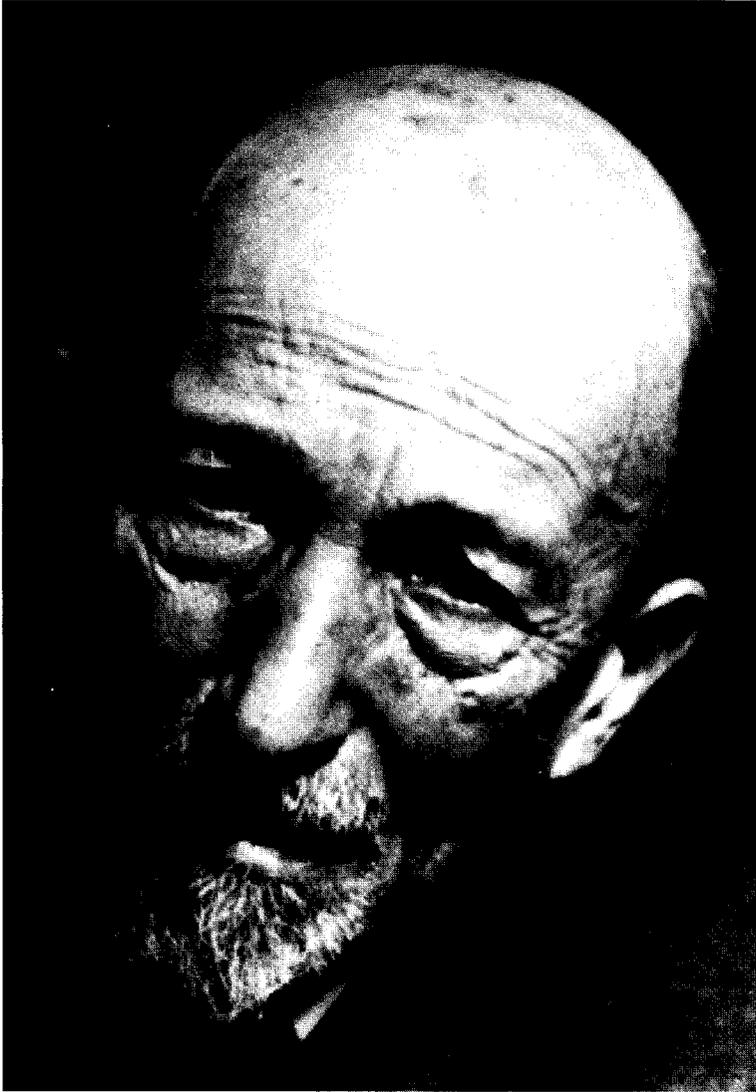


Jacques Hadamard
Un mathématicien universel



Hadamard

Jacques Hadamard
1865-1963

Jacques Hadamard

Un mathématicien universel

Vladimir Maz'ya
Université de Linköping

Tatiana Shaposhnikova
Université de Linköping

Traduit de l'anglais par Gérard Tronel
Université Pierre et Marie Curie



17, avenue du Hoggar
Parc d'activités de Courtabœuf, BP 112
91944 Les Ulis Cedex A, France

« Sciences & Histoires »

La collection Sciences & Histoires s'adresse à un public curieux de sciences. Sous la forme d'un récit ou d'une biographie, chaque volume propose un bilan des progrès d'un champ scientifique, durant une période donnée. Les sciences sont mises en perspective, à travers l'histoire des avancées théoriques et techniques et l'histoire des personnages qui en sont les initiateurs.

Déjà paru :

Léon Foucault, par William Tobin, adaptation française de James Lequeux, 2002

La physique du XX^e siècle, par Michel Paty, 2003

Conception de la couverture : Éric Sault

ISBN : 2-86883-707-7

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés, réservés pour tous pays. La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du code pénal.

© 1998 by the American Mathematical Society (édition originale)

© 2005 EDP Sciences pour l'édition française

Ouvrage publié avec le concours du Centre national du livre.

*À notre fils Michael,
affectueusement*

À propos des auteurs

Tatyana Shaposhnikova est Professeur au département de mathématiques de l'Université de Linköping, en Suède. Elle est titulaire d'un Ph.D. de l'Université de Léningrad. Ses recherches portent sur la théorie des fonctions et ses applications aux équations aux dérivées partielles et aux équations intégrales. Elle est également connue pour ses traductions d'ouvrages russes en anglais et d'ouvrages anglais et suédois en russe.

Vladimir Maz'ya est Professeur à l'Université Liverpool, Ohio et à l'Université de Linköping. Il est titulaire d'un Ph.D. de l'Université de Moscou et d'un doctorat ès Sciences de l'Université de Léningrad. En 1990, il a émigré en Suède avec son épouse Tatyana Shaposhnikova. Ses recherches couvrent plusieurs domaines : équations aux dérivées partielles, analyse fonctionnelle, théorie de l'approximation, méthodes numériques et applications des mathématiques à la mécanique et à la physique mathématique. Il a publié une quinzaine de livres et quatre cents articles. Il est, entre autre, membre correspondant de la Royal Society of Edinbourg et membre de l'Académie Royale des Sciences de Suède. En 2004, la Société Royale des Sciences de Suède lui a décerné la médaille d'or Celsius. En 2003 les deux auteurs ont été lauréats du prix Verdaguer de l'Académie des Sciences ; ce prix récompense la version originale du livre « Jacques Hadamard, A Universal Mathematician ».

Gérard Tronel a été maître-assistant de mécanique à la faculté des sciences de Paris, puis maître de conférences de mathématiques au laboratoire Jacques-Louis Lions à l'Université Pierre et Marie Curie. Il est ancien élève de l'École Normale Supérieure de l'Enseignement Technique, aujourd'hui École Normale Supérieure de Cachan. Il est licencié de la faculté des sciences de Paris, Professeur de l'École Nationale Supérieure des Arts et Métiers, agrégé de mathématiques. Ses recherches portent sur la théorie de l'homogénéisation et la théorie de l'hystérésis. Il est co-auteur d'une dizaine d'articles. Il a été l'un des organisateurs de l'Année Mondiale des Mathématiques en l'an 2000 et à ce titre il participe actuellement à des actions de diffusion des mathématiques en direction du grand public.

Sommaire

À propos des auteurs	vii
Préface et remerciements	xi
Note du traducteur	xv
I La vie d’Hadamard	1
Prologue	3
1 Les premières années	7
2 Le tournant du siècle	51
3 Les années de maturité	81
4 Après la Grande Guerre	113
5 Le Maître	149
6 Les années trente	173
7 La Seconde Guerre Mondiale	195
8 Après les quatre-vingt ans	217
II Les mathématiques d’Hadamard	255
9 La théorie des fonctions analytiques	257
10 Théorie des nombres	283
11 Mécanique analytique et géométrie	301

12 Calcul des variations et fonctionnelles	319
13 Mathématiques en mélange	337
14 Élasticité et Hydrodynamique	361
15 Équations aux dérivées partielles	397
16 Les derniers travaux d'Hadamard	435
Épilogue	449
Les dates les plus marquantes de la vie d'Hadamard	451
Un florilège de notions mathématiques liées au nom d'Hadamard	455
I. Bibliographie de Jacques Hadamard	459
II. Publications sur la vie et les travaux d'Hadamard	485
III. Bibliographie générale	489
IV. Documents d'archives	517
Crédits photographies et figures	521
Index	527

Préface et remerciements

Nous reconnaissons une profonde et particulière dette de gratitude envers E. Polishchuk (1913-1987) qui a éveillé notre intérêt sur la vie et les mathématiques d'Hadamard lorsqu'il nous a invité à participer à l'écriture d'un livre sur le grand mathématicien français. Le livre « Jacques Hadamard », de Polishchuk et Shaposhnikova écrit avec la participation de Maz'ya a été publié en 1990, à Léningrad (maintenant Saint Pétersbourg).

La partie biographique de ce premier livre était plutôt réduite car des documents originaux, des lettres et des publications nous étaient inaccessibles. Depuis notre émigration en Suède en 1990, nous avons pu voyager et consulter de nouveaux matériaux concernant Hadamard. Ses documents personnels ont disparus pendant la seconde guerre mondiale et nous avons dû reconstituer la mosaïque de sa vie à partir d'anciens fragments dispersés dans des archives et des bibliothèques de nombreux pays. La première partie du présent livre est le résultat de cette recherche.

Des spécialistes de l'histoire des sciences ne se sont jamais véritablement intéressés à Hadamard. Pendant trente années après sa mort aucune tentative n'a été faite d'écrire une biographie exhaustive. En attendant, très rares sont ceux qui restent et qui pourraient partager les souvenirs de l'homme qui a été qualifié une fois de « légende vivante des mathématiques ». Comme le remarquait J.-P. Kahane dans son essai [II.28]¹, aucune bibliothèque ne contient l'ensemble de l'œuvre d'Hadamard, – car à la différence de mathématiciens moins importants – elle n'a jamais été rassemblée et publiée dans sa totalité. Aucune rue de Paris porte son nom². La légende doit revivre, spécialement en France. »

Bien que notre exposé soit très documenté, il ne prétend pas être une étude historique profonde. Nous n'avons ni souhaité ni atteint cet objectif. En réalité, notre but était plus modeste : nous avons simplement voulu raconter une histoire de la vie d'Hadamard pour les mathématiciens professionnels et les jeunes étudiants intéressés par les mathématiques. Nous

¹ La numération en chiffres romains se réfère à l'une de nos quatre listes de références : I- Bibliographie de Jacques Hadamard, II- Publications sur Jacques Hadamard, III- Bibliographie générale et IV- Documents d'archives.

² De même aucune plaque commémorative ne figure sur les maisons où il est né et où il a vécu et même la stèle de sa tombe au cimetière du Père Lachaise ne portait pas son nom, mais depuis la publication du livre, la stèle a été remplacée et elle ne comporte plus que trois noms dont celui de Jacques Hadamard, mais avec une erreur sur la date de sa mort.

avons voulu, dans les pages de ce livre, faire parler Hadamard, ses parents, ses maîtres, ses collègues, ses amis et ses élèves.

Dans notre tentative de rendre accessible à un public le plus large possible, un exposé de la vie d'Hadamard, nous avons essayé dans la première partie de respecter la loi justinienne qui traite des « Malfaiteurs et des mathématiciens et de leurs semblables », elle énonce : « L'art des mathématiques est interdit sous peine de sanctions » [III.91, p. 379], ainsi nous ne mentionnons que les plus importants résultats mathématiques d'Hadamard, qui donne une idée des raisons de s'intéresser à Hadamard.

Dans la seconde partie du livre nous avons décrit de manière plus détaillée la contribution d'Hadamard aux mathématiques. Dans cette seconde partie les chapitres reflètent assez fidèlement l'ordre chronologique de ses intérêts en recherche. Comme pour la première partie, nous avons essayé de nous adresser à des lecteurs qui n'ont pas nécessairement un bagage mathématique de niveau très élevé. Nous espérons néanmoins qu'un expert y trouvera des choses intéressantes. En plus de nouveaux matériaux, la seconde partie contient une version revue et augmentée des chapitres mathématiques du livre russe [II.51]. Les sections 11.3, 16.1 et des bribes du chapitre 9 reproduisent, avec des petites modifications, le texte laissé par Polishchuk mort au début du travail sur [II.51]. De plus, ses notes nous ont été très utiles pour écrire les chapitres 10-12. Nous lui sommes profondément reconnaissants pour ses contributions au présent ouvrage.

Le livre n'aurait jamais pu paraître sans la générosité du petit-fils d'Hadamard, le physicien Francis Picard (1929-1995). Nous l'avons rencontré à Paris en 1992, et nous avons été comblés par l'enthousiasme de son aide. Il a mis à notre disposition des matériaux intéressants sur son grand-père venant de sa tante Jacqueline, la plus jeune des filles d'Hadamard. Beaucoup plus, Francis Picard nous a autorisé à citer des extraits du manuscrit autobiographique non publié de Hadamard Jacqueline. Il était fasciné par le projet, comme sa femme Sabine Gayet nous l'a dit, même au cours des derniers jours de sa vie il rêvait de voir le livre édité. À lui aussi, nous voudrions exprimer notre infinie reconnaissance.

Nous avons une lourde dette envers Jeremy J. Gray pour son aide généreuse au cours des différentes étapes de la préparation du manuscrit. Après avoir supporté le fardeau de l'analyse d'une version préliminaire du manuscrit il a apporté des critiques et des avis constructifs sur le style, sur la conception et l'exposé de questions particulières. Pour cela et pour son indulgence devant le temps passé à répondre à nos exigences, nous lui exprimons nos sincères remerciements et notre admiration.

Notre cordiale gratitude va à François Murat qui a lu les versions préliminaire et finale du manuscrit et pour les nombreuses corrections et suggestions qu'il a apportées. Il nous a donné généreusement de son temps pour répondre à nos questions sur l'enseignement en France et sur la vie publique. Si le livre ne contient que peu de fautes en mathématiques, en français, en anglais, et sur la vie culturelle et sociale françaises, c'est aussi grâce à lui.

Nous reconnaissons notre dette envers notre ami et collègue Lars-Inge Hedberg, qui a lu les brouillons de notre texte. C'est grâce à son érudition et à ses critiques parfaites que de nombreuses erreurs ont pu être évitées et le texte amélioré.

Nous sommes profondément reconnaissants à Marie-Hélène et Laurent Schwartz pour leurs encouragements et pour nous avoir fait partager leurs souvenirs sur Hadamard.

Nous exprimons notre profonde gratitude à Benoît Mandelbrot pour ses commentaires critiques et de nombreuses améliorations et pour l'autorisation d'inclure les souvenirs de son oncle, Szolem Mandelbrojt, et ses souvenirs personnels d'Hadamard.

Nous renouvelons nos chaleureux remerciements à l'artiste Nekod Singer qui a dessiné la couverture et illustré de nombreux épisodes de la vie d'Hadamard avec d'amusants petits dessins.

Natasha et Alexander Movchan méritent une mention particulière pour leur aide amicale au cours de l'édition d'une première version du manuscrit.

Nos cordiaux remerciements vont aussi à Matelda et à feu Gaetano Fichera qui ont lu un brouillon de ce livre et pour leur assistance généreuse dans nos recherches sur les relations entre Hadamard et les mathématiciens italiens.

