = 0: \quad N_L = F_L \quad (2.23)$$

$$x = s_r: \quad N_L = F_L + \Delta F_L \quad (2.24)$$

Mit den Randbedingungen aus den Gleichungen (2.23) und (2.24) kommt er auf die spezielle Lösung der DGL für ein Zwischenrisselement in Gleichung (2.25).

$$s_L(x) = \frac{1}{E_L \cdot A_L \cdot \omega} \cdot \left(F_L \cdot \sinh(\omega \cdot x) + \frac{\Delta F_L + F_L \cdot (1 - \cosh(\omega \cdot s_r))}{\sinh(\omega \cdot s_r)} \cdot \cosh(\omega \cdot s_r) \right) \quad (2.25)$$

Die Lösung für die sich aus Gleichung (2.25) ergebenden Lamellenkräfte sowie die sich daraus ergebenden Verbundspannungen sind in Bild 2.5 jeweils an einem Zwischenrisselement in einem Balkenbereich mit $Q = 0$ und einem solchen mit $Q \neq 0$ qualitativ dargestellt.