Notre gratitude la plus profonde à Eva et Lars Gårding qui ont lu une première version du livre et fait d'utiles commentaires. Lars Gårding nous a gentiment aidé à dater l'article écrit en suédois, article que nous avons trouvé à la bibliothèque de l'*Accademia dei Lincei*.

Nous sommes profondément reconnaissants à Ernest Kahane qui nous a autorisés à inclure ses souvenirs d'Hadamard dans le livre et aussi à son fils Jean-Pierre Kahane qui nous a parlé de ses rencontres avec Hadamard et des syndicats français. Il nous a fourni aimablement quelques photographies.

Nous voulons aussi remercier Jean-Pierre Puel qui nous a exposé en détail l'organisation du système éducatif français, ce qui nous a été particulièrement utile.

Nous n'oublions pas de saluer le zèle de Howard Stone qui a lu le texte et fait des commentaires appréciables.

Nous remercions sans réserve Nan Strömberg de s'être chargée, avec enthousiasme, du fardeau supplémentaire de dactylographier des pages de manuscrit illisibles.

Nous souhaitons exprimer la plus profonde reconnaissance à Tjavidar Ivanov pour son assistance généreuse dans la préparation technique du manuscrit.

Nous remercions très cordialement S. Agmon, K. Amaratunga, V.M. Babich, G. Birkhoff; R. Bürger, M. Costabel, S.S. Demidov, V.F. Demyanov, D. Dionisi, T. Ganelius, A. Grigorian, J. Horváth, B. Håkansson, V. Katasonov, J. Král, G. Kresin, R. Kress, N. Kuznetsov, S. Latkovic, P.R. Masani, L. Meister, J.-C. Nedelec, I. Netuka, L. Nikolski, N. Nikolski, O.A. Oleinik, S. Prössdorf, A.-M. Sändig, Ya. Sinaï, Zhen Sun et J. Veselý de nous avoir fourni différents matériaux et informations concernant Hadamard.

Notre gratitude à F. Norstad pour son aide d'expert apportée à la résolution de nos problèmes de \LaTeX , à B. Edgar et M. Ludvigsen qui ont répondu promptement à nos questions de grammaire anglaise et aussi à J. Björn, G. Hsiao, K. Marciniak, P.E. Ricci, et B.O. Turesson qui nous ont aidés à traduire certains documents en tchèque, en chinois, en polonais, en italien et en latin.

Nous souhaitons remercier tous ceux qui ont contribué à illustrer le livre de photographies et de dessins : H. Brezis, F. Dauphagne, N. Ermolaeva, E. Fraenkel, L. Gibianski, N. Grigorian, S. Johns, J.-P. Kahane, G. Kresin, J. Lützen, W. Lenferink, B. Mandelbrot, J. Mawhin, M. Mendès-France, C. Monod-Broca, F. Murat, L. Nikolski, N. Nikolski, J. Polking, M. Rågstedt, M. Raulin, I. Romanovskaya, Y. Schetz, G. Schmidt, A. Sluitskiï, H. Stone, Zhen Sun, Ji-Guang Sun, V. Tikhomirov, M. Tucsnak et I. Verbitsky.

Durant la préparation du livre, nous avons bénéficié de l'atmosphère amicale du département de mathématiques de l'université de Linköping qui a grandement facilité et stimulé notre travail.

Nous sommes reconnaissants au personnel de l'administration de l'Institut Mittag-Leffler, où nous avons séjourné en janvier 1991 ; nous y avons bénéficié d'excellentes conditions de travail.

Notre reconnaissance pour la contribution à notre travail, de l'université de Linköping et du Conseil suédois de la recherche en sciences naturelles. Nos remerciements également à l'Académie suédoise qui nous a offert la rare opportunité de séjourner au Centre culturel suédois lors de nos deux visites à Paris : ses anciens murs et l'environnement historique ajoutaient beaucoup à notre inspiration.

Nous souhaitons remercier les personnels des bibliothèques et des archives auprès desquels nous avons obtenu l'information utilisée dans ce livre. Nous avons toujours rencontré un empressement à nous aider et une grande efficacité à la bibliothèque de l'université de Linköping, à la bibliothèque de l'Institut Mittag-Leffler, à la bibliothèque royale de Stockholm, à la bibliothèque de l'université d'Uppsala, à la bibliothèque de l'*Accademia dei Lincei*, à la bibliothèque de l'Institut de technologie du Massachussets, au Centre de recherche de Woodson (université de Rice), à la bibliothèque du collège de la Reine (Oxford), à la Bibliothèque Nationale de Paris, à la bibliothèque de l'Institut de France, à la bibliothèque de l'École polytechnique, à la bibliothèque de l'ÉNS Ulm, à la bibliothèque de l'Institut national de la recherche pédagogique, et aux Archives Nationales, aux archives de l'Académie des Sciences, aux archives de l'École polytechnique, aux archives du Collège de France, aux archives municipales de Versailles, aux archives de l'Université Hébraïque de Jérusalem et aux archives de l'Académie des Sciences de Russie.

Nos remerciements particuliers à notre fils Michel âgé de seize ans, dont l'enfance a été bercée par le nom d'Hadamard. Il a fait de son mieux pour nous aider en anglais et en français, pour dactylographier, copier, scanner. Nous lui devons aussi beaucoup pour sa tolérance, sa compréhension et ses encouragements.

Note à la deuxième édition anglaise. Au cours de cette année écoulée depuis la sortie de la première édition, nous avons reçu de précieuses remarques de I. Grattan-Guinness, P.E. Ricci, Yu. Burago, J. Veselý, I. Netuka et R. Cooke. A tous nos chaleureux remerciements.

En préparant cette seconde édition nous avons corrigé des fautes d'impression et fait quelques améliorations stylistiques. Nous avons également ajouté quelques références bibliographiques à la fin de la bibliographie générale.

Note à la traduction française

À cette traduction, nous voudrions ajouter quelques compléments.

Nous sommes heureux de la parution d'une traduction en français de notre livre. L'origine de ce projet remonte à 1999 lorsque Laurent Schwartz a fait une présentation enthousiaste de notre livre au cours d'une séance de l'Académie des Sciences. Il a chaleureusement recommandé sa traduction.

Nous avons apprécié les efforts de François Murat qui a joué un rôle-clé dans le lancement de la traduction en la recommandant à l'éditeur.

Gérard Tronel a pris en charge la traduction mais a aussi contribué à l'amélioration de notre style et à la correction d'erreurs. De plus, il nous a généreusement aidés à rassembler de nouvelles informations sur Hadamard. Nous nous souvenons avec plaisir de son accueil à Paris, du voyage à Rambouillet où nous avons retrouvé la maison d'Hadamard, de la visite au cimetière du Père Lachaise près de la tombe de la famille Hadamard et de notre rencontre à Rome où nous avons peaufiné la traduction française. Notre gratitude est sans limites.

Comparée à l'édition anglaise, cette traduction est quelque peu étendue et révisée. Nous sommes reconnaissants à J.-P. Kahane, L. Zalcman, J.W. Dawson Jr., M. Mendès-France, et M. Vuorinen qui nous ont apporté des remarques utiles incorporées au texte.

Note du traducteur

À la fin du mois de juin 2002, la traduction de ce livre consacré à la vie et à l'œuvre de Jacques Hadamard était pratiquement achevée. Les auteurs, Vladimir Maz'ya et Tatiana Shaposhnikova, étaient à Paris et d'un commun accord, nous avons décidé de demander à Laurent Schwartz d'écrire une préface ; comme vous le lirez dans le livre, il était incontestablement l'homme de la situation. À cette époque nous savions que sa santé était fragile, toutefois les nouvelles qui nous parvenaient de son entourage nous laissaient espérer une amélioration. Mais c'est brutalement, au matin du dernier jour du congrès en hommage à Jacques-Louis Lions que nous avons appris la mort de Laurent. La disparition, à quelques mois d'intervalle de ces deux grandes figures des mathématiques du XX^e siècle laisse orphelins des mathématiciens de plusieurs générations. Cette traduction est dédiée à leur mémoire en témoignage de profonde reconnaissance.

Après concertation avec les auteurs, j'ai décidé de me limiter à une courte note de présentation.

J'ai souhaité rester au plus près du texte original, ce qui m'a valu de très longues et parfois de très âpres discussions avec les auteurs. La structure générale en deux parties a été conservée : la première traite de la vie de Jacques Hadamard, la seconde de son œuvre.

À travers le récit d'une vie riche en événements heureux et malheureux, le lecteur fera connaissance avec le « petit père Hadamard » qui, né dans une famille ordinaire, a connu un destin extraordinaire. Brillant élève, il n'était pas particulièrement attiré par les mathématiques, mais comme le souligne le sous-titre, il a peut-être été l'un des derniers mathématiciens capables de suivre et de comprendre les mathématiques de son temps. Dans cette première partie qui relate la vie scientifique de notre héros, on suivra les étapes de la vie d'un homme lui aussi « aux prises avec son siècle ». Impliqué directement dans l'Affaire Dreyfus il s'est engagé totalement dans la lutte pour la justice, les Droits de l'Homme, la Paix et la Liberté et ceci malgré ou à cause des épreuves qu'il a dû surmonter après la mort de ses fils, tous les trois morts à la guerre. La lettre qu'il écrira à ses petits-enfants est le témoignage poignant du chagrin d'un homme, mais Jacques Hadamard ne baissera jamais les bras. Et puis sa vie a été supportable car enrichie par sa famille, Louise « la compagne de sa vie », ses filles, ses petits-enfants, ses neveux parmi lesquels on retrouve Laurent Schwartz. Mais il y eut aussi les rencontres : Einstein avec qui il discutait de physique mathématique et jouait du violon, Wiener, Lebesgue et beaucoup d'autres qu'il a croisés au cours de ses voyages autour du monde - Amériques, U.R.S.S., Inde, Chine. Il était aussi passionné de botanique : les histoires de fougères et de champignons sont « savoureuses ». Mais Jacques Hadamard était avant tout un très grand mathématicien !

La seconde partie du livre traite de l'œuvre mathématique. Le lecteur ne doit pas se laisser arrêter par les aspects techniques des sujets abordés ; ils témoignent de la richesse, de l'inventivité de la pensée créatrice de Jacques Hadamard. Si, comme l'écrit Laurent Schwartz, il s'est senti jusqu'à la fin de sa vie « responsable des équations aux dérivées partielles », il a aussi apporté des contributions substantielles en théorie des nombres, en théorie des ensembles, en calcul des variations, en physique mathématique sans oublier l'étude des applications à la mécanique comme la théorie de la déformation des plaques et l'hydrodynamique. C'est Hadamard qui a introduit la notion fondamentale de « problèmes bien posés », notion qui clarifie la démarche suivie ou que devraient suivre les modèles mathématiques : à partir de la modélisation d'un phénomène pour aboutir aux calculs numériques. Au cours de cette seconde partie, en fonction des thèmes, on retrouvera des grands noms ; les citer tous reviendraient à écrire l'index, alors à la volée, relevons Euler, d'Alembert, Cauchy, Hermite, Riemann, mais aussi Poincaré, Darboux, Goursat, Lévy, Fréchet, Hilbert, Mittag-Leffler, Einstein, Wiener et bien d'autres. Que le lecteur ne se sente pas perdu ici, qu'il prenne le risque de ne pas tout comprendre, certains détails peuvent être passés, il n'en percevra pas moins la variété et le dynamisme d'une pensée riche et créative. Hadamard aurait pu écrire des traités de botanique ou, avec son ami Einstein, des livres sur le violon et les œuvres composées pour cet instrument, livres que des mélomanes avertis n'auraient pas pu comprendre. Il en est de même pour les mathématiques : si on ne saisit pas tous les détails on peut en deviner non seulement les idées, les fils directeurs, mais aussi déceler la passion, accepter la beauté, la nécessité. Jacques Hadamard avait peut-être la réputation d'« enseignant médiocre », comme l'écrit sans indulgence Laurent Schwartz, mais il était un brillant formateur à la recherche mathématique, sa correspondance avec Fréchet, qui fut son premier élève en thèse, le montre bien. Il a laissé aussi des livres comme ses « Leçons de Géométrie » et ses nombreux ouvrages sur les équations aux dérivées partielles. Enfin il a écrit un traité et de nombreux articles sur la psychologie de l'invention en mathématiques, l'énigme de la création dans le domaine de la pensée et aussi des vues intéressantes sur l'enseignement.

Un tel travail de traduction ne pouvait se faire sans la coopération étroite et constante des auteurs devenus des amis : Tatiana et Volodia ; il a aussi bénéficié des compétences et des connaissances de collègues notamment F. Murat et J.-P. Kahane, mais également des bibliothécaires, O. Larive et H. Nocton. Que celles et ceux dont le nom ne figure pas ne s'offusquent pas, une liste complète aurait doublé l'index ! Enfin que tout le personnel des « Éditions EDP Sciences » trouve ici un témoignage de profonde reconnaissance pour avoir obligé le traducteur à apprendre le \TeX et pour avoir transformé des centaines de fichiers en un ouvrage cohérent et à la présentation remarquable. Merci en particulier à Bénédicte Leclercq dont la compétence, la gentillesse et les encouragements ont été une aide constante et efficace. Si des erreurs subsistent, seul le traducteur en accepte la responsabilité.

Il reste à terminer sur l'espoir que les lecteurs auront autant de plaisir que les auteurs et le traducteur auront éprouvé de joies à mener à bien cette tâche de faire connaître le destin extraordinaire de Jacques Hadamard, mathématicien, humaniste mais aussi bon camarade.

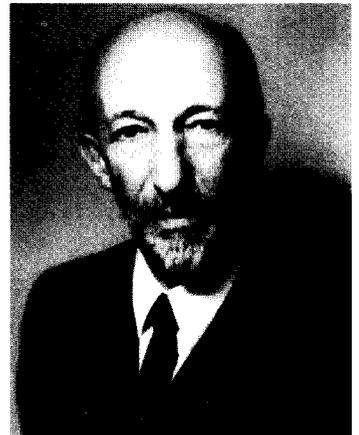
Prologue

Dans sa jeunesse, Jacques Hadamard aimait les livres sur les voyages, il jouait du violon, il avait une exceptionnelle aptitude pour les langues et une passion pour les plantes, mais il détestait résoudre des problèmes d'arithmétique. Adulte, il a consacré sa vie aux mathématiques où il a fait de grandes découvertes sans jamais perdre les intérêts de son enfance.

Hadamard a vécu longtemps ; son centième anniversaire a été célébré deux ans après sa mort. Il était né à l'époque des diligences et de la machine à vapeur, mais à la fin de sa vie un homme avait volé autour de la Terre. Son enfance s'était déroulée au temps où l'acier et les fusils à poudre étaient des armes de guerre et il a connu l'ère des armes atomiques. Jeune universitaire, il a été marqué par l'affaire Dreyfus, ce jeune capitaine de l'armée française injustement condamné à la prison pour trahison. Vers la fin de sa vie, il a vu un monde où des millions de gens ont été assassinés dans les camps de concentration.

Il a connu de grandes joies : il a fait un mariage heureux, il eut deux filles et trois garçons et, à trente ans, il était déjà célèbre. Il a éprouvé aussi des drames terribles : ses trois fils sont morts au cours des deux guerres mondiales, – deux lors de la première guerre mondiale, le dernier lors de la seconde, – et lui-même a dû s'exiler de France pendant la seconde guerre mondiale. En dépit de ces épreuves et tribulations, il a toujours gardé courage et il ne s'est jamais laissé abattre.

Doué d'une prodigieuse mémoire, il était assoiffé de connaissances et il les engloutissait. Il adorait la musique et il était un voyageur infatigable. Sa proverbiale distraction a fait de lui le héros de plus d'une anecdote. Spirituel, de bonne composition, il avait le don exceptionnel de s'attirer l'amitié et l'attention des personnalités les plus éminentes du monde de la science et de la culture de son temps. Il était aussi un



combattant infatigable des droits de l'homme, et il lutta sans relâche contre la discrimination et l'injustice.

Il a travaillé sans cesse toute sa vie, écrivant des articles et des livres sur la théorie des fonctions, le calcul des variations, la théorie des nombres, la mécanique analytique, l'algèbre, la géométrie, la théorie des probabilités, l'élasticité, l'hydrodynamique, les équations aux dérivées partielles, la topologie, la logique, l'éducation, la psychologie, et l'histoire des mathématiques. Tout étudiant qui débute sa formation universitaire en mathématiques connaît la formule du rayon de convergence d'une série de puissances. Parmi les résultats classiques de la théorie des fonctions d'une variable complexe, il faut citer les théorèmes sur les trois cercles d'Hadamard, sur les séries lacunaires et sur la multiplication des singularités. Une des plus grandes réussites d'Hadamard en théorie des nombres est la démonstration de la loi sur la distribution des nombres premiers. L'inégalité sur les déterminants est aussi très connue. La notion de « problème bien posé au sens d'Hadamard » est une des caractéristiques les plus importantes de la physique mathématique et ses contre-exemples figurent dans tous les cours sur le sujet. Les matrices d'Hadamard, sa formule variationnelle sur la fonction de Green et la construction des solutions des équations hyperboliques, la condition de Legendre-Hadamard sur la positivité du tenseur acoustique d'un corps solide et l'équation d'Hadamard pour les ondes liquides sont loin de constituer la liste exhaustive des questions mathématiques liées au nom d'Hadamard.

Les mathématiques du XX^e siècle sont un kaleidoscope de méthodes et d'idées et elles relèvent d'un ensemble de connaissances encyclopédiques pratiquement impossible à acquérir aujourd'hui. Même les meilleurs mathématiciens qui travaillent dans des domaines différents ne peuvent plus se comprendre. Néanmoins Hadamard fut capable de connaître et d'améliorer des résultats dans de nombreuses branches des mathématiques. C'est cette grande diversité de l'œuvre d'Hadamard qui est peu connue. En fait, les spécialistes de la théorie des nombres considèrent habituellement qu'Hadamard est l'un des mathématiciens classiques dans leur domaine, ignorant qu'il est aussi un des piliers de la physique mathématique. Leur ignorance a pour égale celle des spécialistes de la physique mathématique qui ne connaissent pas les contributions d'Hadamard à la théorie des nombres.

Durant la longue vie d'Hadamard, les mathématiques ont beaucoup changé, et son œuvre colossale y a joué un rôle fondamental. D'une part il a fortement contribué à la résolution de

problèmes concrets qui n'avaient pas été résolus au XIX^e siècle en utilisant l'analyse avec une grande virtuosité. D'autre part, il a été à l'origine de nouvelles directions qui sont aujourd'hui une partie vivante des mathématiques modernes.

Chapitre 1

Les premières années

1.1 La famille et l'enfance

Jacques Hadamard naquit le 8 décembre 1865, à Versailles, dans une famille juive. Les aïeux de ses parents venaient de Metz, et il est possible que les ancêtres de ce rameau de la famille appartiennent à la branche des Juifs venus en Lorraine avec les Romains.

Le nom Hadamard aurait pour origine le nom d'une ancienne ville allemande du land de Hessen, Hadamar (dont le nom signifierait marécage en vieil allemand), et il remonterait à 832. La ville a été l'un des sept camps d'extermination du troisième Reich, « Tötungsanlagen », camp dans lequel les malades mentaux étaient systématiquement assassinés au début du programme nazi d'euthanasie.

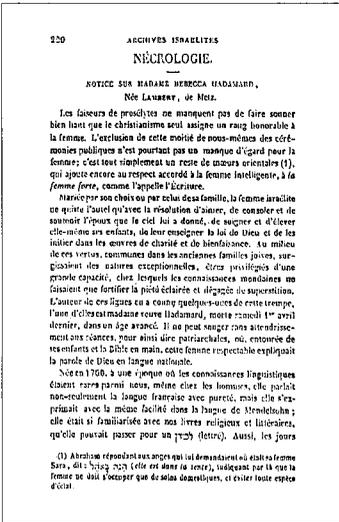
En Allemagne, Hadamar est un nom à la fois allemand et juif, les Juifs Hadamar y ont vécu jusqu'en 1650 [III.254]. On retrouve des traces de ce nom au X^e siècle ; il était porté par le cardinal allemand Hadamar (mort en 956). Le poète gothique Hadamar von Laber, au début du XIV^e siècle a aussi porté ce nom.

La première mention des Hadamard, à Metz, semble être un jugement de cour de 1715¹. Plusieurs Hadamards figurent sur les registres d'état civil de Metz durant le XVIII^e siècle, quand le Duché de Lorraine perdit sa souveraineté pour devenir une province française [IV.20]. Nathan Mayer Hadamard, le trisaïeul de Jacques Hadamard, était un marchand qui représentait les Juifs de Metz à Paris. Un de ses fils, David Mayer Hadamard (1752-1802), était aussi marchand, marié à Rébecca



Armoiries de la ville Hadamar.

¹ Le manuscrit « Factum pour le Sieur Paul Guerre Maître de Forge à Moyeuivre... contre Nathan Hodomard, Juif, résidant à Metz... » [IV.43]. Ce document concerne un acte de justice qui impliquait Nathan Hadamard et Isaac Spire Lévy, un ferrailleur juif, le Maître de Forge était le plaignant. La contestation portait sur une affaire de commerce d'acier en Lorraine, et elle avait pris de telles proportions que le Maître de Forge se plaignit amèrement de « ... cette qualité de banquier comporte une fonction publique dont les Juifs sont incapables... Mais de quoy se mêloit ce Juif d'y fourer les affaires de Monsieur le Duc de Lorraine... pourquoy y mêler deux autres Juifs. »



Première page de la nécrologie de Rebecca Hadamard.

Lambert (1760-1843), issue d'une vieille famille juive de Metz. C'était une femme si remarquable qu'une notice nécrologique lui est consacrée dans la revue « Les Archives Israélites de France de 1843 » [III.307].

Réputée *forte femme*, elle a été très active dans la vie sociale de la communauté juive de Metz, ce qui, à cette époque, était rare pour une femme. Un jour elle protesta auprès des autorités après la profanation de tombes juives, et elle réussit à les convaincre de poursuivre en justice les profanateurs. Comme on peut le lire dans sa notice nécrologique : « Chez madame Hadamard, ce dévouement était, du reste, héréditaire. À l'époque de la Terreur, alors qu'on faisait gloire de répudier toute pratique juive, les Israélites de Metz ne purent pas se décider à faire la Pâque juive sans pains azymes et Metz vit renouveler ces scènes de l'Espagne du Moyen Âge où le mystère le plus grand entourait les pratiques d'une religion qui n'a pas de mystère. On fit des pains azymes, mais on craignait les dénonciations si fréquentes alors, et ce fut la mère de madame Hadamard qui alla trouver le représentant du peuple.

« Que veux-tu, citoyenne », lui dit le proconsul de Metz ?

« Demander la permission de faire nos Pâques »

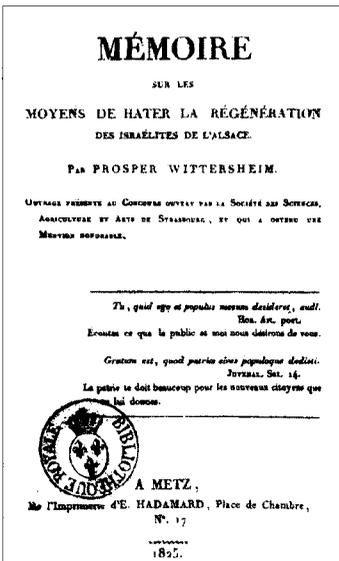
« Comment, tenir encore à ces niaiseries quand le soleil de la raison brille à l'horizon ! »

« Les pains sont prêts, c'est l'usage cher à nos cœurs, comme souvenir de la liberté. »

« Eh bien ! puisque le vin est tiré il faut le boire. »

Veuve à l'âge de trente-huit ans, Rebecca Hadamard avait en charge neuf enfants. « Son habileté et sa probité commerciales étaient passées en proverbe » [III.233]. Elle était experte en livres liturgiques, et elle avait une excellente connaissance de la langue et de la littérature françaises : elle pouvait réciter de longues tirades de Racine et de Corneille. Elle vécut ses dernières années à Paris avec ses enfants.

Son fils Ephraïm Hadamard (1787-1854), le grand-père de Jacques Hadamard, fut un imprimeur très connu de Metz². Vers la fin du XVIII^e siècle, l'édition de littérature hébraïque à Metz avait pratiquement cessée, les livres d'enseignement et de liturgie nécessaires à l'importante communauté juive étaient importés de l'étranger. Le jeune Ephraïm Hadamard conçut un plan pour relancer l'édition de livres en hébreu à



Première de couverture d'un livre imprimé dans l'atelier d'E. Hadamard.

² On peut trouver un bref résumé de sa vie et de son œuvre dans le livre « Essai philosophique sur les commencements de la typographie à Metz » (1828) [III.411, p. 222-231].

Metz ; il commença à réaliser ce plan en 1813. Il débuta sa carrière dans le commerce de l'édition à Metz, puis il travailla pendant plusieurs années dans des ateliers d'imprimerie en France, en Allemagne, aux Pays-Bas, dans le but d'améliorer sa formation et d'apprendre des langues. Revenu à Metz, il acheta un vieil atelier d'édition et, après une période difficile, il obtint le droit de créer sa propre entreprise. Il réussit à rassembler des caractères hébreux en différents endroits et, pendant de nombreuses années, l'atelier d'Ephraïm Hadamard connut une situation florissante, publiant de nombreux livres en hébreu, en français, et en allemand, car les élèves étaient très nombreux. En 1816, il épousa Fillette May (1791-1882) qui lui donna cinq enfants.

Un de leurs fils, David (1821-1849), oncle de Jacques Hadamard, devint un arabisant connu. Son nom est mentionné dans les « Archives Israélites de France de 1843 » [III.85, p. 170].

« M. David Hadamard, fils de l'imprimeur de ce nom, après avoir étudié avec succès la langue arabe à Paris, a été envoyé par le gouvernement à Alger en qualité de secrétaire-interprète de l'administration des finances. Après y avoir exercé ces fonctions pendant plusieurs années, à la grande satisfaction de ses supérieurs, il a été frappé d'une cruelle ophtalmie. Privé de la vue à l'âge de 23 ans, au moment où une brillante carrière s'ouvrait devant lui, il est revenu à Paris, et voulant à la fois pourvoir à son existence d'une manière honorable et transmettre ses rares connaissances à ses compatriotes, il a ouvert un Cours d'arabe qu'il professe depuis quelques jours. Sa bonne méthode mettra ses élèves bientôt en état de parler arabe.

Son Cours a lieu, rue Monmartre, au 148 où se distribue le prospectus. »

En 1847 David Hadamard devint professeur d'arabe à Oran, mais il mourut deux ans plus tard du choléra, laissant une femme et une fille de six semaines, Zélie (1849-1902).

Zélie Hadamard fut une actrice dramatique de grand talent. À seize ans, elle décrocha un premier prix de tragédie et un second prix de comédie dans un concours. L'année suivante, elle obtint un premier prix de comédie, et elle fut engagée au théâtre de l'Odéon. Elle partit en tournée à travers l'Europe et l'Amérique et, à son retour en France, elle joua dans les plus prestigieux théâtres français. « Mademoiselle Hadamard possède, à un degré remarquable, l'art de conduire sa voix. Elle est du très petit nombre des comédiennes qui savent dire



Zélie Hadamard sur scène.



Auguste Hadamard : Une illustration du livre « Chansons nationales ».

le vers, qui lui donnent, sans le chanter, sa sonorité et sa couleur. Elle excelle à exprimer les sentiments pudiques, nobles et tendres [III.61]. »

Un autre fils d'Ephraïm Hadamard, Auguste (1823-1886) est devenu peintre. Il fut obligé de travailler jeune, pendant ses études auprès du peintre de tableaux historiques, portraitiste et sculpteur, Paul Delaroche (1797-1856). Des tableaux de genre et des portraits d'Auguste Hadamard furent exposés au Salon. Il a aussi illustré des livres et des revues.

Les Hadamard étaient une famille avec des traditions culturelles et libérales, et le plus jeune fils d'Ephraïm, Amédée (1828-1888), le père de Jacques Hadamard, ne fit pas exception. Il avait seize ans quand son père, Ephraïm, mourut et après avoir obtenu la licence ès lettres en 1859, à l'âge de vingt et un ans, Amédée Hadamard fut obligé d'interrompre ses études pour devenir répétiteur privé, à Paris. C'est seulement dix ans plus tard, en 1869, qu'il fut reçu à l'agrégation, ce qui lui permit d'enseigner dans les lycées et les collèges. Il changea plusieurs fois d'établissements au début de sa carrière : il changeait tout les trois ans, – Nîmes (1859-1861), Douai (1861-1864), le Collège Rollin à Paris (1864-1865) – il enseigna les langues classiques, la grammaire française, l'histoire, la géographie et même l'arithmétique élémentaire.

Durant les années où il fut répétiteur à Paris il eut une liaison avec une femme, de cette liaison naquit un enfant. Pendant son séjour à Nîmes, craignant que cette femme vint le rejoindre, il lui écrivit qu'il était marié, et il fit figurer cette information dans sa notice individuelle, document officiel du Ministère de l'Instruction contenant toutes les données sur la carrière de chaque enseignant. Quand sa maîtresse parisienne trouva un autre amant, et après la mort de son enfant, alors qu'Amédée était en poste à Douai, il écrivit dans ses documents officiels qu'il était célibataire. Cette contradiction dans ses dossiers officiels fut découverte et attira l'attention du Ministre de l'Instruction Publique. Cette indiscretion a été mentionnée à plusieurs reprises par ses supérieurs pendant de nombreuses années [IV.27].

Le 6 juin 1864, il se maria avec Claire Marie-Jeanne Picard, qui était de quatorze ans sa cadette, et en 1865 il obtint un poste au Lycée Impérial de Versailles. « Hadamard, un bon grammairien, nous vient de Rollin », peut-on lire dans un article de l'époque sur le lycée [III.244, p. 100].

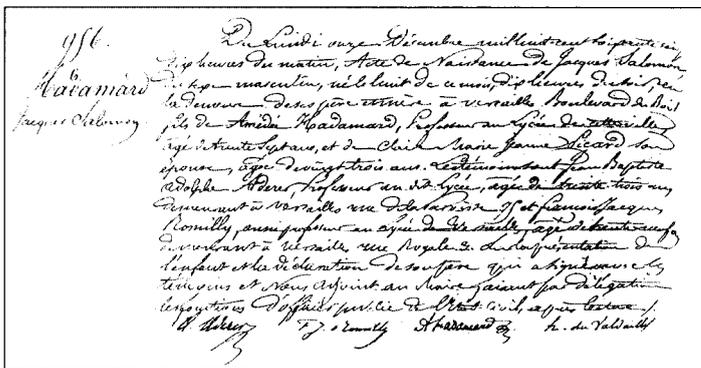
Le jeune couple loua un appartement de trois pièces et une cuisine qu'il partageait avec leur bonne, dans un immeuble



Le lycée Hoche, ancien lycée Impérial de Versailles, où Amédée Hadamard a enseigné de 1865 à 1969.

situé au 1, boulevard du Roi, à Versailles et c'est ici que Jacques, leur fils aîné, naquit à la fin de l'année 1865.

Trois ans plus tard, Amédée Hadamard est nommé au Lycée Charlemagne, et la famille s'installe à Paris. Le peu que nous connaissons sur la prime enfance de Jacques Hadamard est consigné dans les souvenirs de sa fille Jacqueline Hadamard : « ... ma tante me raconta que vers quatre ans, il faisait des colères terribles, si effroyables que ma grand-mère fut convoquée au Commissariat sur dénonciation de ses voisins, avec comme motif : « enfant maltraité ». Un médecin fort intelligent conseilla à ma grand-mère de lui apprendre à lire ; du coup, les colères furent terminées pour toujours » [IV.2, p. 5]).



Bulletin de naissance de Jacques Hadamard.

La maison de Versailles où est né Jacques Hadamard.



L'année 1870 fut particulièrement difficile pour Amédée et sa femme. Tout d'abord leur fille de cinq mois, Jeanne Hortense, mourut. Puis vint le siège de Paris par les Prussiens, causant maladie et famine chez de nombreux Parisiens. Comme Edmond Goncourt l'a noté dans son journal à la date du 8 décembre : « On ne parle que de ce qui se mange, peut se manger, se trouve à manger » [III.155, p. 130]. Quelques soixante-douze mille chevaux ont été massacrés pendant le siège de Paris, et ceux qui n'avaient pas les moyens d'acheter de la viande de cheval se contentaient de viande de chat et de chien, beaucoup moins chère. C'est à cette époque que Jacques fait remonter ses souvenirs d'avoir mangé de la trompe d'éléphant : les éléphants Castor et Pollux, la fierté du Jardin d'Acclimatation, avaient été tués et leur viande vendue à un prix très élevé.

Les souffrances du peuple de Paris n'ont pas disparu à la signature de l'armistice du 26 février 1871. En avril de cette même année, la Commune fut proclamée dans la ville, ce qui déclencha la guerre civile et, lorsque les troupes gouvernementales entrèrent dans Paris, les combats se poursuivirent sur les barricades érigées dans les rues. C'est au cours de l'une de ces batailles de rue que fut incendiée la maison dans laquelle habitaient les Hadamard. Un député de l'Assemblée Nationale écrivit, en leur nom, au Ministre de l'Instruction Publique [IV.27] :

Versailles, le 28 août 1871

Monsieur le Ministre,

J'ai l'honneur de vous entretenir de la position malheureuse de M. Hadamard, professeur au Lycée

Charlemagne, qui a perdu toute sa fortune, tout son mobilier dans un des incendies allumés par les Insurgés.

Marié et père de famille, M. Hadamard désire être nommé dans un lycée assez important pour lui permettre de trouver à donner des leçons.

Permettez-moi de vous rappeler cette situation digne d'un véritable intérêt.

Recevez, Monsieur le Ministre, l'expression de mes sentiments les plus dévoués.

Bamberger.

Cette intervention n'eut aucune suite. En juin 1874 une autre tragédie ébranla les parents de Jacques : leur fille de trois ans, Suzanne Jeanne, mourut. Un an plus tard naquit sa sœur Germaine. Jacques et Germaine se ressemblaient et, malgré leur différence d'âge, ils restèrent proches.

Jacqueline Hadamard écrit dans ses souvenirs, que son père ne parlait jamais de son enfance. Quelles en étaient les raisons ? Elle souligne que sa mère disait que la famille Hadamard était assez stricte. Si l'on en juge par les rapports des inspecteurs et des administrateurs du lycée que l'on a pu retrouver, Amédée Hadamard pouvait difficilement être considéré comme une personne agréable. « Caractère énergique et ferme, dévoué à son devoir jusqu'à l'obstination, malgré le mauvais état de sa santé, dur pour lui-même, il était de ceux qui savent tout d'abord s'imposer la discipline pour la faire accepter aux autres » comme l'écrivait Marguet, un de ses collègues, dans une notice nécrologique [III.280, p. 129].

Il semble que sa mère avait le même caractère. Elle donnait des leçons de piano et elle était un professeur si sévère que ses élèves en avaient peur. Jacqueline en parle de manière vivante :

« ... ma tante, sa fille, prétendait que les élèves pleuraient en montant l'escalier ! Enfant je m'étonnais qu'il ne pousse pas de champignons dans son piano, il était si souvent arrosé de larmes » [IV.2, p. I(5)].

Elle était cependant un bon professeur. Parmi ses élèves, on relève le nom de Paul Dukas, qui devint un compositeur connu, auteur du scherzo symphonique, sur la ballade de Goethe, *L'Apprenti Sorcier*, ballade qui porte le même titre.

La musique jouait un rôle important chez les Hadamard et Jacques apprit le violon très tôt. De sa mère il reçut une véritable éducation musicale, sa sœur devint un très bon professeur de musique qui enseigna le piano à Laurent Schwartz.

Jacques était aussi passionné de lecture... « je sais quelles étaient ses lectures favorites, écrit Jacqueline Hadamard, le



Magazine d'Éducation et de Récréation fort bien fait où paraissaient tous les Jules Verne, les P.J. Stahl etc., avec de très bonnes gravures qui, si elles n'étaient pas de Gustave Doré, étaient de cette qualité ; le mot « Éducation » y était pris très au sérieux. Très certainement l'incroyable mémoire de mon père avait tiré de là d'innombrables connaissances de sorte qu'on pouvait lui poser des questions sur n'importe quoi. Combien de fois ai-je entendu lui dire : 'Jacques, vous qui savez tout, qu'est-ce que c'est que... ?' Et presque toujours, il savait ! » [IV.2, p. I(6)].

1.2 Les années de lycée

À l'époque où Hadamard était écolier, il existait deux systèmes d'éducation secondaire : les écoles d'état (les lycées) et les écoles municipales (les collèges). Les premières avaient une meilleure réputation que les secondes, mais il était plus difficile d'y entrer. La scolarité débutait à six ans, au petit collège ou à l'école primaire, de la onzième classe à la septième. La suite, première partie de l'enseignement secondaire (premier cycle) allait de la sixième classe à la troisième, au moyen collège. Puis, à l'âge de quinze ans, on entrait dans le second cycle, au grand collège, pour une durée de trois ans ; les classes s'appelaient alors, respectivement, seconde, rhétorique et terminale. L'examen du baccalauréat, à la fin de la terminale, permettait d'entrer à l'université.

Pour la terminale, les élèves avaient le choix entre philosophie et mathématiques élémentaires (math. élém.) en fonction de leur souhait : devenir bachelier ès lettres ou bachelier ès sciences. Après le baccalauréat, on pouvait entrer à l'université ou entrer dans une classe préparatoire aux Grandes Écoles, écoles sélectives où se préparait l'élite intellectuelle de la France. Certains lycées avaient des classes préparatoires aux concours d'entrée aux Grandes Écoles.

Une caractéristique du système éducatif français était la vive compétition entre les lycéens. À la fin de chaque année scolaire, les élèves d'une même année étaient classés en fonction de leurs résultats scolaires, et un prix d'excellence était décerné au meilleur élève. De plus, il existait des concours nationaux entre les élèves des moyens et grands collèges, les Concours Généraux pour lesquels les épreuves étaient les mêmes dans tous les lycées et collèges de France.

Jacques Hadamard fit sa scolarité, jusqu'à la fin de la cinquième, au Lycée Charlemagne où enseignait son père. Sur le registre des élèves de l'année scolaire 1873-1874, on peut lire

que Jacques, alors âgé de huit ans, était en septième classe : il avait deux années d'avance sur ses camarades [III.268]. En 1875 Jacques Hadamard avait obtenu plusieurs prix aux Concours Généraux. Son père en était très fier. Voici ses résultats [III.268] :

<i>Thème Latin</i>	2 ^e prix
<i>Version Latine</i>	2 ^e prix
<i>Exercices Grecs</i>	1 ^{er} prix
<i>Grammaire Française</i>	2 ^e prix
<i>Récitation</i>	2 ^e prix
<i>Histoire et Géographie</i>	5 ^e accessit
<i>Calcul</i>	6 ^e accessit

À la fin de l'année scolaire, la remise des prix était une cérémonie très solennelle. Le Proviseur ouvrait la séance, puis un enseignant faisait un discours sur un thème choisi. Enfin les lauréats recevaient leurs récompenses : des livres aux couvertures luxueuses.

Au début, Jacques ne montra pas de dons exceptionnels en mathématiques, même il détestait la résolution de problèmes d'arithmétique : « ... en Arithmétique, jusque et y compris la classe de cinquième j'étais le dernier, ou à bien peu près le dernier » [II.26, p. 52]. Il faisait sans doute allusion à la sixième ou à la septième classe puisqu'en cinquième il obtint le second prix au lycée et au Concours Général. Un jour en passant devant l'École Normale avec son père, ils eurent la conversation suivante :



L'entrée de l'École Normale Supérieure.

« Y fait-on des mathématiques ? »

« Oui, à l'École Normale, Section des Sciences, on fait des Mathématiques. »

« Oh alors, ce n'est pas là-dedans que j'irai. »

Il est intéressant de relever que l'un des futurs enseignants d'Hadamard, Émile Picard, avait eu, dans son jeune âge, la même aversion pour les mathématiques. Au Lycée Henri IV (alors Lycée Napoléon), où Picard avait effectué sa scolarité, il était très brillant en traduction de poésies latines et grecques ainsi qu'en histoire, mais il détestait la géométrie qu'il « ... apprenait par cœur pour éviter les punitions ! » [I.353, p. 114]. Le premier à éveiller l'intérêt d'Hadamard pour les mathématiques a été Launay, son nouveau maître de la classe de cinquième. Dans ses souvenirs, Launay rappelait à Hadamard son premier contact d'enfant avec la beauté de la science [II.26, p. 52]. À cette époque, le père de Jacques avait déjà quitté l'enseignement au Lycée Charlemagne où il n'avait pu s'entendre ni avec ses élèves, ni avec ses collègues. Dans un rapport au Ministre de l'Instruction Publique sur le comportement d'Amédée Hadamard [IV.27], le Proviseur écrit :

Il avait dit au jeune Gari, élève de sa classe, originaire du Chili que « les Chiliens étaient tous menteurs et voleurs ».

Au jeune Villain, fils d'un député de l'Aisne « vous allez vous faire rappeler à l'ordre comme votre père l'a été hier à Versailles. »

Vous y trouverez les détails relatifs aux élèves Gari et Villain et un autre fait encore plus odieux qui remonte



La cour du lycée
Louis-le-Grand.

à Octobre 1872. M. Hadamard dit à un enfant qui lui était recommandé : « Vous ne pouvez pas être le fils de M. X. Je l'ai connu il y a 6 ans à Versailles, et il n'était pas marié. »

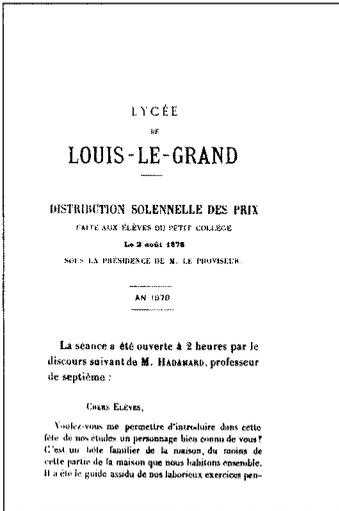
Le rapport s'achève sur une demande de mutation d'Amédée Hadamard dans un autre lycée de Paris et, en 1875, il est affecté au Lycée Louis-le-Grand. Le plus ancien lycée de France dont l'histoire remonte à 1563, lorsque les Jésuites achetèrent un grand bâtiment rue Saint-Jacques et y fondèrent un collège. Après leur expulsion de France, en 1762, le collège continua à se développer en absorbant d'autres petits collèges parisiens. Il changea plusieurs fois de nom, au gré des fluctuations de l'histoire de la France et finalement, en 1873, il devint le Lycée Louis-le-Grand. Parmi ses anciens élèves, on trouve des noms prestigieux : Baudelaire, Becquerel, Borel, Cyrano de Bergerac, Degas, Delacroix, Durkheim, Galois, Hadamard, Hermite, Hugo, Jaurès, La Fayette, Lebesgue, Molière, Painlevé, Raymond Poincaré, Poinso, le Duc de Richelieu, Robespierre, le Marquis de Sade et Voltaire.

Il semble que la mutation d'Amédée Hadamard ait été bénéfique, comme l'indique une lettre écrite par le Proviseur [IV.27] :

On a fait à M. Hadamard la réputation d'être un mauvais professeur ; c'est une exagération ; ce n'est pas un homme d'un esprit supérieur ; c'est un professeur très acceptable. Il est seulement d'humeur un peu triste et souvent malade. Il donne du devoir peut-être un peu trop fort pour les débuts de la sixième, mais ses élèves sont instruits, ils répondent bien et sortent de ses mains aussi bien préparés que ceux des autres classes. Il demande à être nommé en cinquième en remplacement de M. Béchet ; je le présente pour ce poste et je renouvelle ma proposition en sa faveur.

Après avoir travaillé pendant un an au Lycée Louis-le-Grand, Amédée Hadamard y fit rentrer son fils, âgé de dix ans, en classe de quatrième. Pendant sa première année scolaire, Jacques obtint huit prix au lycée dans presque toutes les matières, mais son seul résultat au Concours Général a été un 4^e accessit en allemand [III.269]. À l'issue de la classe de troisième, il reçut le prix d'excellence et six autres prix scolaires. Toutefois, au Concours Général, il ne décrocha que le 7^e accessit en mathématiques [III.270].

C'est alors que les parents de Jacques prirent la décision inattendue de lui faire redoubler la classe de troisième. Ceci



Première page du discours d'Amédée Hadamard à la cérémonie de remise des prix du lycée Louis-le-Grand, le 2 août 1878.

s'avéra une sage décision : au Concours Général, Jacques obtint le premier prix en version latine, le second prix en version grecque et en mathématiques [III.271]. Durant toute sa vie, il a considéré que ce second prix en mathématiques était un échec, comme en témoignent séparément une remarque de S. Mandelbrojt : « Il était vrai qu'Hadamard a toujours regretté de n'avoir pas obtenu le premier prix au Concours Général » [III.278, p. 30], et une citation rapportée par Kolmogorov : « J'ai terminé second, disait-il, mais celui qui a eu le premier prix et qui est aussi devenu mathématicien, est beaucoup moins bon que moi et il a toujours été moins bon que moi. » Il est clair qu'Hadamard n'avait jamais accepté son échec au Concours Général [III.109, p. 170].

Lors de la remise des prix, en 1878, c'est son père qui prépara et qui lut le discours traditionnel prononcé lors d'une telle cérémonie ; il avait choisi comme sujet l'évocation de la figure du célèbre philologue et pédagogue : Lhomond (1727-1794). Condamné à la guillotine pendant la Terreur, Lhomond fut sauvé par l'intervention de Talien, un de ses anciens étudiants et avant-gardiste de la Révolution. Le discours se terminait par ces mots adressés aux élèves [III.109, p. 208] :

Ces premières années d'études, dont nous vous ouvrons l'accès seront suivies d'études plus élevées. Le succès de ces dernières ne peut être assuré que par le travail du début. Que vos efforts répondent aux nôtres, et nous pourrions espérer que, dans une autre enceinte et sur un théâtre plus vaste, vos noms proclamés avec honneur s'inscriront dans les annales de nos concours, et soustiendront la vieille renommée du lycée Louis-le-Grand.

Jacques poursuivit sa moisson de succès aux Concours Généraux, obtenant le premier de mathématiques en classe de seconde et le second prix en géométrie et cosmographie en classe de rhétorique [III.272]. Ses maîtres ne tarissaient d'éloges et lui prévoyaient un brillant avenir comme historien, comme géographe ou comme linguiste en fonction de la discipline qu'ils enseignaient.

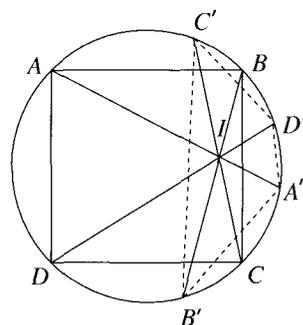
Après la rhétorique, Jacques entra dans la classe de philosophie et, en 1882, devint bachelier ès lettres. En 1882-1883, il fit une classe de math. élém. et obtint le baccalauréat ès sciences avec des résultats exceptionnels ; premier prix en algèbre et en mécanique au Concours Général, prix d'excellence et premiers prix en algèbre, en géométrie et mécanique, physique et chimie, au lycée. Une explication possible des deux baccalauréats est peut-être l'avantage qu'il pouvait en attendre au

concours d'entrée à l'École polytechnique (une bonification de vingt points ajoutée aux notes obtenues au concours d'entrée).

Ses solutions de deux problèmes aux Concours Généraux furent publiés dans le *Journal de Mathématiques élémentaires* [I.2, I.3]. La question suivante du Concours Général de la classe de philosophie, en 1881, donne une idée du niveau de difficulté :

On donne un carré inscrit $ABCD$ (fig. 1) et un point I du plan. On joint le point I aux quatre sommets. Les droites obtenues coupent le cercle en quatre nouveaux points A', B', C', D' .

1. Démontrer que dans le quadrilatère $A'B'C'D'$ on a $A'B' \cdot C'D' = A'D' \cdot B'C'$.
2. Étant donné le quadrilatère $A'B'C'D'$ satisfaisant à cette condition, placer le point I de manière à retrouver le carré $ABCD$.



La subtilité ici réside dans le fait que le point I n'est pas nécessairement intérieur au cercle comme dans la figure donnée ici. Hadamard, tout d'abord, en donne une solution simple et naïve : il explique l'insuffisance de l'étude d'un cas particulier, puis passe à une analyse du cas général sur six pages de la revue. Il semble que ce soit sa première publication mathématique.

En 1883, Hadamard avait achevé sa scolarité secondaire. Un étudiant qui voulait entrer dans une Grande École et intéressé par les sciences naturelles pouvait, pendant deux ans, préparer les concours dans les classes de mathématiques supérieures puis de mathématiques spéciales (math. spé.) appelées hypotaube et taube dans l'argot étudiant. Hadamard décida de rentrer directement en math. spé. et devint taupin. Il décrocha un premier accessit en mathématiques au Concours Général, et au lycée, le prix d'excellence, le prix d'honneur en mathématiques et les premiers prix en physique et en allemand [III.272]. De plus, en math. spé., il résolut deux problèmes difficiles de géométrie, lesquels firent l'objet d'articles : « Sur l'hypocycloïde à trois points de rebroussement » publiés dans le *Journal de Mathématiques Spéciales* [I.5, I.7]. Dans ce dernier, et d'autres revues analogues, on peut trouver plusieurs problèmes proposés aux étudiants par Hadamard.

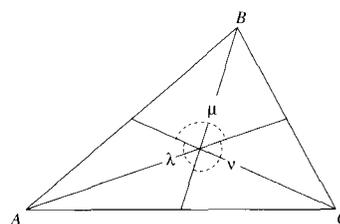
À titre d'exemple, voici le problème paru dans le « Journal de Mathématiques Élémentaires », Sér. 2, 1885, p. 22-23 :

Soient A, B, C les angles d'un triangle, alors les angles entre les médianes, λ, μ, ν sont donnés par les formules :

$$\begin{aligned} 3\cotan \lambda &= \cotan A - 2\cotan B - 2\cotan C \\ 3\cotan \mu &= \cotan B - 2\cotan C - 2\cotan A \\ 3\cotan \nu &= \cotan C - 2\cotan A - 2\cotan B. \end{aligned}$$

L'ÉCOLE SUPÉRIEURE DE MATHÉMATIQUES	
P A L M A R È S	
I. ÉCOLE SUPÉRIEURE DE MATHÉMATIQUES	
Classe de 1 ^{re}	
Quatrième : (1874, 1875)	
Cinquième : (1873, 1874)	1 ^{er} Accessit au Concours Général (Hadamard)
Sixième : (1872, 1873)	
Septième : (1871, 1872)	1 ^{er} Prix de Mathématiques 2 ^e Prix de Mécanique 3 ^e Prix de Physique 4 ^e Accessit à l'Épreuve de Philosophie au Concours Général
Huitième : (1870, 1871)	1 ^{er} Prix de Mathématiques au Concours Général
Neuvième : (1869, 1870)	1 ^{er} Prix de Mathématiques 2 ^e Accessit à l'Épreuve de Philosophie au Concours Général
Dixième : (1868, 1869)	1 ^{er} Prix de Mathématiques 2 ^e Prix de Philosophie au Concours Général
Onzième : (1867, 1868)	1 ^{er} Prix de Mathématiques 2 ^e Accessit à l'Épreuve de Philosophie au Concours Général

Palmarès d'Hadamard au lycée Louis-le-Grand et aux Concours Généraux.



Une médaille, gagnée par Hadamard lorsqu'il était lycéen, lui a été rendue, après la seconde guerre, par un général de l'armée française qui avait été l'un de ses élèves à l'École polytechnique. L'appartement des Hadamard avait été pillé par les Allemands en 1942, pendant l'exil de la famille, et la médaille avait disparue avec bien d'autres objets personnels. Le général l'avait retrouvée chez un antiquaire et rendue à son propriétaire, son maître à l'École polytechnique. Mais les documents de la famille n'ont jamais été retrouvés et, avec eux, ont disparu de précieuses informations sur Hadamard. C'est une perte aggravée par la disparition de ce qu'Hadamard gardait sur tout ce qui le concernait personnellement.

On dit quelquefois que « l'enfant est le père de l'homme » ; Hadamard ne fut pas une exception : ce qu'il est devenu est déjà inscrit dans ses années de lycée. Cela concerne non seulement son activité phénoménale en mathématiques et son immense culture humaniste, mais aussi ses tendances politiques. C'est au lycée qu'il écrivit un essai intitulé *La Patrie* et qui lui colla une étiquette de révolutionnaire [IV.24]. Sa passion pour la botanique lui vient aussi de sa jeunesse, de même que sa distraction qui avait fait sa renommée. À l'occasion de vacances dans les Alpes en 1882, Jacques alla au glacier des Bossons avec sa petite sœur Germaine, alors âgée de sept ans, ramasser des plantes pour son herbier. De retour à la maison, sa mère lui demanda ce qu'il avait fait de Germaine. Il avoua qu'il l'avait oubliée au glacier et il courut pour la retrouver [IV.2, p. I(7)].



Ancien bâtiment de l'École polytechnique sur la Montagne Sainte-Geneviève, à Paris.

1.3 Le taupin devient un gnouf

En 1884, à l'âge de dix-huit ans, Hadamard passe les concours d'entrée à l'École polytechnique et à la section des sciences de l'École Normale Supérieure. C'était une coutume : Gaston Darboux, Henri Poincaré et Émile Borel, ont tous fait la même chose en leur temps. Ceux qui acceptaient de rentrer dans ces Grandes Écoles devenaient fonctionnaires, à la différence des étudiants de l'Université, et ils percevaient un petit salaire. En revanche, ils étaient obligés de rester au service de l'État pendant dix ans.

L'École polytechnique avait été fondée en 1794 pour préparer les ingénieurs et les officiers de l'armée. Son symbole est la lettre X qui est l'image stylisée d'un faisceau de fusils. À l'époque d'Hadamard, et longtemps après, l'École était située sur la Montagne Sainte-Geneviève, au centre de Paris ;

Lycée Louis-le-Grand

Monsieur le Recteur

J'ai l'honneur de vous demander de
vouloir bien m'inscrire au nombre des Candidats
qui présentent pour au prochain Concours d'ad-
mission à l'École Normale
(section des Sciences)

et vous prie d'agréer l'hommage
de mes sentiments les plus respectueux

J. Hadamard, élève du Lycée Louis-le-Grand

Ce février 1884

Demande d'inscription
d'Hadamard au concours
d'entrée à l'École Normale.

elle est actuellement à Palaiseau, dans le sud de la banlieue parisienne, à une vingtaine de kilomètres de Paris.

Peu après sa création, l'École polytechnique devint un modèle d'établissement d'enseignement supérieur, avec son corps d'éminents professeurs, l'exigence des concours et les excellents livres d'enseignement. Longtemps elle est restée l'institution de formation la plus prestigieuse de France, et elle avait aussi la réputation d'être le meilleur centre de mathématiques du monde. Ampère, Cauchy, Fourier, Lagrange, Laplace, Legendre, Monge, Poisson et Poncelet y ont tous enseigné. Cependant, dans la seconde partie du XIX^e siècle, le niveau mathématique avait un peu baissé alors que s'élevait le prestige de l'École Normale Supérieure.

L'École Normale Supérieure avait été créée un mois après l'École polytechnique ; elle fut d'abord appelée simplement École Normale ; son but était essentiellement la formation d'enseignants. Les cours y commencèrent le 19 janvier 1822, dans les locaux du Muséum d'Histoire Naturelle. Malgré la présence d'illustres professeurs, comme Lagrange, Laplace et

Monge, la qualité de l'enseignement était critiquée, et six mois plus tard, elle fut fermée. Napoléon la réouvrit dans les locaux du Collège du Plessis. Refermée en 1822, elle fut réouverte en 1826, en un autre lieu, avec le nouveau nom d'École Préparatoire. Finalement, en 1847, elle fut implantée, là où elle se trouve toujours, rue d'Ulm, avec le nom d'École Normale Supérieure. Le nom de la rue est maintenant étroitement lié à l'École qui est identifiée comme « l'ENS Ulm ».

Il était, et il est encore, extrêmement difficile de rentrer dans ces Grandes Écoles. En 1880 par exemple, pour un millier de candidats il y avait quarante-cinq places à l'École Normale Supérieure : à peu près vingt places en section des sciences et le reste dans la section des humanités. Les concours étaient ouverts aux candidats des collèges et des lycées ; ces concours se déroulaient en même temps sur toute la France et duraient deux jours ; ils comportaient, le premier jour, des épreuves écrites d'une durée de six heures, en mathématiques, en physique et en philosophie et, le second jour, les candidats avaient une épreuve de latin en quatre heures. Sur la base des résultats de cette partie écrite, les meilleurs candidats étaient admis aux épreuves orales définitives qui se déroulaient à l'École Normale Supérieure. L'oral consistait de questions sur le programme de math. spé., il durait au moins une heure. Les candidats avaient aussi une épreuve de géométrie descriptive. Une liste de candidats classés par ordre de mérite était publiée après les épreuves orales.

En 1884, Hadamard fut classé premier aux deux Écoles, comme Darboux en 1859 et Picard en 1874 l'avaient été avant lui, et comme le sera Émile Borel après lui. Au concours de l'École polytechnique, il battit tous les records précédents en obtenant la note totale de 1834 sur 2000. On imagine le prestige dont a longtemps joui le nom d'Hadamard parmi les « taupins ». « Quand j'en étais en 1902, pour mes camarades et pour moi, Hadamard était un être fabuleux », écrit Denjoy [II.8, p. 33]³.

Par la suite on raconta beaucoup d'histoires sur Hadamard, mais elles sont quelquefois falsifiées. En voici une, amusante sur son examen d'entrée, racontée par Jacqueline Hadamard : « Quant à l'École Normale, l'émulation était vive entre Émile

³ A. Denjoy (1884-1973) fut nommé membre de l'Académie des sciences en 1942 ; professeur à la Sorbonne (1922-1955). Ses principaux travaux portent sur la théorie des fonctions d'une variable réelle (il existe une intégrale de Denjoy), sur les équations différentielles et sur la théorie de la mesure. Il a aussi apporté des contributions en théorie des fonctions complexes et en topologie.

ÉCOLE
POLYTECHNIQUE.

CONCOURS D'ADMISSION EN 1884. *Ville d'examen*

Paris

N^o du Bulletin
d'admission:
203

M. Hadamard Jacques, Salomon.

Désignation des Épreuves	Nombres de mérités sur un certain nombre de examens deans.	Coeff. cient d'imp. dans le calcul des examens deans.	Produit		Produit		Somme des Produits P et p.	Observations	
			de M par m.	de N par n.	de N par n.	de P par p.			
	M.	m.	P	N	n.	p.	S.		
Examens deans.	Mathématiques (T.) (L.) Physique et Chimie (L.)	20 20 16	29 29 15	580					Répéter dans cette colonne en regard de l'épreuve à la quelle le chiffre correspond toute marque d'insuccès ou de tout nombre de composition écrite qui se runt au-dessus de 5.
				580					
				1440				1440	
Compositions écrites	Composition mathématique			10	2	20			
	Composition de Géométrie descriptive			17	2	34			
	Résolution de triangles. Calcul logarithmique			12	1	12			
	Composition Française			13	7	91			
	Dessin			14	5	70			
	Scaris			12	1	12			
Allemand (composition d'examen)			18	5	90				
						419	419		
							15		
							1834		

Résultats obtenus par
Hadamard au concours
d'entrée à l'École polytechnique

Borel (qui fut plus tard son collègue) et lui pour savoir qui serait le premier. La sœur d'Émile Borel (Germaine Duclaux) a raconté à ma cousine que son frère était rentré ravi de l'examen : « Hadamard a une forte migraine ; j'ai une chance d'être premier ! » Il faut croire que la migraine ne fut pas suffisante : Hadamard est premier comme à l'École polytechnique » [IV.2, p. 7]. Malheureusement cette histoire ne recoupe pas la réalité puisque Hadamard a quitté l'École Normale en 1888 et Borel y est entré en 1889. Il existe bien d'autres histoires, mais elles sont difficiles à confirmer ou à réfuter.

Nous ne savons pas ce qui a déterminé le choix de Jacques Hadamard entre les deux Écoles, mais voici ce qu'il a écrit au sujet d'Émile Picard qui s'était trouvé dans la même situation dix ans plus tôt (Ceci est tiré de la notice nécrologique de Picard, publiée deux ans après sa mort) : « Comme tout jeune



« Votre entrée à l'École était précédée de votre réputation d'élève exceptionnellement doué, une célébrité », rappelle son camarade de promotion Ernest Vessiot. « En vous, notre classe trouvait un excellent camarade qui n'a jamais perdu son amabilité ni sa simplicité. » [II.26]. E.P.J. Vessiot (1865-1952) a été directeur des études (1920-1927) puis directeur (1927-1935) de l'ÉNS, membre de l'Académie des sciences en 1943. Il a travaillé sur différents problèmes de théorie des groupes, d'équations différentielles, de mécanique et de relativité générale.

Français de notre époque possédant des connaissances scientifiques, il eut à choisir entre l'École polytechnique, préparant en principe à des carrières d'ingénieurs, et l'École Normale consacrée à la science pure. Il se décida en faveur de cette dernière, où il fut reçu premier. On dit que cette décision fut prise après une émouvante visite à Pasteur, dans laquelle le père de la bactériologie parla de la science pure et désintéressée en termes si nobles que son jeune interlocuteur fut définitivement convaincu » [I.353, p. 114]. Ici on peut souligner qu'il était difficile pour Pasteur d'être objectif, puisqu'il avait été élève de l'École Normale, diplômé en 1843, puis y est devenu professeur et enfin en avait été le directeur des études scientifiques pendant dix ans, de 1857 à 1867.

Hadamard opta pour l'École Normale, exactement comme l'avait fait Picard, et il rentra à la rue d'Ulm. Il devint normalien, officiellement, mais pas comme la tradition étudiante l'aurait voulu. Dans l'argot de l'École Normale, il était simplement un *gnouf*, un mot qui vient de *pignouf* dont la signification est paysan, rustre. Avant de devenir *conscrits*, les *gnoufs* subissaient le *canular*, une série de rites initiatiques organisée par les *carrés* et les *cubes* (élèves de deuxième et de troisième années). Par leur nature même, les *gnoufs* étaient des créatures, dont les vies étaient brèves, passagères :

« Indéfinis, formes spectrales,
Semblables aux songes des nuits,
Les gnoufs, traînant leurs vains ennuis,
Passent en processions pâles. »

(extrait de la *Ballade des gnoufs* par Gaston Ragot [III.327, p. 112]).

Le canular changeait d'une année à l'autre, avec parfois des séances de moqueries publiques pour les nouvelles recrues : les *gnoufs* devaient monter un par un sur un calorifère, soumis aux huées, aux sifflets et à des plaisanteries sur leur nom, leur présentation, leurs habits, leurs particularités (réelles ou supposées). La séance se terminait par une danse sauvage, la *sarabande des conscrits*. Romain Rolland, qui fut un *gnouf* deux ans après Hadamard, raconte dans son journal, ce qu'étaient les rites d'initiation :

Une fois couchés, on nous retourne nos matelas, le nez contre le sommier. Le lendemain, monôme organisé par les carrés. Nos cornacs nous mènent, d'un bout de l'École à l'autre, visiter les endroits malpropres, nous agenouiller devant le squelette de l'éléphant fossile (le

Méga), lui baiser respectueusement le bout de sa queue, serpenter dans les cours, autour du jet d'eau, sur la margelle, passer chacun, à quatre pattes, sous les jambes des vingt-trois autres. Les cubes nous faisaient couper leurs livres ou recopier leurs cours. Les carrés nous donnent une série de sujets de devoirs ignobles, et nous font passer un examen « de moralité » qui est bien la chose la plus dégoûtante qu'on puisse imaginer. J'ai la chance d'être oublié dans l'appel des *gnoufs* qui passent deux par deux devant l'aréopage... les récits que mes camarades me font de l'interrogatoire me font apprécier ma veine [III.327, p. 113].

Le *Méga* mentionné ici est le mégathérium, légué à l'École par le célèbre paléontologiste Georges Cuvier (1769-1832), et qui était dans la bibliothèque. Le canular se terminait par la cérémonie d'admission au rang de conscrits appelée le *Méga*. Il se terminait par l'incantation : « Il n'ont jamais été des *gnoufs*, il n'y a jamais eu de canular ; il y a seulement des cubes, des carrés et des conscrits. »



Une visite au *Méga* en 1895

1.4 Les élèves

Il est difficile d'imaginer une autre institution en France produisant un tel ferment dans la vie culturelle. Les jeunes gens qui passent par l'École deviennent philosophes, prêtres, politiciens, historiens, écrivains, philologues, chimistes, physiciens, et mathématiciens. Comme l'écrit Romain Rolland : « ... La maison de la rue d'ULm avait la fierté jalouse de se suffire à soi-même. Elle paraissait un noble cloître intellectuel... Nous étions là quelque cent trente ou cent quarante jeunes intellectuels – lettres et sciences – qui jouissions de privilèges exceptionnels... Trois ans de jeux austères et enivrants de l'esprit, qui échappaient à la tutelle et se lançaient à la découverte... » [III.327, p. 145]

En réalité, l'École polytechnique et l'École Normale Supérieure étaient les berceaux de l'élite intellectuelle et scientifique française ; un lieu où les jeunes gens les plus doués et les plus brillants du pays passaient trois années de formation studieuse, débattant, se socialisant dans une communauté soudée d'érudits. L'un d'entre eux mérite une mention particulière, un cube lors de l'entrée d'Hadamard à l'École, le physicien Paul Duhem. De nombreuses années plus tard, Hadamard rappelait comment Duhem « avait tout de suite adopté le jeune conscrit tout fraîchement débarqué à l'École » [II.26, p. 53]. D'après Vessiot, Duhem était un ami d'Hadamard « plus que tout autre », malgré la différence d'âges : Duhem avait cinq ans de plus qu'Hadamard. Cette amitié a joué un rôle crucial dans le choix des intérêts scientifiques d'Hadamard. Dans « L'œuvre de Duhem sous son aspect mathématique » [I.257, p. 638], Hadamard reconnaît respectueusement sa dette :

Dans ces longues et précieuses conversations où, dès mon entrée à l'École, se dessina notre amitié, comme je le sentais vibrer au génie d'Hermite, ou à celui de Poincaré, dont il suivait les travaux que la plupart d'entre nous, j'entends les plus spécialisés en mathématiques, ne pouvaient le faire ! Mais, d'une manière générale, toutes les grandes idées mathématiques, toutes celles qui étaient véritablement fécondes lui étaient familières. Dès cette époque, je lui dus des ouvertures d'esprit, des aperçus, – combien larges, combien dédaigneux du détail au profit de ce qui était véritablement essentiel ! – qui remplacèrent pour moi, sans efforts et comme inconsciemment, de longs mois d'études.

Un an avant Hadamard, un autre étudiant très brillant, Paul Painlevé, avait intégré l'École. C'était aussi un ancien élève de

Louis-le-Grand qui devint un ami d'Hadamard sa vie durant. Painlevé a fait une carrière remarquable, à la fois comme mathématicien et, comme homme politique il fut plusieurs fois ministre, et même premier ministre en 1917 et de nouveau en 1925. On peut avoir une impression de ce qu'il était jeune homme en lisant les réponses qu'il donnait à un questionnaire lorsqu'il était encore élève de la classe de philosophie :

La qualité que je désire chez un homme ? *Les miennes*.
 Mon principal défaut : *Plaît-il ?* Mon occupation préférée ? *La discussion*. Mon rêve de bonheur ? *Être illustre*. Ce que je veux être ? *Tout*. Le pays où je désire vivre ? *Celui où j'aurai du génie*. Mes auteurs favoris ? *Tacite, Pascal, Taine*. Mes poètes préférés ? *Shakespeare, Heine, Musset*. Mes compositeurs préférés ? *Berlioz et puis Berlioz*. Mes héros dans la fiction ? *Achille, Faust, Hamlet*. Mes noms favoris ? *Les noms célèbres*. Les dons que je voudrais avoir ? *Ceux qui font arriver*. Comment j'aimerais mourrir ? *Pour la vérité*. État présent de mon esprit ? *L'ambition*. Ma devise ? *Parcere subjectis, debellare superbos* [III.80, p. 205-206]⁴.

Parmi les acteurs du canular de 1884 figuraient les carrés Joseph Bédier, Paul Janet et Eugène Cosserat. Bédier (1864-1938) devint un éminent philologue spécialement connu pour une belle adaptation de l'histoire médiévale *Tristan et Iseult* (1900) et aussi comme auteur des *Légendes Épiques* (1908-1913). Janet fut un physicien célèbre et, en 1894, le premier directeur de l'École Supérieure d'Électricité. Cosserat (1866-1931) a apporté des contributions fondamentales en géométrie projective et en mécanique des milieux continus. Vessiot, Painlevé, Bédier, Janet, Cosserat, Hadamard et dix autres élèves entrés à l'École entre 1883 et 1885 ont été membres du prestigieux Institut de France qui regroupe cinq Académies : Académie Française, Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, Académie des Beaux-Arts, Académie des Sciences, et Académie des Sciences Morales et Politiques. Quelques années après, les futurs mathématiciens É. Cartan (1888), Borel (1889), Baire (1892), Lebesgue et Montel (1894) firent leur entrée à l'École.



Parmi les premiers travaux mathématiques de Paul Painlevé (1863-1933), on trouve des études sur les transformations rationnelles des courbes et des surfaces algébriques. Il a apporté des contributions à la mécanique rationnelle et à la théorie analytique des équations différentielles ; en particulier ses travaux sur les points singuliers des solutions des équations différentielles sont très célèbres. En plus de ses activités mathématiques et politiques, l'aviation était le domaine favori de ses intérêts théoriques et pratiques. En 1908, il a partagé le record de durée de vol en biplan (comme passager de W. Wright⁵ et de H. Farman⁶). P. Painlevé est coauteur, avec E. Borel, de *L'aviation*, ouvrage paru en 1910 à Paris.

⁴ Épargner le vaincu, abattre l'orgueilleux (Virgile, *l'Énéide*, VI, 853).

⁵ Wilbur Wright (1867-1912) était Américain, constructeur d'avions. Avec son frère Orville (1871-1948) il a réussi les premiers vols en avion en décembre 1903.

⁶ Henri Farman (1874-1958) était ingénieur et industriel français il a été un des pionniers de l'aviation.



Jules Tannery (1848-1910).

1.5 Les Maîtres

À l'époque où Hadamard est entré à l'École Normale, les mathématiciens français les plus influents de l'ancienne génération étaient Bertrand, Bonnet, Hermite, Jordan, et Maurice Lévy. Ils étaient membres de l'Académie des Sciences et ils enseignaient au Collège de France, à la Faculté des Sciences de Paris et dans les Grandes Écoles. Ils étaient suivis de près par les étoiles montantes de la jeune génération : Darboux, Poincaré, Appell, Picard, et Goursat⁷.

Jules Tannery (1842-1910) a joué un rôle particulier dans la formation de la nouvelle génération de mathématiciens français ; il était Directeur des études scientifiques à l'École Normale sur la période 1884-1910. C'était un homme d'un charme rare et d'une exceptionnelle érudition. De plus, il était excellent enseignant. Les leçons de Tannery pour l'objet de son livre *Introduction à la théorie des fonctions d'une variable* (1886). Plus tard, ce livre a été enrichi, mis à jour et amélioré en utilisant des idées de la théorie des ensembles, et publié en deux volumes (1904-1910). Tannery s'intéressait à la philosophie des sciences et à la méthodologie de l'enseignement des mathématiques. Il publia les manuscrits de Galois et la correspondance entre Liouville et Dirichlet. Dans le dictionnaire des biographies scientifiques, P. Speziali écrit : « Tannery a des talents remarquables d'écrivain. La pureté et l'élégance du style de ses poèmes qu'il compose pendant ses heures de loisirs témoignent d'une sensibilité classique. Son immense culture, sa noblesse de caractère et son sens inné d'une moralité fondée sur des bases rationnelles sont reflétés dans chacune de ses *Pensées*, une collection de réflexions sur l'amitié, les arts et la beauté. Tout cela associé à un sens de l'humour d'une grande finesse » [III.390, p. 250].

Le jour de la célébration de son soixantième anniversaire par la communauté scientifique française, Hadamard, dans sa réponse aux discours, parle de Tannery en termes poignants :

Les jeunes gens d'aujourd'hui ne peuvent se douter de ce que fut pour notre génération la lumineuse figure de Tannery. Ils ne peuvent pas s'en douter parce qu'il ne reste pas de lui une production scientifique personnelle. Mais pour nous, ce fut le guide scientifique, intellectuel, moral. Quant à moi, je n'oublierai jamais l'entrevue où, dès les premières paroles échangées, j'eus la révélation de la sereine et à la fois humaine supériorité de l'homme

⁷ Pour la distribution des rôles sur la scène des mathématiques parisiennes de cette époque, voir l'article de M. Zerner [III.446].

que je devais admirer et aimer toute ma vie. Tout ce que nous avons pu faire les uns et les autres est un peu son œuvre, car il a laissé quelque chose de sa personne et de son âme dans la personne et dans l'âme de chacun d'entre-nous.

Tu le sais bien, Vessiot, qui as gardé comme moi son culte et qui lui donnais la première place tout à l'heure en rappelant nos beaux souvenirs d'École [II.26, p. 52].

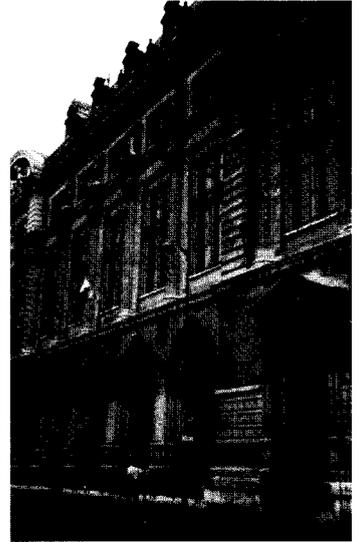
À cette époque, Hadamard a aussi exprimé sa profonde estime pour ses autres enseignants. Il souligne qu'« une partie importante de la vie des élèves de École Normale se passait à la Sorbonne ». Il rappelait les conférences d'Hermite auxquelles il assistait :

Je ne crois pas que ceux qui ne l'ont pas entendu puissent se rendre compte de ce qu'avait de magnifique l'enseignement d'Hermite, débordant d'enthousiasme pour la Science, qui semblait prendre vie à sa voix et dont il ne se lassait pas de nous faire sentir la beauté, tant il la ressentait lui-même jusqu'au plus profond de son être [II.26, P.53].

Après la mort de Cauchy, Hermite fut considéré, en France, comme le mathématicien le plus important de son temps, même si, à l'âge de vingt ans, il n'était rentré à l'École polytechnique qu'au soixante-huitième rang. Il a travaillé à l'École polytechnique de 1848 à 1876, tout d'abord comme répétiteur et examinateur au concours d'entrée, puis en 1862 il fut nommé maître de conférences et enfin, à partir de 1869, il occupa un poste de professeur d'analyse. En cette même année 1869, il fut nommé dans une chaire à la Sorbonne, chaire qu'il occupa jusqu'à sa retraite en 1897. En 1856, il fut élu à l'Académie des sciences. Les principaux travaux d'Hermite portent sur la théorie et les applications des fonctions elliptiques, l'algèbre, l'analyse et la théorie des nombres. Il était devenu une figure légendaire pour avoir résolu l'équation du cinquième degré au moyen des fonctions elliptiques (1858) et pour avoir démontré que e est un nombre transcendant⁸ (1873). Parmi ses nombreux élèves brillants, on trouve les noms de Darboux, Picard, Appell et Poincaré. Le prestige d'Hermite était énorme et entretenu par ses élèves, ses amis et même sa famille⁹.

⁸ Un nombre réel est dit transcendant s'il n'est pas racine d'un polynôme à coefficients entiers.

⁹ Hermite était marié à Louise, la sœur de Joseph Bertrand ; sa fille, la plus jeune, a été la femme d'Émile Picard. Le camarade de promotion et ami de Picard, Paul Appell, est devenu parent par alliance avec Hermite.



La Sorbonne.



Charles Hermite (1822-1901).

Sous l'influence de Cauchy, Hermite devint catholique intégriste après avoir été atteint par la petite vérole en 1856. Sa philosophie mathématique était une espèce d'idéalisme platonicien. Il croyait que les mathématiciens n'inventaient pas les mathématiques mais qu'ils découvraient l'harmonie du monde mathématique, lequel existait indépendamment de l'esprit humain.

En 1924, Hadamard évoque ses rencontres avec Hermite :

Quand j'étais jeune étudiant, une heureuse circonstance me permettait de rencontrer le maître régulièrement pendant quelques minutes. À cette époque, il nous faisait une forte impression, non seulement par ses méthodes et celles de Weierstrass, mais aussi par son enthousiasme et son amour pour la science : dans nos brèves et fructueuses conversations, Hermite aimait m'adresser ce genre de remarques : « Celui qui s'écarte des chemins de la Providence s'égare. » C'était une parole d'un homme profondément religieux, mais un athée comme moi la comprenait très bien, spécialement lorsqu'il ajoutait parfois : « En mathématiques notre rôle est plus celui d'un serviteur que celui d'un maître. » Il va sans dire que peu à peu, avec les années et l'évolution de mon activité scientifique, je comprenais de mieux en mieux la profondeur et la portée de ses paroles [I.234, p. 66].

En 1880, Darboux fut nommé à la chaire de Géométrie de la Sorbonne, chaire qu'il a occupée jusqu'à sa mort. Ses principaux travaux portent sur la géométrie différentielle, mais il a apporté aussi des contributions à la théorie des équations différentielles et des équations aux dérivées partielles, à la mécanique analytique et à la théorie des fonctions. Son traité fondamental, en quatre volumes, *Leçons sur la théorie générale des surfaces et les applications géométriques du calcul infinitésimal* (1888, 1894, 1896) est célèbre, ainsi que ses *Leçons sur les systèmes orthogonaux et les coordonnées curvilignes* (1898, 1910), et *Les principes de géométrie analytique* (1917). Darboux a insisté sur la très grande importance de l'histoire des sciences, et il a écrit de nombreuses biographies de savants français. « Ce fut aussi une fortune singulièrement heureuse que les *Leçons* où Darboux, de sa voix, dont la douceur musicale, nous initiait à la Géométrie infinitésimale dont il a été un des fondateurs », rappelait Hadamard lors de son jubilé en 1936 [II.26, p. 63].

Après avoir reconnu ses dettes envers Hermite et Darboux, Hadamard ajoutait : « J'ai nommé deux des grands Maîtres auxquels je dois ma formation scientifique. Un autre est devant moi. » C'est Émile Picard qui, de 1881 à 1886, fut maître de



Gaston Darboux (1842-1917).

conférences de mécanique et d'astronomie à l'École Normale. En 1885 Picard devint suppléant à la chaire de calcul différentiel à la Sorbonne. Il fut nommé à la chaire devenue vacante après la mort de Bouquet¹⁰, mais il ne put pas être nommé professeur immédiatement car il n'avait pas trente ans (l'âge limite minimum pour être titulaire d'une chaire de professeur).

Les travaux de Picard portent essentiellement sur la théorie des fonctions, les équations différentielles et la géométrie algébrique. Tout étudiant de mathématiques connaît ses deux théorèmes de la théorie des fonctions de variable complexe et son théorème d'existence et d'unicité de la solution du problème de Cauchy pour les équations différentielles ordinaires non-linéaires. Pour construire les solutions de ces équations (et pour d'autres problèmes), il a appliqué la méthode des approximations successives ; cette méthode est le premier procédé d'itération utilisé aujourd'hui en analyse numérique.

Félicitant Hadamard lors de son jubilé, Picard souligna qu'Hadamard ne se souvenait probablement pas de ses leçons « sur de petits problèmes de mécanique rationnelle ». Hadamard répondit :

En m'adressant à M. Picard, je suis obligé de protester. Non, je n'ai jamais oublié les conférences que vous professiez en seconde année d'École, et je puis même, à cet égard, compléter vos souvenirs. Il est parfaitement vrai que vous aviez assumé la tâche – je devrais dire la corvée – de nous entraîner à cet exercice artificiel et lamentablement monotone qu'est le problème de Mécanique pour la licence. Vous aviez pu le rendre intéressant ; je me suis toujours demandé depuis comment vous vous y étiez pris, car je n'y suis jamais arrivé quand ce fut mon tour. Mais aussi vous vous êtes évadé, vous nous avez initiés, non seulement à l'Hydrodynamique et aux tourbillons, mais à plusieurs autres théories de Physique mathématique et même de Géométrie infinitésimale : tout cela dans cet enseignement, le plus magistral à mon avis, que j'aie entendu, où il n'y a pas un mot de trop ni un de manque, où, tous les détails accessoires étant à la fois rigoureusement traités et relégués à leur



Émile Picard (1856-1941).

¹⁰ Au début de 1884, la promotion d'Hadamard a assisté aux derniers cours de Bouquet, qui était professeur à plein temps à la Sorbonne depuis 1870. Comme ancien élève de l'École Normale et meilleur élève de Cauchy, Bouquet était un spécialiste reconnu en analyse mathématique et en mécanique. D'après Vessiot, Bouquet était « un rigoureux apôtre de la précision, mais dont les cours nous ouvraient peu d'horizons nouveaux. M. Émile Picard, jeune et déjà illustre maître, lui a succédé » [II.26, p. 25].



Paul Appell

Paul Appell (1855-1930).

place, l'essentiel de la difficulté et du moyen employé pour en triompher apparaît en lumière.

Tous les mathématiciens savent d'autre part quel merveilleux stimulant pour la recherche était et est toujours, car le sujet n'a rien perdu de son actualité, votre mystérieux et troublant théorème sur les fonctions entières. Je puis dire que je lui dois en grande partie l'inspiration de mes premières années de travail [II.26, p. 53-54].

Beaucoup plus tard, dans la nécrologie de Picard, il écrit : « Un trait marquant de la personnalité de Picard était la perfection de son enseignement, un des plus merveilleux, sinon le plus merveilleux que j'aie connu » [I.353, p. 128].

Lors de son jubilé, Hadamard a aussi mentionné les leçons de Paul Appell « d'une clarté restée proverbiale » et celles d'Édouard Goursat « si parfaites aussi dans leur simplicité » [II.26, p. 54].

Appell avait été nommé à la chaire de mécanique à la Sorbonne en 1885. Il avait déjà à son actif de remarquables découvertes, en particulier sur les fonctions elliptiques et hypergéométriques de deux variables et plus. Il a introduit les polynômes qui portent son nom et établi les équations différentielles ordinaires les plus générales pour les mouvements de systèmes mécaniques. Entre 1893 et 1896, il publia les cinq volumes de son *Traité de mécanique rationnelle*.

Un autre analyste exceptionnel, Goursat, avait été nommé maître de conférences à l'École en 1885. Dans ses résultats figurait une démonstration du théorème intégral de Cauchy, sans l'hypothèse *a priori* de la continuité de la dérivée première : l'intégrale d'une fonction le long d'un contour fermé est nulle si la fonction est analytique à l'intérieur et sur le contour. Pour les équations hyperboliques du second ordre il avait énoncé et résolu le problème aux limites à données sur les courbes caractéristiques, ce problème porte d'ailleurs son nom. Goursat était un enseignant remarquable et son *Cours d'analyse* est encore un traité classique.

C'est en 1881, qu'Henri Poincaré a commencé à enseigner à la Sorbonne. Avant l'âge de trente ans, c'est-à-dire avant qu'Hadamard soit normalien, Poincaré avait déjà développé une théorie asymptotique pour les équations différentielles ordinaires, découvert les fonctions automorphes, qui généralisent les fonctions elliptiques, et apporté des contributions à la théorie des nombres, à l'algèbre et à l'astronomie mathématique.

Sur les premiers travaux mathématiques de Poincaré, Hadamard note que le plus remarquable était « le nombre



Édouard Goursat (1858-1936).

et l'importance des résultats qui étaient parus simultanément sur une courte période, les années 1879 et 1884-1885, travaux modifiant fondamentalement la science mathématique et ouvrant de nouvelles voies dans toutes les directions. On assista à une si rapide explosion de ses mémoires traitant de questions très variées en mathématiques, que le volume XI du *Bulletin de la Société Mathématique de France* en comporte trois consécutifs (deux ont été publiés dans le même numéro du bimensuel), et chacun d'eux constituait un chapitre entièrement nouveau de la Théorie des Fonctions ».

Curieusement, comme l'a dit Hadamard lors de son jubilé en 1936, Poincaré n'a pas eu d'influence immédiate et directe sur ses étudiants, comme on aurait pu l'espérer. Ses travaux étaient admirés, mais personne « n'osait y toucher » [II.26, p. 54].



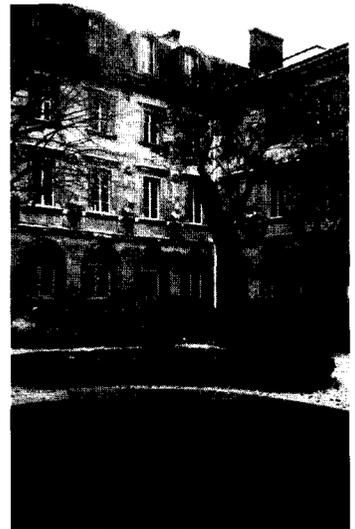
Henri Poincaré (1854-1912).

1.6 L'École de la rue d'Ulm

Quel genre d'institution était l'École Normale Supérieure, avec l'exclusivité et le talent des élèves qui vivaient sous son toit ? L'École occupait un bâtiment quadrangulaire de trois étages entre la rue d'Ulm et la rue Rataud. Au milieu d'un grand jardin intérieur, on trouve un jet d'eau entouré d'un bassin circulaire dans lequel nagent des poissons rouges. Les poissons sont des *Ernests*, en souvenir d'Ernest Bersot, qui fit construire le bassin lorsqu'il était directeur de l'École entre 1871 et 1880. Dans la « mythologie » du Normalien, les Ernests sont d'essence divine, et les gnoufs doivent les adorer pendant le Méga.

La partie est du bâtiment, celle donnant sur la rue d'Ulm, est occupée par les bureaux et les appartements de l'administration. Les dortoirs des étudiants étaient situés aux premier et second étages des autres parties du bâtiment. C'étaient de petits espaces, des *piaules*, meublés simplement d'un lit en fer et d'une armoire. Un broc, un seau et une cuvette constituaient le nécessaire pour la toilette. À la place de la porte, un simple rideau pour faciliter la surveillance. A. Weil, qui est entré à l'École Normale presque quarante ans après, écrit dans son livre *L'apprentissage d'un mathématicien* : « Ils couchaient dans des dortoirs, séparés les uns des autres par de légères cloisons qui leur constituaient des sortes de niches individuelles : des chevaux sont plus à l'aise dans leurs écuries » [III.435, p. 45].

Les étudiants étaient regroupés par *thurnes* (mot venant de l'alsacien *türn* qui signifie prison), ou études. Il y avait beaucoup plus de confort dans une thurne que dans une piaule, car



La cour de l'ÉNS de la rue Ulm, au premier plan le bassin aux *Ernests*.



Une thurne en 1895.

il y avait un poêle, des tables et des chaises. Les murs étaient décorés de dessins, de coupures de journaux en fonction du goût des occupants.

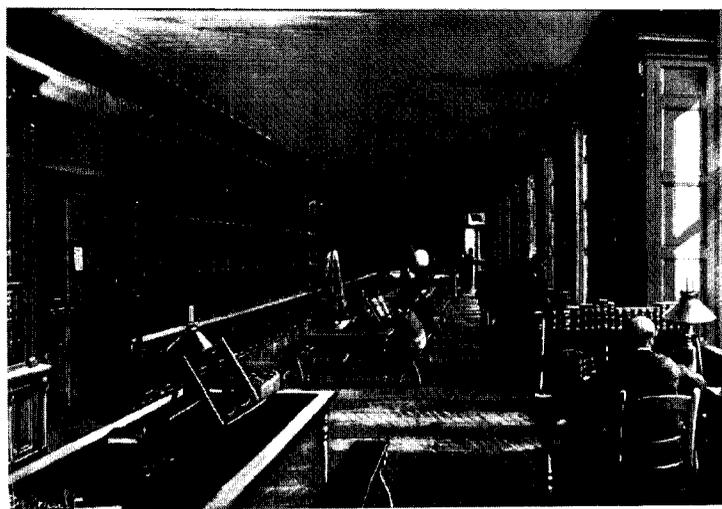
À l'époque où Pasteur en était le directeur, le règlement était assez proche d'un règlement militaire. Le matin, réveil à cinq heures, sauf les lundis, les mercredis et certains jours exceptionnels, où on pouvait se lever à six heures. Les sorties de l'École étaient strictement contrôlées et il n'était pas permis de sortir autrement qu'en uniforme. Fumer et jouer aux cartes étaient interdits, de même que lire des journaux, des magazines et des nouvelles : tout cela était considéré comme des distractions préjudiciables aux études. Obnubilé par le travail et l'ordre, Pasteur était obsédé par les pertes de temps : « Les élèves de première et de deuxième années emploient au minimum 20 minutes pour se vêtir convenablement et faire le chemin de l'École à la Faculté. Autant pour en revenir. Soit 40 minutes perdues au moins pour chaque leçon au dehors. » À raison de cinq leçons hebdomadaires pour les scientifiques, c'était donc « une perte de temps de cinq fois 40 minutes, soit 3 heures et demie par semaine. C'est en réalité plus que cela. J'ai pris le minimum » [III.203, p. 83].

Mais, avec le temps, le règlement de l'École s'est fait moins rigide et lorsqu'Hadamard y est rentré, le réveil à cinq heures et le port de l'uniforme n'étaient plus obligatoires. De plus, les élèves pouvaient lire les journaux, les revues ou les livres qu'ils voulaient.

L'organisation de la journée d'Hadamard était la suivante : au dortoir, la cloche sonnait à six heures une première fois, puis une fois à six heures vingt. À la seconde sonnerie on se levait en catastrophe pour être dans sa thurne à six heures trente. On travaillait jusqu'à la nouvelle sonnerie annonçant le *pot*, le grand réfectoire situé dans la partie nord du bâtiment, « ... (qui) était une grande salle sombre et froide, sans autres meubles que des bancs et de longues tables où les couverts, les carafes d'eau et les « quarts » de vin étaient posés à même le marbre » [III.327, p. 173]. Le pot était l'objet de plaisanteries sur « nourriture ou poison ».

Après le petit déjeuner, les maîtres de conférences arrivaient, et les normaliens, en fonction de leurs sections, suivaient des leçons. Pour ce qui concerne les mathématiques, les élèves résolvaient des problèmes ou discutaient de questions théoriques. Puis l'heure du déjeuner arrivait, suivie d'une longue pause pendant laquelle on pouvait faire du sport, ou jouer au whist et au billard, marcher ou sommeiller dans le jardin lorsque le temps s'y prêtait. Par temps de pluie, on se rassemblait dans les thurnes et dans les couloirs pour y discuter ou débattre. Politique et métaphysique étaient les sujets permanents de débats animés. Puis, dans l'après-midi, on suivait d'autres conférences et la journée s'achevait par trois heures de travail personnel dans les thurnes.

La bibliothèque était un lieu de vie de l'École avec ses deux salles principales, l'une pour les humanités, l'autre pour les sciences ; elle était située dans la partie est du bâtiment.



La bibliothèque de l'ÉNS
d'après une gravure de 1895.

À la bibliothèque, les centaines de milliers de livres étaient placés sur deux rangs dans des étagères en chêne.

Les soirées étaient des moments de détente pour les élèves ; ils se réunissaient pour chanter, déclamer de la poésie, danser. On montait aussi des pièces de théâtre et les rôles de femmes étaient tenus par des garçons (c'est seulement à partir de 1917 que les femmes ont été admises à l'École). Pendant l'hiver, le directeur organisait des réceptions à l'occasion de certains événements, toutes les célébrités du monde universitaire et le Ministre de l'Instruction Publique y étaient conviés, avec leurs familles, et pendant quelques heures, les normaliens devenaient *hommes du monde*. En plus de ces distractions, on pouvait aller au théâtre, à l'opéra et même au bal en ville. Il y avait aussi des jeux plus risqués comme les promenades sur les toits des immeubles de la rue d'Ulm, promenades provoquant des plaintes des voisins et la colère de l'administration.



Promenade sur les toits, 1895.

Les normaliens assistaient à des cours à l'extérieur de l'École, habituellement à la Sorbonne ou au Collège de France, une des plus anciennes institutions d'enseignement de Paris qui propose des conférences de haut niveau. Les leçons à l'École venaient en complément de ces cours.

Les thèmes étudiés par les conscrits et les carrés de la section sciences incluaient la chimie organique et minérale, le calcul infinitésimal, la minéralogie, la physique, la mécanique rationnelle, l'astronomie, la zoologie, la géologie et même le dessin.



La promotion 1884 de l'ÉNS (sciences). Hadamard est assis au premier rang, second à partir de la droite. Vessiot est debout au second rang, second à partir de la gauche.

Les travaux pratiques et expérimentaux, pour les études et la recherche, se faisaient dans les laboratoires de physique, de chimie et de sciences naturelles. Il y avait même un petit jardin botanique, à l'est de l'École, rue Rataud. Le laboratoire de chimie organique était particulièrement célèbre, puisque créé par Pasteur qui y effectua ses travaux prestigieux sur la fermentation et l'immunologie. En réalité, c'est à la fin de la première année d'étude d'Hadamard à l'École que Pasteur découvrit le vaccin contre la rage.

Deux fois par semaine, pendant deux heures, les élèves suivaient la *préparation militaire* et des échos des ordres hurlés, des cliquetis de sabres et des bruits de bottes résonnaient dans la cour de l'École et dans les rues voisines.

Au terme de sa première année universitaire, Hadamard avait deux demi-licences ès sciences physiques et ès sciences mathématiques. L'année suivante il termina, avec succès, ses examens de licence. Il consacra la troisième année à la préparation de l'agrégation qui permet d'enseigner dans les lycées. Il obtint une quatrième année pour se consacrer à la préparation à la recherche. Vessiot rappelle : « Tu vécus à l'École des années laborieuses et tranquilles laissant mûrir ton talent, sans hâte de trouver ta voie. Mais avec cette curiosité d'esprit toujours en éveil à laquelle rien n'échappe qui ait valeur d'information ou de suggestion, tu tirais profit des conversations avec les littéraires comme avec les scientifiques, avec les physiciens et les naturalistes comme avec les mathématiciens » [II.26, p. 25].

C'est au cours de ces années qu'Hadamard commença à faire la preuve de sa créativité, obtenant ses premiers théorèmes publiés dans les Comptes Rendus de l'Académie des sciences (séances du 23 janvier 1888 et du 8 avril 1889) puis inclus dans sa thèse. Comme partie de ses résultats, il avait essayé d'obtenir une estimation d'un déterminant construit à partir des coefficients d'une série de puissances. C'était un problème difficile avec lequel Hadamard se débattit un certain temps, comme il l'a écrit : « Ayant été réveillé très brusquement par un bruit extérieur, une solution longuement cherchée m'apparut immédiatement, sans le moindre instant de réflexion de ma part – fait assez remarquable pour m'avoir frappé de façon inoubliable ». Ces lignes sont extraites de son livre *La psychologie de l'invention en mathématiques* [I.362, p. 8]. Hadamard, qui avait l'expérience personnelle d'événements émotionnels forts favorisant la création mathématique, ajoute ce commentaire : « La découverte au moment d'un réveil brusque que je viens de raconter s'est produite au cours d'une période d'émotion de ce genre » [I.362, p. 10].

Nous ne savons pas à quels événements Hadamard fait allusion, mais ils correspondent à l'époque où l'état de son père, de santé fragile, s'était dégradé à un point tel qu'à l'automne 1888, à l'âge de soixante ans, il demanda au lycée un congé de trois mois. Peu de temps après, il fut mis à la retraite pour raison médicale. Cette décision arriva un jour après sa mort, survenue soudainement, le 28 novembre. La mère d'Hadamard ne s'est jamais remariée, vivant de l'argent de ses leçons de piano ; elle mourut en 1926.

1.7 Les échecs du *Lycée Buffon*

Diplômé de l'École Normale Supérieure le 30 octobre 1888, Hadamard devint boursier de la ville de Paris et fut affecté au Collège de France pour compléter sa formation (formellement, du 1^{er} novembre 1888 au 30 septembre 1889, il fut affecté au lycée de Caen mais déchargé d'enseignement).

Du 1^{er} juin 1889 au 4 septembre 1890, Hadamard a été temporairement suppléant au lycée Saint-Louis, puis professeur de mathématiques au lycée Buffon, du 5 septembre 1890 au 30 septembre 1893.

Au début, il eut beaucoup de problèmes avec l'enseignement comme en témoigne le rapport écrit par le Proviseur du lycée au Ministre de l'Éducation :

En dépit de ses distinctions et de sa réelle valeur, Monsieur Hadamard n'atteint seulement que la médiocrité dans le cours qui lui a été confié. Il n'a pas une idée précise de ce qu'il doit enseigner aux élèves...

Dans les classes littéraires où il y a plus d'élèves il a les mêmes difficultés avec la discipline et il distribue des punitions de manière inconsidérée.

J'ai été obligé de recommander à Monsieur Hadamard de prendre son enseignement un peu plus au sérieux, de faire un effort pour qu'il s'adapte au niveau des élèves et je l'ai prévenu que, s'il n'obtenait pas de meilleurs résultats, son maintien dans un lycée parisien serait remis en cause [IV.25].

On a trouvé une lettre de la même veine, envoyée au Ministre de l'Éducation par le vice-recteur de l'Académie de Paris :

Monsieur le Ministre,

Le dernier rapport bimensuel de Monsieur le Proviseur du lycée Buffon contient au sujet de M. Hadamard la note suivante :

« Les classes de M. Hadamard laissent de plus en plus à désirer. Aucun souci des intérêts moraux des élèves petits et grands. Aucune autorité sur eux. Une discipline cassante et capricieuse. Des plaintes continuelles et des demandes de punitions faciles à éviter avec un peu plus de fermeté et de bonté sérieuse. Nulle préparation pratique des classes. M. Hadamard se croit dispensé de tout par ses remarquables aptitudes mathématiques. Plus nous allons, plus nous sacrifions le bien public aux convenances personnelles de ce jeune savant. »

J'invite M. l'Inspecteur d'Académie Piéron à voir la classe de M. Hadamard.

J'aurai l'honneur de vous rendre compte [IV.25].

Les premiers échecs étaient-ils dus à un manque d'attention ou d'intérêt, ou Hadamard n'était-il pas capable d'apprécier le niveau des élèves ? Il semble que ce dernier point soit le plus probable. En toute équité, il faut souligner que les rapports concernant la fin de sa période d'enseignement au lycée sont moins critiques. En fait, il s'est mis à aimer l'enseignement : « Il est presque certain que c'est au cours de ces années d'enseignement au lycée que son intérêt pour l'enseignement et les programmes s'est développé : c'est sans doute aussi l'époque où il préparait le plan de ses *Leçons de géométrie élémentaire*, écrites et publiées dix ans plus tard et qui exercèrent une grande influence sur les étudiants de ma génération », écrit Paul Lévy [II.36, p. 2].

